

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МИКРОСТРУКТУР РАН

*На правах рукописи*

КРИШТОПЕНКО Сергей Сергеевич

**СПИНОВЫЕ И КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ InAs/AlSb  
С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ**

05.27.01 – твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты,  
микро и наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах

01.04.07 – физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук  
проф. В. И. ГАВРИЛЕНКО

Научный консультант  
доктор физико-математических наук  
проф. В. Я. АЛЁШКИН

Нижний Новгород

2011 г.

# Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1 Спин-зависимые явления в двумерном электронном газе (обзор литературы)	13
1.1 Спиновые расщепления в двумерном электронном газе.	13
1.2 Остаточная проводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.	23
1.3 Обменное усиление g-фактора в двумерном электронном газе.	27
1.4 Коллективные возбуждения в режиме эффекта Холла. Экситонное представление.	36
ГЛАВА 2 Спин-орбитальное расщепление в квантовой яме AlSb/InAs/AlSb в нулевом магнитном поле.	47
2.1 Приближение Хартри в узкозонных гетероструктурах.	47
2.2 Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.	56
2.3 Эффекты “встроенного” электрического поля и обменного взаимодействия в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.	65
ГЛАВА 3 Эффекты коллективного взаимодействия в магнитотранспортных экспериментах в квантовой яме AlSb/InAs/AlSb с двумерным электронным газом.	76
3.1 Приближение Хартри-Фока в магнитном поле в узкозонных гетероструктурах.	76
3.2 Спектр квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.	85
3.3 Обменное усиление g-фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.	90
ГЛАВА 4 Спиновый резонанс в двумерном электронном газе в гетероструктурах InAs/AlSb.	101
4.1 Магнитоэкситонные возбуждения в двумерном электронном газе с непараболическим законом дисперсии. Экситонное представление.	101

4.2	Энергия спиновых экситонов в коротковолновом и длинноволновом пределах в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. Нарушение теоремы Лармора.	108
4.3	Усиление g-фактора двумерных электронов в гетероструктурах InAs/AlSb.	114
ГЛАВА 5	Циклотронный резонанс электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами.	118
5.1	Исследование ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb с одной заполненной подзоной размерного квантования.	118
5.2	Исследование ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами размерного квантования.	138
5.3	Влияние обменного взаимодействия на энергию поглощения в циклотронном резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. Нарушение теоремы Кона.	146
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	158
	Список цитируемой литературы	160
	Основные публикации автора по теме диссертации	171

## Введение

Изучению спин-зависимых явлений в двумерных (2D) системах посвящено множество теоретических и экспериментальных работ. Повышенный интерес к данной тематике связан, прежде всего, с открывающейся возможностью разработки принципиально новых приборов, использующих манипуляцию спинами электронов и атомов, – приборов спинтроники. Управление спиновыми состояниями электронов в перспективе позволит создавать сверхмалые логические элементы и массивы памяти с огромным быстродействием, малым энергопотреблением и большой информационной ёмкостью. В последнее десятилетие повышенное внимание уделяется исследованию 2D гетероструктур на основе узкозонных полупроводников, характеризующихся высокой подвижностью носителей заряда, так и большим спиновым расщеплением в энергетическом спектре в нулевом магнитном поле. Такие гетероструктуры представляют интерес для создания быстродействующих транзисторов, коротковолновых квантовых каскадных лазеров, резонансно-туннельных диодов, детекторов, работающих в дальнем инфракрасном и терагерцовом диапазонах, а также приборов спинтроники. Для объяснения широкого круга спин-зависимых явлений, наблюдаемых в 2D системах, необходимо знать устройство зонного спектра носителей заряда и плотность состояний на уровне Ферми, а также роль электрон-электронного взаимодействия в этих явлениях.

Все спин-зависимые явления в полупроводниковых гетероструктурах с 2D электронным газом можно условно разделить на два широких класса. К первому классу относятся “одноэлектронные” эффекты, обусловленные наличием спин-орбитального взаимодействия в системе. Большинство спин-зависимых явлений данного класса вызваны спиновым расщеплением энергетического спектра носителей в отсутствие магнитного поля. Данное расщепление в энергетическом спектре в квантовой яме вблизи дна зоны проводимости (потолка валентной зоны) в 2D полупроводниковых структурах либо линейно, либо кубично по квазиимпульсу (в зависимости от совместного вклада  $|S\rangle$ - и  $|P\rangle$ -состояний объёмных материалов в формирование нижней подзоны размерного квантования гетероструктуры). Спиновое расщепление электронных состояний в квантовой яме при определённых условиях может проявляться в виде биений осцилляций Шубникова-де-Гааза (ШдГ), расщепления линии циклотронного резонанса (ЦР), оно также определяет появление особенностей в спектрах рамановского рассеяния, и т. д.

К другому классу спин-зависимых явлений в полупроводниковых гетероструктурах относятся коллективные эффекты, обусловленные кулоновским взаимодействием 2D носителей зарядов. Большинство методов исследования зонной структуры 2D систем, ос-

нованы на магнетотранспортных и магнитооптических экспериментах, эффекты кулоновского взаимодействия в которых принципиально различные. В магнитооптике при резонансном поглощении электромагнитной волны 2D электронным газом происходит рождение квазиэлектрон-квазидырочных пар (квазиэлектронов над уровнем Ферми и квазидырок под уровнем Ферми), в результате система переходит из основного состояния в возбужденное состояние. Для коллективных возбуждений в 2D электронном газе существуют две теоремы (теоремы Кона и Лармора) о влиянии двухчастичного взаимодействия на энергию поглощения в длинноволновом пределе. В соответствии с теоремой Кона [1] в 2D системе с полной трансляционной симметрией электрон-электронное взаимодействие не влияет на энергию поглощения на циклотронном резонансе. В соответствии с теоремой Лармора [6] в 2D системе с вращательной инвариантностью в спиновом пространстве электрон-электронное взаимодействие не изменяет энергию спинового экситона в длинноволновом пределе. Отметим, что в узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами (КЯ) и других системах с сильной непараболичностью в подзонах размерного квантования, в которых проявляются эффекты, связанные со спин-орбитальным взаимодействием, обе теоремы нарушаются [2-7].

В магнетотранспортных экспериментах измеряется статическая проводимость, которая определяется основным состоянием 2D электронного газа, т. е. спектром квазичастиц в магнитном поле, перенормированным кулоновским взаимодействием. Исследование магнетотранспорта в системах с 2D электронным газом в сильных магнитных полях позволяет определять величину спинового расщепления на уровне Ферми в спектре квазичастиц. К примеру, анализ зеemanовского расщепления осцилляций Шубникова-де Гааза, позволяет определять величину  $g$ -фактора квазичастиц, который может значительно отличаться как от величины  $g$ -фактора для свободных электронов, так и от соответствующей величины в объемном материале. Данное экспериментально наблюдаемое увеличение “магнетотранспортного”  $g$ -фактора по отношению к значениям, полученным из магнитооптических исследований (спинового резонанса) связывается с обменным взаимодействием электронов [8]. Андо и Уемура впервые обратили внимание на то, что  $g$ -фактор квазичастиц должен быть осциллирующей функцией заполнения уровней Ландау [9].

В подавляющем числе узкозонных гетероструктур с квантовыми ямами, в которых наблюдались большие значения  $g$ -фактора квазичастиц [10-17], подзоны размерного квантования характеризуются сильной непараболичностью закона дисперсии, поэтому для количественного описания влияния электрон-электронного взаимодействия на спектр квазичастиц в КЯ необходимо учитывать особенности структуры подзон размерного квантования. Одними из представителей 2D систем на основе узкозонных полупроводников явля-

ются гетероструктуры InAs/AlSb с квантовыми ямами. Гетероструктуры InAs/AlSb обладают малой величиной эффективной массы электронов в КЯ InAs, достигающей 0.032 от массы свободного электрона [18-21], большими значениями g-фактора [14, 16] и высокой подвижностью электронов, достигающей  $3 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/В·с при  $T = 300$  К и  $9 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>/В·с при  $T = 4,2$  К [22, 23]. В данных гетероструктурах квантовая яма для электронов оказывается очень глубокой (более 2 эВ для электронов Г-долины). Хорошо известно, что даже в номинально нелегированных структурах InAs/AlSb присутствует 2D электронный газ с концентрацией порядка  $10^{12}$  см<sup>-2</sup> [22-25]. В качестве “поставщиков” электронов в КЯ InAs рассматриваются глубокие доноры, связанные с дефектами в AlSb и поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb [23-25], выращиваемом поверх барьера AlSb для предотвращения его окисления на воздухе [22-26]. “Встроенное” электрическое поле пространственно разделённых доноров в покрывающем слое GaSb и в барьерах AlSb и 2D электронов, искажает профиль КЯ, что в свою очередь, через спин-орбитальное взаимодействие приводит к расщеплению спектра 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb даже в отсутствие магнитного поля [27]. В гетероструктурах InAs/AlSb экспериментально наблюдаются эффекты, связанные со спин-орбитальным расщеплением энергетического спектра электронных состояний в зоне проводимости [28, 33].

Замечательной особенностью гетероструктур InAs/AlSb является биполярная остаточная фотопроводимость (ОФП), наблюдаемая при низких температурах [29-32]. При воздействии на гетероструктуру инфракрасным излучением наблюдается положительная ОФП, при освещении в видимом диапазоне наблюдается отрицательная ОФП. Используя явление ОФП, можно обратимым образом в несколько раз изменять концентрацию 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb, что в свою очередь приводит к изменению встроенного электрического поля и заселённости спиновых подзон. Это позволяет не только управлять эффектами спин-орбитального взаимодействия, но и контролировать проявление эффектов коллективного взаимодействия между электронами, в частности управлять обменным усилением g-фактора [16, 34], что открывает дополнительные возможности для спиновой инженерии.

#### **Целями диссертационной работы являлись:**

- 1). Исследование остаточной фотопроводимости и асимметрии “встроенного” электрического поля в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.
- 2). Исследование влияния “встроенного” электрического поля и электрон-электронного взаимодействия на закон дисперсии электронов и спиновое расщеп-

ление в подзонах размерного квантования в одиночной квантовой яме AlSb/InAs/AlSb в нулевом магнитном поле.

- 3). Исследование спектра квазичастиц и плотности состояний на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb. Определение  $g$ -фактора квазичастиц при различных значениях концентрации 2D электронов, магнитного поля и ширины уровней Ландау.
- 4). Исследование влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию спинового экситона в длинноволновом пределе (нарушение теоремы Лармора) в гетероструктурах InAs/AlSb. Расчёт “магнитооптического”  $g$ -фактора 2D электронов при различных значениях магнитного поля и ширины уровней Ландау.
- 5). Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с одной и двумя заполненными подзонами. Выявление эффектов электрон-электронного взаимодействия в спектрах циклотронного резонанса.

**Научная новизна** полученных в работе результатов заключается в следующем:

- 1). Прямым образом продемонстрирована сильная несимметричность гетероструктур InAs/AlSb, вызванная “встроенным” электрическим полем. Выполненные самосогласованные расчёты энергетического профиля двойной квантовой ямы позволили определить значения концентраций ионизованных доноров с обеих сторон от квантовых ям и конкретизировать предложенный ранее механизм биполярной остаточной фотопроводимости в данных гетероструктурах.
- 2). Впервые рассчитан энергетический спектр двумерных электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с асимметричным профилем квантовой ямы в приближении Хартри-Фока. Показано, что обменное взаимодействие, приводя к уменьшению энергии электронов в подзонах, увеличивает расстояние между подзонами и величину спин-орбитального расщепления спектра. Продемонстрирована нелинейная зависимость константы расщепления Рашбы при фермиевском волновом векторе от концентрации двумерных электронов.
- 3). Впервые теоретически исследовано обменное усиление  $g$ -фактора в гетероструктурах InAs/AlSb. Показано, что непараболичность закона дисперсии приводит к обменному усилению  $g$ -фактора на уровне Ферми не только при нечётных, но и при чётных факторах заполнения уровней Ландау. Продемонстрировано, что величина обменного усиления, амплитуда и форма осцилляций  $g$ -фактора квазичастиц опре-

деляется экранированным электрон-электронным взаимодействием и величиной уширения уровней Ландау вследствие случайного потенциала.

- 4). Теоретически исследовано влияние электрон-электронного взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в зависимости от ширины уровней Ландау. Показано, что учёт обменного взаимодействия между электронами приводит к искажению монотонной зависимости уровней Ландау от магнитного поля, и к появлению особенностей в спектре квазичастиц при целочисленных факторах заполнения, связанных с экранировкой кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе. Продемонстрировано, что обменное взаимодействие в условиях сильного перекрытия расщеплённых по спину уровней Ландау приводит к расщеплению плотности состояний на два пика, соответствующих вкладам разных уровней, и перенормирует факторы заполнения спин расщеплённых уровней Ландау, пересекающихся с уровнем Ферми.
- 5). На примере квантовой ямы AlSb/InAs/AlSb, впервые продемонстрировано нарушение теоремы Лармора в квантовых ямах на основе узкозонных полупроводников с симметричным и асимметричным профилем “встроенного” электрического поля. Исследовано влияние спинового расщепления Рашбы и обменного взаимодействия в 2D электронном газе в гетероструктурах InAs/AlSb на энергию поглощения в спиновом резонансе при различной ширине уровней Ландау. Показано, что величина “магнитооптического” g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb, измеряемая в спиновом резонансе, осциллирует в магнитном поле и совпадает с g-фактором квазичастиц при чётных факторах заполнения уровней Ландау.
- 6). В гетероструктурах InAs/AlSb с 2D электронным газом обнаружено расщепление линии ЦР, значительно превышающее “одноэлектронное” значение, рассчитанное с использованием 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, что указывает на нарушение теоремы Кона вследствие  $e$ - $e$  взаимодействия в непараболической подзоне размерного квантования. При факторах заполнения  $\nu < 1$  обнаружено увеличение энергии циклотронных переходов при уменьшении концентрации 2D электронов, превышающее сдвиг линии ЦР, связанный с уширением уровней Ландау.

### **Научная и практическая значимость работы**

Научная значимость работы заключается в получении нового научного знания о проявлении спиновых и коллективных эффектов в узкозонных полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами. Теоретически исследована асимметрия “встроенного”

электрического поля и его влияния на спиновое расщепление закона дисперсии в подзонах размерного квантования. Продемонстрирована принципиальная возможность для управления “встроенным” электрическим полем и, соответственно, спиновым расщеплением спектра в нулевом магнитном поле с помощью света, что является актуальным для создания различных приборов спинтроники. Впервые проведено теоретическое исследование влияния электрон-электронного взаимодействия на уровни Ландау квазичастиц и плотность состояний на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb. В работе представлена теория обменного усиления  $g$ -фактора при нулевой температуре в гетероструктурах, выращенных на основе узкозонных полупроводников, с одной заполненной подзоной размерного квантования. Расчёты “магнитооптического”  $g$ -фактора, измеряемого в спиновом резонансе, в гетероструктурах InAs/AlSb, впервые продемонстрировали нарушение теоремы Лармора в гетероструктурах с квантовыми ямами на основе узкозонных полупроводников. Проведенные исследования циклотронного резонанса в образцах с высокой подвижностью 2D электронного газа в квантующих магнитных полях при температуре 2 К позволили обнаружить свидетельства нарушения теоремы Кона в гетероструктурах InAs/AlSb.

Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при создании новых электронных и оптоэлектронных приборов, а также приборов спинтроники на основе гетероструктур InAs/AlSb с квантовыми ямами.

## **Содержание работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Во **Введении** обоснована актуальность темы исследований, показана её научная новизна, сформулированы цели работы и приведены положения, выносимые на защиту.

В **Главе 1** проводится обзор работ, посвящённых исследованию остаточной фотопроводимости и различным спин-зависимым явлениям в гетероструктурах с 2D электронным газом. В первом разделе приводятся основные сведения о влиянии спин-орбитального взаимодействия на расщепление энергетического спектра 2D электронов в нулевом магнитном поле, и рассматриваются работы, посвящённые исследованию биений осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурах InAs/AlSb. Во втором разделе представлен обзор исследований остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. Третий раздел первой главы посвящён обменному усилению  $g$ -фактора в 2D электронном газе. Рассматриваются работы по экспериментальному исследованию  $g$ -фактора квазичастиц в КЯ AlSb/InAs/AlSb. Четвёртый раздел посвящён рассмотрению различных коллективных возбуждений в 2D электронном газе в режиме эф-

фекта Холла. Проводится обзор теоретических работ по исследованию эффектов электрон-электронного взаимодействия в спиновом и циклотронном резонансах в гетероструктурах с 2D электронным газом (нарушение теорем Лармора и Кона).

**Глава 2** посвящена исследованию асимметрии “встроенного” электрического поля и спинового расщепления Рашбы в гетероструктурах InAs/AlSb в нулевом магнитном поле. В первой части Главы 2 описывается самосогласованное приближение Хартри в узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами. Во второй части приведены результаты исследований остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами. Продемонстрирована сильная несимметричность “встроенного” электрического поля в гетероструктурах InAs/AlSb в условиях положительной остаточной фотопроводимости. В третьей части второй главы представлены расчёты энергетического спектра 2D электронов и константы спинового расщепления Рашбы в КЯ AlSb/InAs/AlSb в присутствии асимметричного “встроенного” электрического поля. Из фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурах InAs/AlSb при температуре 0.2 К определена константа спинового расщепления Рашбы, значение которой сравнивается с результатами теоретических расчётов.

**Глава 3** посвящена исследованию эффектов обменного взаимодействия, проявляющихся в магнитотранспортных экспериментах в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. В первой части третьей главы описывается приближение Хартри-Фока в магнитном поле с учётом эффектов экранирования в 2D электронном газе в КЯ AlSb/InAs/AlSb. Во второй части приведены результаты исследований влияния электрон-электронного взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц и плотность состояний на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в зависимости от ширины уровней Ландау. В третьей части главы представлены расчёты обменного усиления g-фактора квазичастиц в КЯ AlSb/InAs/AlSb. Проводится сравнение результатов расчётов и экспериментальных значений g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb, полученных в различных магнитотранспортных экспериментах.

В **Главе 4** представлены результаты теоретического исследования влияния спинового расщепления Рашбы и обменного взаимодействия в 2D электронном газе на энергию поглощения в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb. В первой части четвертой главы получено эффективное уравнение Шрёдингера для магнитного экситона в узкозонных гетероструктурах с 2D электронным газом. Во второй части представлены расчёты энергии спинового экситона в КЯ AlSb/InAs/AlSb в коротковолновом и длинноволновом пределе. Продемонстрировано нарушение теоремы Лармора в гетероструктурах InAs/AlSb с симметричным и асимметричным “встроенным” электрическим полем. В третьей части

главы приведены результаты расчёта  $g$ -фактора, измеряемого в спиновом резонансе, при различных значениях ширины уровней Ландау, магнитного поля и концентрации 2D электронов в гетероструктурах InAs/AlSb.

**Глава 5** посвящена исследованию циклотронного резонанса электронов в гетероструктурах InAs/AlSb. В первой и второй частях пятой главы представлены результаты исследований циклотронных переходов в КЯ AlSb/InAs/AlSb различной ширины с одной и двумя заполненными подзонами размерного квантования. Проводится сравнение экспериментальных энергий переходов с теоретическими значениями, полученными в приближении Хартри. Третья часть главы посвящена исследованию влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию поглощения в циклотронном резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb. Продемонстрировано, что учёт кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе приводит к нарушению теоремы Кона в КЯ AlSb/InAs/AlSb.

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

- 1). В гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами и покрывающим слоем GaSb присутствует “встроенное” асимметричное электрическое поле, которое приводит к спиновому расщеплению Рашбы в подзонах размерного квантования. Напряжённость “встроенного” электрического поля можно обратимым образом изменять за счёт эффекта остаточной фотопроводимости.
- 2). Обменное усиление  $g$ -фактора квазичастиц в узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами имеет место не только при нечётных, но и при чётных факторах заполнения уровней Ландау, причем магнитное поле, при котором достигается максимальное значение  $g$ -фактора, соответствует нечётным факторам заполнения лишь в отсутствие или при небольшом перекрытии плотностей состояний спин-расщеплённых уровней Ландау.
- 3). В узкозонных гетероструктурах с симметричными и асимметричными квантовыми ямами теорема Лармора нарушается. Влияние обменного взаимодействия в 2D электронном газе на энергию поглощения в спиновом резонансе зависит от величины спинового расщепления Рашбы.
- 4). В узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами теорема Кона нарушается. Энергия поглощения в циклотронном резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb зависит от номера уровней Ландау, индекса подзоны размерного квантования и величины обменного взаимодействия в 2D электронном газе.

Основные результаты диссертации докладывались на 12-й Международной конференции по узкозонным полупроводникам (Тулуза, Франция 2005); 9, 10, 11 Научной конференции по радиофизике (Нижний Новгород 2005, 2006, 2007); 14, 15, 17, 18 Международных симпозиумах “Наноструктуры: физика и технология” (Санкт-Петербург 2006, 2007, Минск 2009, Санкт-Петербург 2010); 8 Российской конференции по физике полупроводников (Екатеринбург 2008); Конференции молодых учёных “Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики” (Нижний Новгород, 2008); Международном оптическом конгрессе “Оптика – XXI век” (Санкт-Петербург, 2008); 12 Школе молодых учёных “Актуальные проблемы физики” (Звенигород, 2008); 9 Международной конференции по исследованиям в сильных магнитных полях (Дрезден, Германия 2009); 16 Международной конференции по динамике электронов в полупроводниках, оптоэлектронике и наноструктурах (Монпелье, Франция 2009); 8, 9, 10, 11, 12, 13 Всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике (Санкт-Петербург 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011); 14 Нижегородской сессии молодых ученых (Нижний Новгород, 2009); 10, 11, 12, 13, 14, 15, Всероссийском симпозиуме “Нанофизика и наноэлектроника” (Нижний Новгород 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011); Московском международном симпозиуме по магнетизму (Москва 2011), а также на семинарах ИФМ РАН, ННГУ и Лаборатории сильных магнитных полей (Тулуза, Франция).

По теме диссертации опубликованы 40 печатные работы, в том числе 6 статей в реферируемых журналах и 34 публикаций в сборниках тезисов докладов и трудов конференций, симпозиумов и совещаний.

# ГЛАВА 1. Спин-зависимые явления в двумерном электронном газе (обзор литературы).

## 1.1. Спиновые расщепления в двумерном электронном газе в нулевом магнитном поле.

Большинство “одноэлектронных” спин-зависимых явлений в 2D полупроводниковых системах вызваны спиновым расщеплением энергетического спектра носителей в отсутствие магнитного поля. В полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами (КЯ) данное расщепление электронных состояний вблизи дна зоны проводимости линейно по квазиимпульсу. Исключения составляют КЯ с гетерограницами InAs/GaSb и КЯ на основе HgTe, в которых вклад  $|P\rangle$ - состояний объёмных материалов в формирование нижней подзоны размерного квантования может значительно превосходить вклад  $|S\rangle$ - состояний, в результате подзона размерного квантования оказывается подзоной “дырочного” типа.

Для того чтобы два спиновых состояния частицы с одним и тем же волновым вектором  $\mathbf{k}$  в плоскости структуры имели в отсутствие магнитного поля разную энергию, необходимо отсутствие центра инверсии в системе. Есть две наиболее известных причины, по которым 2D системы не обладают центром пространственным инверсии. Первая – его отсутствие в объёмных материалах, из которых выращена гетероструктура. Эта объёмно-инверсионная асимметрия (Bulk Inversion Asymmetry, BIA) имеет место в полупроводниковых соединениях  $A_3B_5$ ,  $A_2B_6$ , теллуре, однако она отсутствует у алмазоподобных полупроводников Si и Ge. Двумерные системы, выращенные из материалов с BIA, также не обладают центром инверсии и, следовательно, спиновое вырождение в спектре носителей в них снято.

Второй причиной отсутствия центра инверсии в гетероструктурах является структурно-инверсионная асимметрия (Structure Inversion Asymmetry, SIA). Она заключается в том, что система может быть несимметрична макроскопически: направления по и против оси роста могут быть неэквивалентными. Это может быть связано с различием материалов барьеров сверху и снизу от КЯ или с присутствием электрического поля, направленного поперёк плоскости гетероструктуры. SIA может иметь место в гетероструктурах, выращенных из любых полупроводниковых материалов.

Эффективный гамильтониан для электронов вблизи дна зоны проводимости в гетероструктурах без центра инверсии имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{T}(z, \vec{k}) + U(z) + \hat{H}_{so}(\vec{k}), \quad (1.1)$$

где  $\hat{T}(z, \vec{k})$  и  $U(z)$  – оператор кинетической энергии (квадратичный по  $\mathbf{k}$ ) и гетеропотенциал, зависящие от координаты вдоль оси роста  $z$ , а  $\hat{H}_{SO}(\vec{k})$  – оператор спин-орбитального взаимодействия, зависящий от параметров спина и импульса. Из инвариантности системы по отношению к инверсии времени следует, что  $\hat{H}_{SO}(\vec{k})$  может содержать только нечётные по  $k$  слагаемые, то есть иметь вид  $\hat{H}_{SO}(\vec{k}) \propto \hat{\sigma}_l k_m, \hat{\sigma}_l k_i k_j k_m$  и т. д., где  $\hat{\sigma}_l$  – матрицы Паули ( $l = x, y, z$ ).

В отличие от объёмных полупроводников  $A_3B_5, A_2B_6$ , в гамильтониане которых отсутствуют слагаемые типа  $\hat{\sigma}_l k_m$ , в двумерных электронных системах  $\hat{H}_{SO}$  линеен по  $k$ :

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = \sum_{l,m} \beta_{lm} \hat{\sigma}_l k_m. \quad (1.2)$$

Здесь  $\hat{\beta}$  – псевдотензор второго ранга. Среды, в которых есть отличные от нуля компоненты такого тензора, называются *гиротропными*. В нулевом магнитном поле в таких средах имеется спиновое расщепление, линейное по квазиимпульсу:

$$\Delta_{spin} = 2k \sqrt{\sum_{l=x,y,z} (\beta_{lx} \cos \varphi_k + \beta_{ly} \sin \varphi_k)^2}. \quad (1.3)$$

Здесь  $\varphi_k$  – угол между вектором  $\mathbf{k}$  и осью  $x$ . Системы, где есть только SIA, имеют симметрию  $C_{\infty v}$ . Это означает, что у псевдовектора  $\hat{\beta}$  есть только одна линейно-независимая компонента:

$$\beta_{xy} = -\beta_{yx} \equiv \alpha; \beta_{ii} = 0 \quad (1.4)$$

Поэтому гамильтониан спин-орбитального взаимодействия, вызванного SIA, имеет вид:

$$\hat{H}_{SIA}(\vec{k}) = \alpha(\hat{\sigma}_x k_y - \hat{\sigma}_y k_x) = \alpha(\hat{\sigma} \times \vec{k})_z. \quad (1.5)$$

Этот вид гамильтониана впервые был предложен Рашбой [35] для объёмных полупроводников со структурой вюрцита, имеющих винтовую ось (направление  $z$ ). Позднее в работах [36-39] было отмечено, что SIA в двумерных системах приводит к спин-орбитальному взаимодействию такого же вида.

ВИА отражает отсутствие центра инверсии в кристаллической структуре объёмного полупроводника, из которого выращена двумерная система. Поэтому гамильтонианы спин-орбитального взаимодействия, индуцированного ВИА, различаются для КЯ, выращенных вдоль разных кристаллографических направлений. Чтобы их построить, напомним, что в объёмном полупроводнике  $A_3B_5$ , обладающем симметрией  $T_d$ , оператор спин-орбитального взаимодействия имеет вид:

$$\hat{H}_{SO}(\vec{K}) = \gamma[\hat{\sigma}_x K_x (K_y^2 - K_z^2) + \hat{\sigma}_y K_y (K_z^2 - K_x^2) + \hat{\sigma}_z K_z (K_x^2 - K_y^2)]. \quad (1.6)$$

Здесь  $\mathbf{K} = (k, k_z)$  – трёхмерный волновой вектор электрона,  $\gamma$  – постоянная, а  $\hat{x} \parallel [100]$ ,  $\hat{y} \parallel [010]$ ,  $\hat{z} \parallel [001]$  – кубические оси кристалла, а  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  – единичные вектора в соответствующих направлениях. Данный гамильтониан был получен в работе Дрессельхауз [40].

В двумерных системах из-за размерного квантования компонента квазиимпульса вдоль оси роста в гамильтониане заменяется оператором. Например, для квантовых ям, выращенных вдоль кубической оси  $\hat{z} \parallel [001]$ ,  $\hat{k}_z = -i \frac{\partial}{\partial z}$ . Поскольку спин-орбитальное взаимодействие является слабым, можно получить гамильтониан для двумерных электронов усреднив выражение (1.6) по адиабатически быстрому движению вдоль оси роста. Проводя такое усреднение и учитывая, что

$$\langle \hat{k}_z \rangle = 0, \quad \langle \hat{k}_z^2 \rangle \neq 0,$$

где скобки означают квантово-механическое усреднение по волновой функции размерного квантования, получим двумерную форму слагаемого Дрессельхауз:

$$\hat{H}_{BIA}(\vec{k}) = \beta (\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \quad (1.7)$$

Здесь  $\beta$  – единственная линейно-независимая компонента псевдотензора  $\hat{\beta}$  в двумерных системах с BIA (симметрия таких сред  $D_{2d}$ ):

$$\beta_{xx} = -\beta_{yy} \equiv \beta; \quad \beta_{ij} \sim \delta_{ij}. \quad (1.8)$$

В описанном выше адиабатическом подходе получается следующее выражение для  $\beta$ :

$$\beta = -\gamma \langle \hat{k}_z^2 \rangle. \quad (1.9)$$

Гамильтониан в форме (1.7) и выражение (1.9) были получены в работе Дьяконова и Качоровского [41].

Если КЯ выращена не вдоль кубической оси, то оператор спин-орбитального взаимодействия будет иметь иной вид. Например, в симметричных (113)-гетероструктурах имеется только одна плоскость отражения, а именно  $(1\bar{1}0)$ . Точечная группа симметрии таких систем  $C_s$ . Спин-орбитальное взаимодействие в них имеет вид:

$$\hat{H}_{BIA}(\vec{k}) = \beta \hat{\sigma}_z k_x, \quad (1.10)$$

где  $\hat{z} \parallel [113]$ ,  $\hat{x} \parallel [1\bar{1}0]$ . Такой же вид (1.10) принимает гамильтониан в асимметричных (110)-квантовых ямах, если под  $z$  в нём понимать направление роста  $[110]$ . Постоянная  $\beta = -0.5\gamma \langle \hat{k}_z^2 \rangle$ .

Если КЯ несимметрична, то  $\hat{H}_{SO} = \hat{H}_{BIA} + \hat{H}_{SIA}$ , где второе слагаемое во всех случаях одинаковое. В (001)-квантовых ямах

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = (\alpha k_y + \beta k_x) \hat{\sigma}_x - (\alpha k_x + \beta k_y) \hat{\sigma}_y. \quad (1.11)$$

При наличии одновременно двух типов асимметрии (BIA и SIA) структура имеет точечную группу  $C_{2v}$ . Поэтому приведём также данный гамильтониан в главных осях этой группы, которыми являются направления  $\hat{x}' \parallel [1\bar{1}0]$  и  $\hat{y}' \parallel [110]$ :

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = (\alpha + \beta) \hat{\sigma}_{x'} k_{y'} - (\alpha - \beta) \hat{\sigma}_{y'} k_{x'}. \quad (1.12)$$

Является удобным и методически полезным для многих задач представить гамильтониан спин-орбитального взаимодействия в следующем виде:

$$\hat{H}_{SO}(\vec{k}) = \hbar \hat{\sigma} \cdot \vec{\Omega}(\vec{k}), \quad (1.13)$$

то есть ввести вектор  $\vec{\Omega}(\vec{k}) = \frac{\hat{\beta} \cdot \vec{k}}{\hbar}$  с компонентами  $\Omega_i = \frac{\beta_{lm} \cdot k_m}{\hbar}$ . Гамильтониан (1.13) имеет зеемановский вид, а  $\vec{\Omega}(\vec{k})$  имеет смысл частоты спиновой прецессии в "эффективном магнитном поле", действующем на спины электронов с квазиимпульсом  $\mathbf{k}$ . Спиновое расщепление (1.3) выражается через  $\vec{\Omega}(\vec{k})$  согласно

$$\Delta_{spin} = 2k \left| \vec{\Omega}(\vec{k}) \right|. \quad (1.14)$$

Прецессия электронных спинов с частотой  $\vec{\Omega}$  вызвана отсутствием центра инверсии в системе. От того, по какой причине система нецентросимметрична, зависит направление  $\vec{\Omega}$  при данном направлении вектора  $\mathbf{k}$ . Если доминирует SIA, то спин-орбитальное взаимодействие описывается гамильтонианом Рашбы (1.5), а соответствующая частота прецессии имеет вид:

$$\vec{\Omega}_R = \frac{\alpha}{\hbar} (k_y, -k_x). \quad (1.15)$$

Если же (001)-гетероструктура симметрична, то доминирует BIA, и из вида двумерного гамильтониана Дрессельхауза (1.7) следует, что

$$\vec{\Omega}_D = \frac{\beta}{\hbar} (k_x, -k_y) \quad (1.16)$$

В осях  $\hat{x}' \parallel [1\bar{1}0]$  и  $\hat{y}' \parallel [110]$  частоты прецессии имеют следующий вид:

$$\vec{\Omega}_R = \frac{\alpha}{\hbar} (k_{y'}, -k_{x'}); \quad \vec{\Omega}_D = \frac{\beta}{\hbar} (k_{y'}, k_{x'}). \quad (1.17)$$

Распределения эффективных магнитных полей в  $\mathbf{k}$ -пространстве представлены на рис. 1.1. Видно, что направления  $\vec{\Omega}_R$  и  $\vec{\Omega}_D$  различны для разных направлений волнового вектора, но их абсолютные значения изотропно распределены в  $\mathbf{k}$ -пространстве. В результате спиновые расщепления, вызванные SIA и BIA, имеют вид:

$$\Delta_{SIA} = 2\alpha k; \quad \Delta_{BIA} = 2\beta k. \quad (1.18)$$

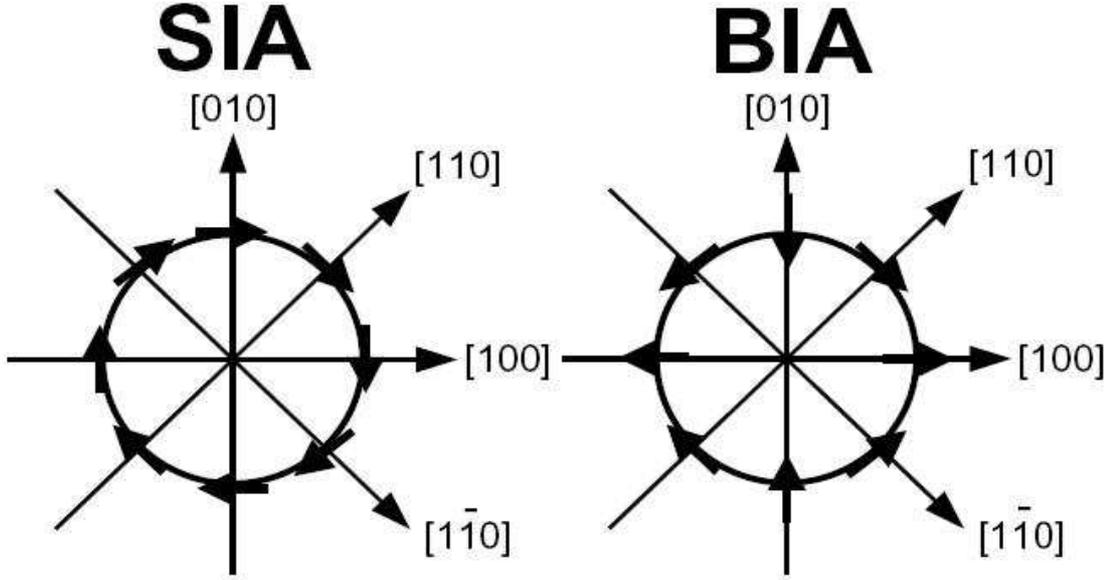


Рис. 1.1 Направления векторов  $\vec{\Omega}_R(\vec{k})$  (слева) и  $\vec{\Omega}_D(\vec{k})$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве. Знаки постоянных  $\alpha$  и  $\beta$  предполагаются положительными.

Однако если в структуре присутствуют оба типа асимметрии ( $\alpha\beta \neq 0$ ), то  $\Delta_{spin} \neq \Delta_{SIA} + \Delta_{BIA}$ . Из рис. 1.1 видно, что для направления  $[110]$  частоты прецессии сонаправлены, а для  $\mathbf{k} \parallel [1\bar{1}0]$  направлены в противоположные стороны. Поскольку спиновое расщепление определяется векторной суммой  $\vec{\Omega}_R$  и  $\vec{\Omega}_D$ , для некоторых направлений оно оказывается меньше, а для некоторых – больше, чем  $\Delta_{SIA} + \Delta_{BIA}$ . В результате такой "интерференции" спиновое расщепление становится анизотропным [42]:

$$\Delta_{spin} = 2k\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi_k}. \quad (1.19)$$

Угловая зависимость  $\vec{\Omega}(\vec{k})$  при отличных от нуля  $\alpha$  и  $\beta$  представлена на рис. 1.2. Особенно яркой интерференция SIA и BIA является при совпадающих по величине постоянных  $\alpha$  и  $\beta$ . В этом случае, как видно из (1.12), гамильтониан спин-орбитального взаимодействия имеет вид:

$$\hat{H}_{so}(\vec{k}) = 2\alpha\hat{\sigma}_x k_{y'}. \quad (1.20)$$

Частота спиновой прецессии  $\vec{\Omega}$  направлена в данном случае по (или против) одной и той же оси  $x'$  для электронов с любыми волновыми векторами:

$$\Omega_{x'}(\vec{k}) = \frac{2\alpha}{\hbar} k_{y'}, \quad \Omega_{y'}(\vec{k}) = 0. \quad (1.21)$$

Распределение  $\vec{\Omega}(\vec{k})$  в этом "вырожденном" случае изображено на рис. 1.2.

Кроме SIA и BIA – в двумерных полупроводниковых системах имеется ещё один источник снятия спинового вырождения. Это – интерфейсная инверсионная асимметрия (Interface Inversion Asymmetry, ИА), связанная с анизотропией химических связей на ин-

терфейсах квантовой ямы. Причина отсутствия центра инверсии за счёт ПА связана с низкой ( $C_{2v}$ ) симметрией одиночного интерфейса. Благодаря ПА возникает дополнительный линейный по  $k$  вклад в спиновое расщепление. В (001)-квантовых ямах он имеет тот же вид, что и  $\hat{H}_{BIA}$  [43]:

$$\hat{H}_{IA}(\vec{k}) = \beta_{IA} (\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \quad (1.22)$$

Постоянная  $\beta_{IA}$  определяется вероятностью найти электрон вблизи интерфейса, поэтому ПА-расщепление существенно в узких квантовых ямах. В работе [44] показано, что в некоторых гетероструктурах  $\beta_{IA}$  может быть сравнима с величиной  $\gamma \langle \hat{k}_z^2 \rangle$ .

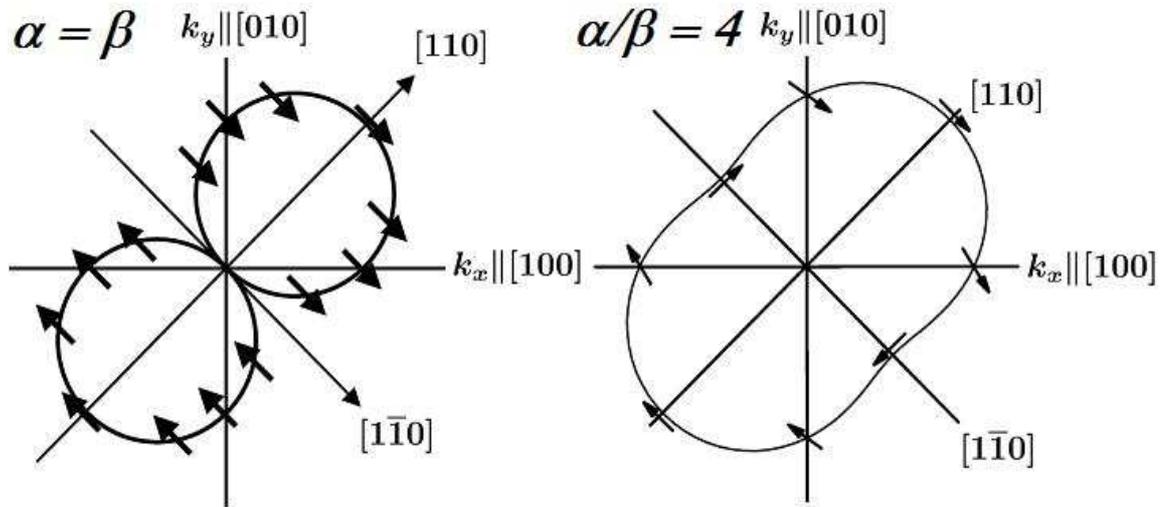


Рис. 1.2. Направление (стрелки) и величина (сплошные линии) частоты прецессии  $\vec{\Omega}(\vec{k})$  при отношении постоянных SIA и BIA  $\alpha = \beta > 0$  и  $\alpha/\beta=4$ .

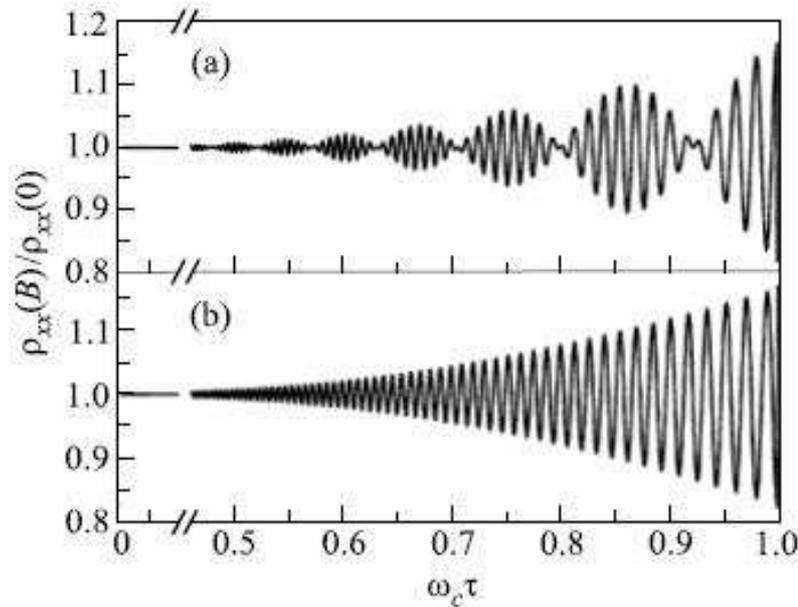


Рис. 1.3. Зависимость сопротивления  $\rho_{xx}$  от магнитного поля в режиме осцилляций Шубникова-де Гааза при наличии: (а) одного типа линейных слагаемых,  $E_F \tau / \hbar = 50$ ,  $\alpha k_F / \hbar = 3$ ; (б) обоих вкладов одинаковой интенсивности,  $E_F \tau / \hbar = 50$ . Здесь  $E_F$  – энергия Ферми,  $\omega_c$  – циклотронная частота,  $\tau$  – время релаксации импульса.

Термодинамические и кинетические коэффициенты: теплоёмкость, магнитная восприимчивость (эффект де Гааза-ван Альфена), продольная проводимость (эффект Шубникова-де Гааза) и т. д. осциллируют в магнитных полях при низких температурах в системах с вырожденным 2D электронным газом. Период этих осцилляций, как известно, связан с радиусом окружности Ферми. Такое поведение коэффициентов обусловлено появлением уровней Ландау, которые с ростом магнитного поля последовательно пересекают уровень Ферми. Квантовые явления очень чувствительны к тонкой структуре энергетического спектра носителей заряда, поэтому даже небольшие спиновые расщепления могут качественно поменять картину осцилляций. В 2D электронном газе со спиновым расщеплением в энергетическом спектре, где одновременно заполнены две окружности Ферми, могут наблюдаться осцилляции с двумя близкими периодами. При сложении таких осцилляций возникают модулированные осцилляции (биения), период которых, также как и положение нулей амплитуды, зависит от совместного вклада ВИА и SIA в спиновое расщепление в энергетическом спектре. Как показано в работе [45], разная интенсивность вкладов от ВИА и SIA приводит к биениям осцилляций Шубникова-де Гааза (ШдГ). Однако если оба вклада имеют одинаковую интенсивность, то осцилляции происходят только на одной частоте и биения исчезают (рис. 1.3), хотя линейные по  $\mathbf{k}$  слагаемые присутствуют в гамильтониане. Обычно в полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами вклад в спиновое расщепление, обусловленное SIA, в разы превышает вклад ВИА [28], вследствие чего последним часто пренебрегают. Из фурье-анализа биений осцилляций ШдГ можно определить значения фермиевских векторов в каждой из спиновых подзон и, зная закон дисперсии 2D электронов, константу спинового расщепления Рашбы  $\alpha$ .

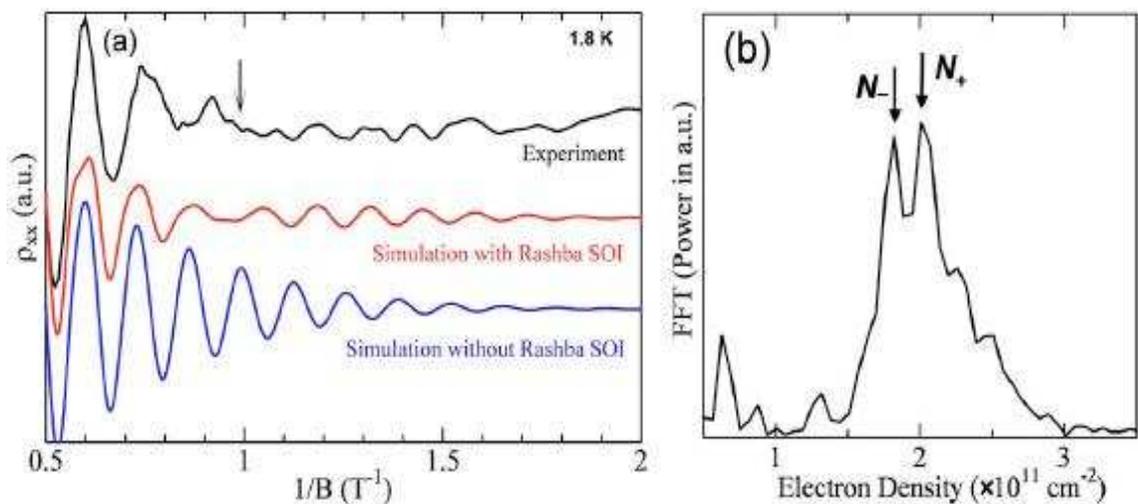


Рис. 1.4. (а) Осцилляции Шубникова-де Гааза в КЯ AlSb/InAs/AlSb в слабых магнитных полях при температуре 1.8 К [46]. Чёрная кривая соответствуют результатам эксперимента, красная и синяя кривые – моделированию без учёта и с учётом спинового расщепления Рашбы. Стрелкой отмечено положение узла биений. (б) Результаты фурье-анализа осцилляций ШдГ в интервале 0.15 - 4.0 T<sup>-1</sup>.

Биения осцилляций ШдГ в слабых магнитных полях в гетероструктурах InAs/AlSb наблюдались в нескольких работах [46-48]. В работе [46] исследовался магнитотранспорт в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 12.5 нм, окружённой слоями Al<sub>0.80</sub>Ga<sub>0.20</sub>Sb слева и справа от барьеров AlSb. Из фурье-анализа осцилляций ШдГ в магнитных полях менее 2 Т (рис. 1.4) были определены две близкие концентрации, которые были связаны с концентрациями 2D электронов в спиновых подзонах, расщеплённых из-за “встроенного” электрического поля доноров и 2D электронов.

Значение константы спинового расщепления Рашбы, определённое из сравнения результатов измерений и моделирования осцилляций ШдГ оказалось равным  $7.82 \cdot 10^{-9}$  эВ·см. Теоретическое значение, полученное из самосогласованного решения уравнений Пуассона и Шрёдингера, составило  $5.37 \cdot 10^{-9}$  эВ·см. Отметим, что при решении уравнения Шрёдингера, глубина квантовой ямы AlSb/InAs/AlSb ошибочно полагалась равной 1.3 эВ, в то время, как для электронов Г-долины зоны проводимости глубина квантовой ямы составляет более 2 эВ.

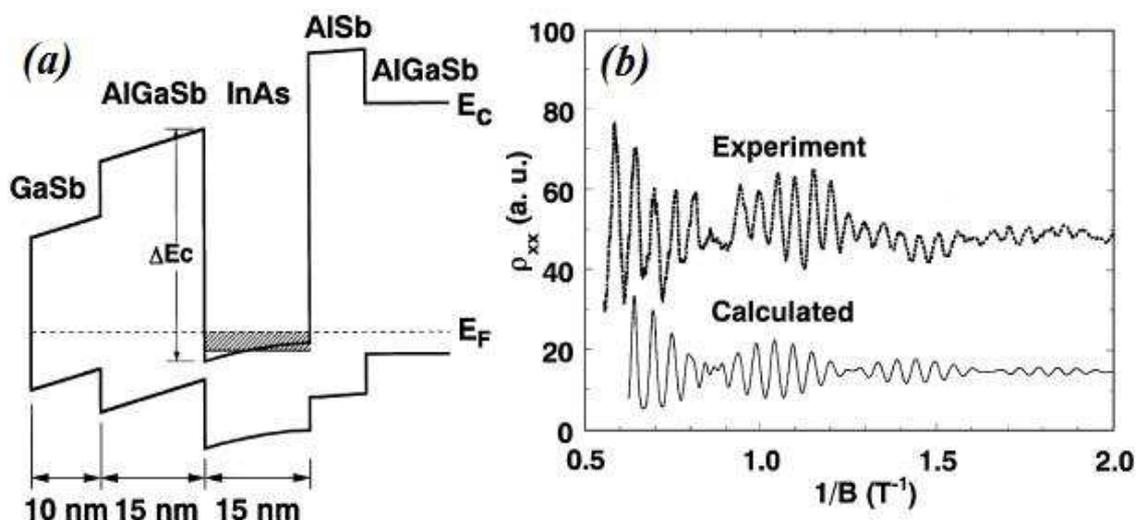


Рис. 1.5. (а) Зонная схема КЯ AlGaSb/InAs/AlSb (образцы А и В) [47]. (б) Осцилляции Шубникова-де Гааза в слабых магнитных полях при температуре 2 К. Верхняя и нижняя кривые соответствуют результатам эксперимента и моделирования с учётом спинового расщепления Рашбы.

В работе [47] для усиления структурной асимметрии вместо барьера AlSb, ближайшего к поверхности, использовался барьер AlGaSb (рис. 1.5). Определённые из моделирования осцилляций ШдГ значения констант спинового расщепления Рашбы, оказались равными  $2.8 \cdot 10^{-8}$  эВ·см и  $1.1 \cdot 10^{-8}$  эВ·см для образцов А и В с концентрацией 2D электронов  $8.4 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup> и  $9.0 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup> соответственно. Причины столь сильных расхождений в значениях спинового расщепления в номинально идентичных образцах А и В в работе [47] не раскрываются.

В работе [48] в квантовых ямах AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с одной заполненной подзоной размерного квантования при температуре 1.3 К наблюдались биения осцилляций ШдГ. Концентрация 2D электронов в КЯ изменялась напряжением на затворе. Величина спинового расщепления при нулевом напряжении на затворе ( $n_s = 1.2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ) при фермиевском волновом векторе  $\Delta(k_F)$ , определенная из разницы значений концентраций электронов в двух спиновых подзонах, составила 3.2 мэВ (образцы А и В), что соответствует константе спинового расщепления Рашбы  $5.83 \times 10^{-9} \text{ эВ} \cdot \text{см}$ . Константа спинового расщепления Рашбы  $\alpha$ , определенная для образцов А и В при различных напряжениях на затворе, оказалась практически независимой от концентрации 2D электронов. Для другого исследуемого в работе [48] образца С с меньшей концентрацией 2D электронов приводится вдвое меньшее значение величины расщепления  $\Delta(k_F)$ , чем для уже упоминавшихся образцов А и В.

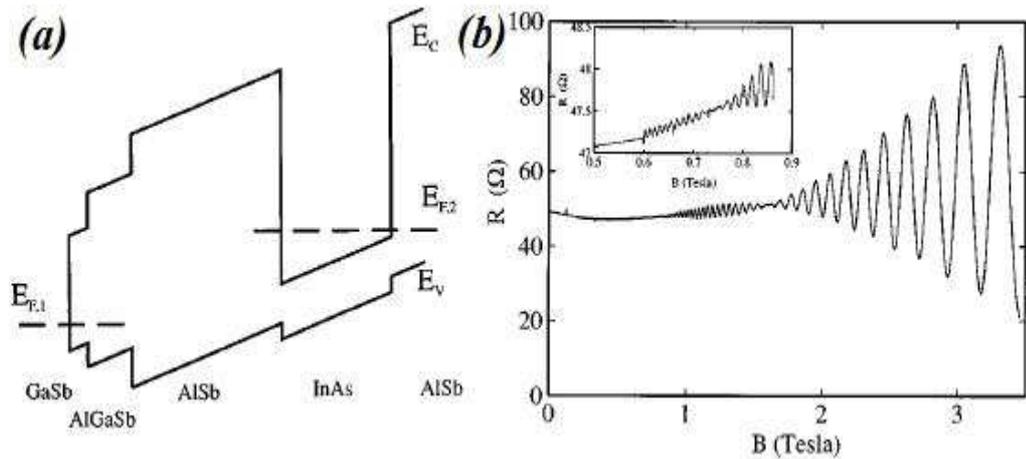


Рис. 1.6. (а) Зонная схема структуры AlSb/InAs/AlSb с приложенным положительным напряжением на затворе [48]. (б) Осцилляции ШдГ при температуре 1.3 К и напряжением на затворе 1 В. На вставке представлены биения осцилляций ШдГ в другом масштабе.

Во всех представленных работах [46-48], где наблюдались биения осцилляций Шубникова-де Гааза, связанные со спиновым расщеплением спектра, при определении константы спинового расщепления Рашбы  $\alpha$  полностью игнорировались эффекты, связанные с непараболичностью зоны проводимости InAs. Отметим что, величина спин-орбитального расщепления спектра 2D электронов определяется не только “встроенным” электрическим полем и параметрами структуры, но и видом граничных условий для огибающих волновых функций. Результатов самосогласованных расчётов в приближении Хартри спинового расщепления в гетероструктурах InAs/AlSb в нулевом магнитном поле с учётом эффектов непараболичности и деформации, вызванных рассогласованием параметров решётки в InAs и AlSb при различной концентрации 2D электронов (см. **Главу 2**), до настоящего момента в литературе представлено не было.

В **Главе 2** настоящей диссертации представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований спинового расщепления Рашбы в гетероструктурах InAs/AlSb. С использованием 8-зонного кр гамильтониана выполнены расчёты константы спинового расщепления Рашбы на уровне Ферми и на дне подзон размерного квантования. Из фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых магнитных полях определены значения концентраций 2D электронов в спиновых подзонах и константы Рашбы на уровне Ферми.

## 1.2. Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.

Под термином остаточная фотопроводимость (ОФП) понимается явление длительного изменения проводимости материала после воздействия на него светом. Если проводимость образца увеличивается после подсветки, то говорят о положительной ОФП, если уменьшается – об отрицательной. Традиционным проявлением ОФП является увеличение/уменьшение концентрации носителей заряда, связанное с пространственным разделением заряда при освещении структур электромагнитным излучением с определённой длиной волны. Таким образом, в 2D системах с ярко выраженной остаточной фотопроводимостью возникает принципиальная возможность управления “встроенным” электрическим полем и, соответственно, спиновым расщеплением спектра в нулевом магнитном поле с помощью света, что является актуальным для создания различных приборов спинтроники.

Остаточная фотопроводимость наблюдалась в самых различных полупроводниковых системах: гетероструктурах  $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x/\text{Si}$  с квантовыми ямами [49], кристаллах  $\text{ZnCdSe}$  [50], плёнках  $\text{GaN}$  [51] и т. д. Одной из наиболее изученных 2D электронных систем, в которых проявляется ОФП, является гетеропереход  $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ . Первые исследования ОФП в данной системе были выполнены в работе [52], в которой наблюдалось возрастание 2D концентрации носителей от  $1,1 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  до  $1,6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  при гелиевых температурах при освещении структур светом. В гетероструктурах  $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  с квантовыми ямами наблюдалась отрицательная ОФП [53]. Эффект связывался с генерацией электронно-дырочных пар, возникающих при подсветке с энергией, превышающей ширину запрещенной зоны  $\text{AlGaAs}$ . Фотовозбуждённые электроны захватываются ионизованными мелкими донорами в  $\text{AlGaAs}$ , а дырки во “встроенном” поле движутся по направлению к КЯ, где рекомбинируют с 2D электронами. В результате концентрация 2D электронов в системе уменьшается.

Как отмечалось во **Введении**, уникальной особенностью гетероструктур  $\text{InAs}/\text{AlSb}$  является выраженная биполярность остаточной фотопроводимости, которая может быть как положительной [25, 29, 30, 54], так и отрицательной [22, 29-31], причём оба эти эффекта сильны. Концентрация 2D электронов в данных структурах может обратимым образом изменяться более чем в 10 раз в зависимости от длины волны излучения, освещающего образец [55]. Исследования ОФП в гетероструктурах  $\text{InAs}/\text{AlSb}$  впервые были проведены в работе [22], где изучались структуры с КЯ  $\text{InAs}$  шириной 12 нм с концентрацией  $1,25 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью  $25000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  при комнатной температуре. Было обнаружено, что, в отличие от широко изучавшихся структур  $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ , подсветка зелёным

светодиодом при низких температурах приводит не к возрастанию, а к уменьшению концентрации 2D электронов (от  $8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до  $2,5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ). Изменения концентрации сохранялись вплоть до  $T = 100 \text{ К}$ , при более высоких температурах эффект исчезал.

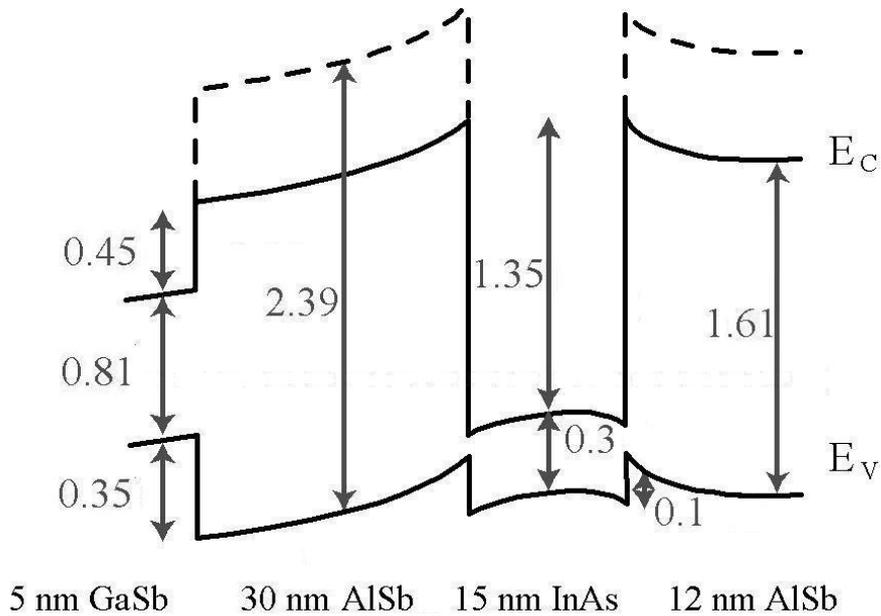


Рис. 1.7. Зонная схема гетероструктур InAs/AlSb. Пунктирной линией показано положение  $\Gamma$ -долины в зоне проводимости AlSb. Стрелками показаны энергии в эВ.

Дальнейшие исследования остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb продемонстрировали, что положительная ОФП наблюдается при возбуждении гетероструктур инфракрасным излучением, это связывалось с фотоионизацией глубоких донорных центров, находящихся в барьерах AlSb (рис. 1.7). Фотовозбужденные электроны захватываются квантовой ямой InAs, увеличивая тем самым концентрацию 2D электронов, которая сохраняется практически неизменной в течение многих часов вплоть до отогрева образца. Отрицательная ОФП связывалась с межзонным возбуждением электрон-дырочных пар, сначала в покрывающем слое GaSb, а затем и в барьере AlSb. Фотовозбужденные электроны захватываются ионизованными донорами, а дырки дрейфуют в барьерах AlSb под действием “встроенного” электрического поля к интерфейсу AlSb/InAs, где рекомбинируют с электронами из квантовой ямы InAs, уменьшая тем самым концентрацию 2D электронов.

Спектральные исследования ОФП в гетероструктурах InAs/AlSb при  $T = 4.2 \text{ К}$  были выполнены в работах [29, 30, 56]. При подсветке излучением 0.6-1.2 эВ наблюдалась положительная ОФП, связанная с фотоионизацией глубоких доноров. В коротковолновой области наблюдалась отрицательная ОФП, связанная с межзонной генерацией электрон-дырочных пар с последующим разделением электронов и дырок “встроенным” электрическим полем, захватом электронов на ионизированные доноры и рекомбинацией ды-

рок с 2D электронами в InAs. При энергиях свыше 3.2 эВ обнаружено резкое падение отрицательной ОФП [30, 56], связываемое с фотоионизацией глубоких доноров в AlSb за счёт переходов электронов в вышележащую над зоной проводимости энергетическую зону. Поскольку в этом случае процессы генерации электронов значительно преобладают над процессами рекомбинации, то это приводит к быстрому установлению большей “равновесной” концентрации, что, в свою очередь, означает уменьшение сопротивления.

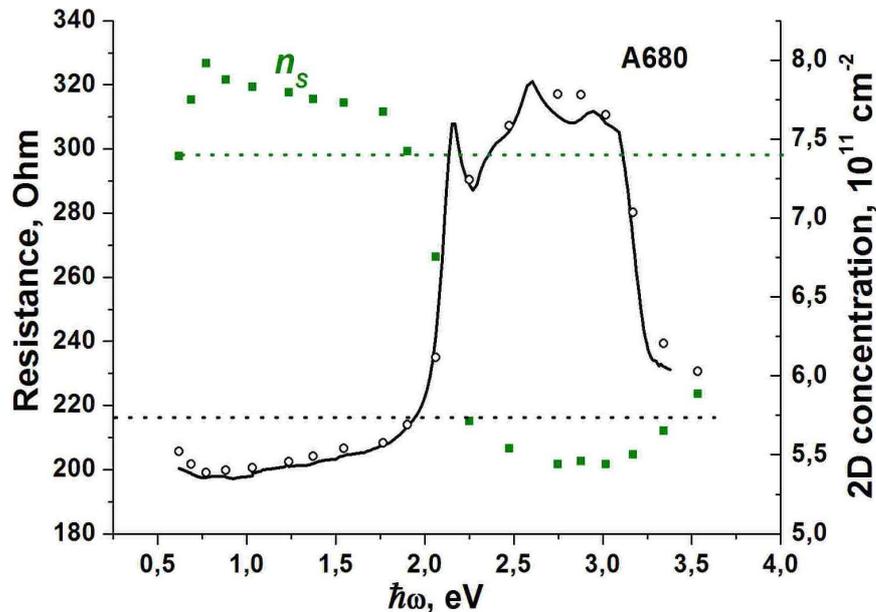


Рис. 1.8. Зависимость концентрации 2D электронов от энергии фотонов и спектр ОФП номинально нелегированного образца A680 [56].

Проведенные измерения эффекта Холла показали, что имеется полная корреляция спектральных зависимостей сопротивления образцов и концентрации 2D электронов, т. е. в области положительной ОФП наблюдается рост концентрации по сравнению с темновым значением, а в области отрицательной ОФП, соответственно, ее уменьшение. На рис. 1.8 представлены спектральные зависимости сопротивления образца A680 и концентрации 2D электронов [56]. Сплошные кривые получены при постоянно включенной подсветке и непрерывной развертке длины волны излучения (от больших энергий квантов к меньшим), точки соответствуют остаточным (после выключения подсветки) значениям сопротивления, полученным при последовательном увеличении энергии квантов подсветки. Горизонтальные точечные линии соответствуют темновым (после охлаждения до первого включения подсветки) значениям концентрации 2D электронов и сопротивления образца. Как видно из рис. 1.8, концентрация 2D электронов уменьшается в области отрицательной ОФП примерно в 1.5 раза по сравнению с темновым значением.

В работе [56] также было продемонстрировано, что *отрицательная ОФП* в гетероструктурах InAs/AlSb обусловлена захватом фотовозбужденных электронов в основном *поверхностными донорами* в покрывающем слое GaSb. На рис. 1.9 представлены спектры

ОФП в номинально нелегированных образцах B1532, B1534 и B1535 [56], в которых поверхность слоя GaSb был нанесен покрывающий слой InAs. Как и на рис. 1.8, в длинноволновой области спектра присутствует положительная ОФП, однако в отличие от образца A680, у которого в коротковолновой области спектра наблюдается также и сильная отрицательная ОФП, в образцах B1532, B1534 и B1535 отрицательная фотопроводимость выражена очень слабо. Это указывает на важную роль поверхностных доноров в покрывающем слое GaSb как “поставщиков” 2D электронов в КЯ InAs. В работе [57] было показано, что концентрация 2D электронов *падает* с ростом толщины верхнего (ближайшего к поверхности) барьера AlSb, что также указывает на существенный вклад поверхностных доноров в GaSb. Кроме этого, в работе [58] было продемонстрировано, что такие доноры существуют и дают заметный вклад в концентрацию 2D электронов только при наличии покрывающего слоя GaSb (в отличие от покрывающего слоя InAs).

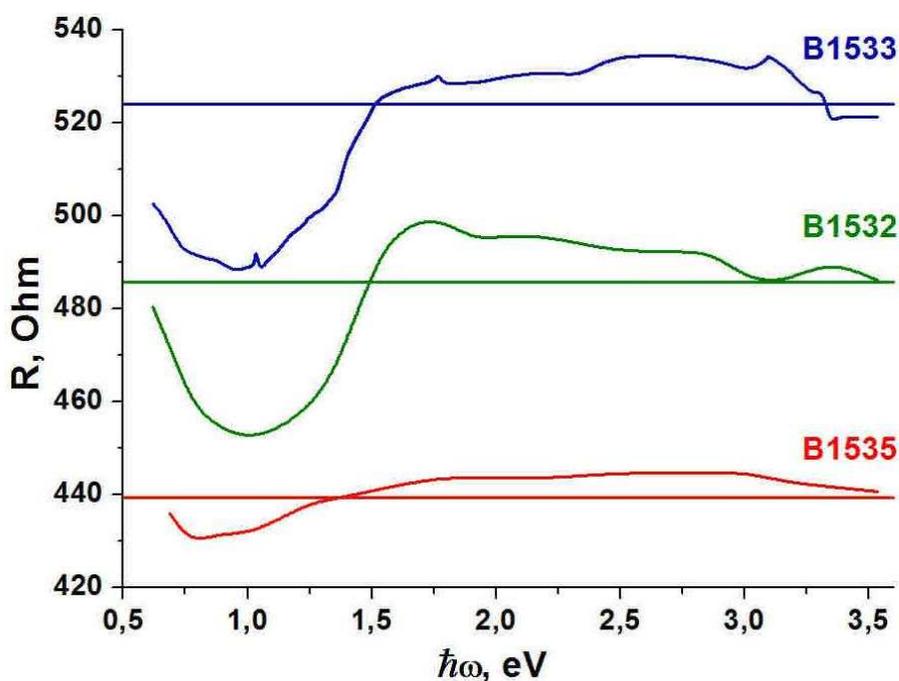


Рис. 1.9. Спектры ОФП номинально нелегированных гетероструктур InAs/AlSb (образцы B1532, B1534 и B1535) [56]. Горизонтальными точечными линиями показаны темновые значения сопротивлений образцов.

В **Главе 2** настоящей диссертации с помощью исследований ОФП в образцах с двойными квантовыми ямами и покрывающим слоем GaSb будет прямым образом продемонстрирована асимметрия “встроенного” электрического поля в гетероструктурах InAs/AlSb, связанная с *поверхностными донорами* покрывающего слоя GaSb, но уже в условиях *положительной ОФП* (при энергиях квантов подсветки меньше 1.7 эВ).

### 1.3. Обменное усиление $g$ -фактора в двумерном электронном газе.

При приложении внешнего магнитного поля, ориентированного перпендикулярно плоскости 2D системы, движение электронов в плоскости системы квантуется. Дискретный характер плотности состояний в магнитном поле приводит к частичному подавлению экранирования электрон-электронного взаимодействия и формированию многочастичных состояний кулоновской природы, не имеющих аналогов в трёхмерных системах: лафлинговских несжимаемых жидкостей, системы композитных фермионов, холловского ферромагнетика, вигнеровского кристалла, а также целого ряда экзотических фаз в системах с пространственным разделением зарядов [59]. Как уже отмечалось во **Введении**, “многочастичные” спин-зависимые явления в полупроводниковых гетероструктурах, обусловленных кулоновским взаимодействием 2D носителей зарядов, удобно разделять на “магнитотранспортные” и “магнитооптические”.

Большинство коллективных “магнитотранспортных” спин-зависимых явлений в 2D полупроводниковых системах определяются основным состоянием 2D электронного газа в магнитном поле, т. е. спектром квазичастиц, перенормированным кулоновским взаимодействием. Отметим, что многие вопросы об устройстве основного состояния 2D электронной системы в режимах целочисленного [60] и дробного [61] квантового эффекта Холла (КЭХ) продолжают оставаться открытыми и спустя три десятилетия после открытия этих явлений. Например, в настоящее время существенные усилия исследователей направлены на изучение необычного состояния дробного КЭХ при факторе заполнения уровней Ландау  $5/2$  [62], для которого теоретически предсказана возможность существования элементарных возбуждений, обладающих неабелевой статистикой [63, 64].

Исследование магнитотранспорта в режиме КЭХ в сильных магнитных полях позволяет определять величину эффективного  $g$ -фактора, который характеризует зеемановское расщепление на уровне Ферми в спектре квазичастиц. Значения  $g$ -фактора, полученного таким образом, могут значительно отличаться как от величины  $g$ -фактора, для свободных электронов, так и от соответствующей величины в объемном материале. Этот эффект впервые был обнаружен в 1968 г. Фангом и Стайлзом [65], которые исследовали магнитотранспорт 2D электронного газа в кремниевых МОП-структурах в наклонных магнитных полях. Метод совпадений (“coincidence method”), предложенный в работе [65], основан на предположении, что в наклонных магнитных полях орбитальное квантование Ландау, характеризуемое эффективной массой  $m^*$ , определяется нормальной компонентой магнитного поля, в то время, как зеемановское расщепление, характеризуемое эффективным  $g$ -фактором  $g^*$ , определяется полной величиной магнитного поля. Изменение угла на-

клона магнитного поля позволяет контролировать отношение энергии зеемановского расщепления к энергии орбитального квантования Ландау в спектре квазичастиц. При некоторых значениях углов это отношение принимает целочисленные значения, в результате энергия двух разных уровней Ландау совпадает. Если это происходит на уровне Ферми, то два пика осцилляций ШдГ, соответствующие вкладам двух уровней Ландау, также совпадают. Таким образом, анализируя зеемановское расщепление осцилляций ШдГ в наклонных магнитных полях методом совпадений, можно определять значения произведения  $m^* g^*$  для квазичастиц. Определяя массу квазичастиц  $m^*$  из температурной зависимости амплитуды осцилляций ШдГ, Фанг и Стайлз получили значения  $g^*$  ( $3.25 \div 2.47$ ), превышающие значение в массивном образе  $g \approx 2$ . В работе [8] наблюдаемое увеличение “магнитотранспортного”  $g$ -фактора впервые было связано с обменным взаимодействием электронов. В работе [9] Андо и Уемура впервые продемонстрировали, что  $g$ -фактор должен быть осциллирующей функцией заполнения уровней Ландау.

Осциллирующее поведение  $g$ -фактора квазичастиц Андо и Уемура связали с осцилляцией уровня Ферми в магнитном поле. Если в заданном магнитном поле заполнено нечётное число уровней Ландау, плотности состояний которых не перекрываются, то уровень Ферми лежит посередине между уровнями Ландау  $(N, \uparrow)$  и  $(N, \downarrow)$ , при этом разность в числе электронов с противоположными спинами становится максимальной. В соответствии с принципом Паули (антисимметрии полной волновой функции системы по отношению к перестановке двух частиц) электроны с одним направлением спина не дают вклада в обменную поправку к энергии уровня Ландау с противоположно направленным спином. Поскольку обменные поправки к уровням Ландау в ферми-системе являются отрицательными, то разность в числе электронов с противоположными спинами приводит к увеличению расщепления уровней  $(N, \uparrow)$  и  $(N, \downarrow)$ , которое становится максимальным при нечётных факторах заполнения, в результате  $g$ -фактор квазичастиц принимает максимальное значение. Если уровень Ферми лежит посередине между состояниями  $(N, \downarrow)$  и  $(N + 1, \uparrow)$ , что соответствует четным значениям фактора заполнения, то количество электронов с противоположными спинами одинаково, и  $g$ -фактор принимает минимальное значение. Таким образом, при изменении фактора заполнения уровней Ландау  $g$ -фактор квазичастиц должен осциллировать (рис. 1.10). Измерения  $g$ -фактора в 2D электронном газе в инверсионных слоях кремния, сделанные в работах [66-69] показывают, что возрастание  $g$ -фактора действительно вызвано обменными эффектами, а в работе [69] впервые продемонстрирована его осциллирующая зависимость от концентрации 2D электронов.

В большинстве экспериментальных работ, посвящённых обменному усилению  $g$ -фактора в различных двумерных системах, так же, как и в работах [65-69], используется

метод совпадений, в связи с чем, необходимо сделать несколько замечаний относительно его применимости. Отметим, что величины обменных поправок в наклонных магнитных полях определяются одночастичными волновыми функциями, которые, вообще говоря, зависят как от параллельной, так и от перпендикулярной компоненты магнитного поля. Поскольку величина перенормировки массы и  $g$ -фактора квазичастиц определяется обменными поправками к энергии уровней Ландау, которые в свою очередь зависят от обеих компонент магнитного поля, значения  $m^*$  и  $g^*$  при различных углах наклона магнитного поля будут отличаться. Поэтому применимость и достоверность результатов, полученных методом совпадений, должны обсуждаться в каждом отдельном случае. Несмотря на это, данный метод широко используется для определения значений  $g$ -фактора квазичастиц и часто даёт физически разумные результаты в 2D системах на основе CdTe, GaAs, AlAs [70-74] с параболическим законом дисперсии.

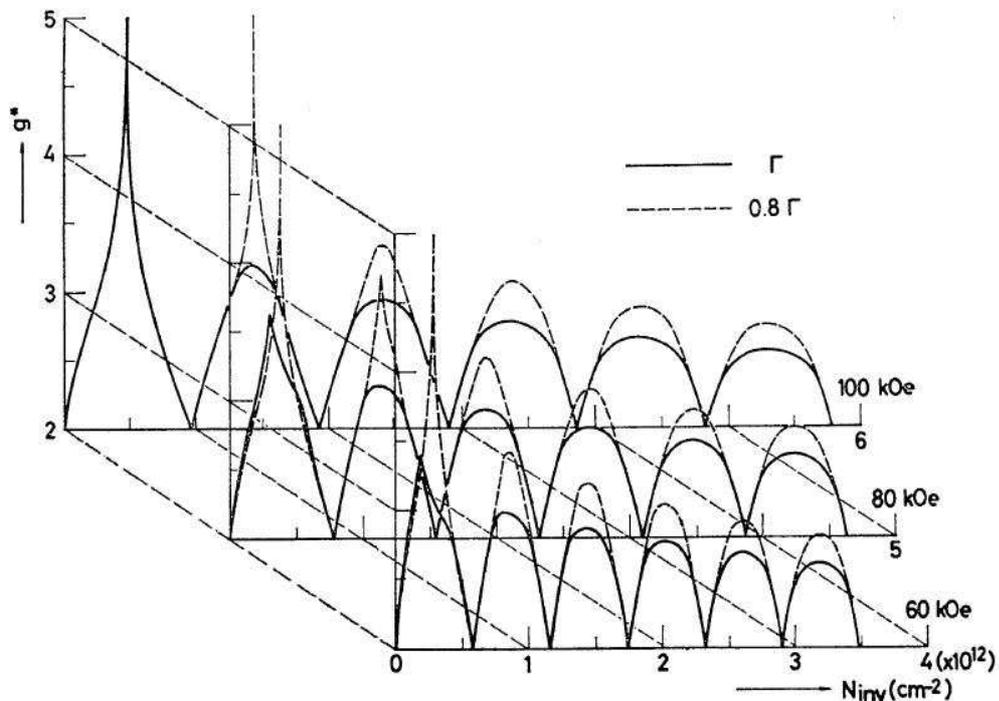


Рис. 1.10. Осцилляции  $g$ -фактора квазичастиц на уровне Ферми в зависимости от концентрации 2D электронов при различных напряженностях магнитного поля [9].

В настоящее время существует несколько методов для исследования  $g$ -фактора квазичастиц в перпендикулярных магнитных полях, позволяющих не использовать противоречивые допущения, заложенные в основу метода совпадений. В работе [75] анализ зеемановского расщепления осцилляций ШдГ в перпендикулярном магнитном поле при различных значениях температуры и приложенного гидростатического давления, позволил определить значения зеемановского расщепления на уровне Ферми при нечётных факторах заполнения уровней Ландау. Полученные значения зеемановского расщепления в

спектре квазичастиц находились в хорошем согласии с результатами расчётов, выполненных на основе теории Андо и Уемура (рис. 1.11).

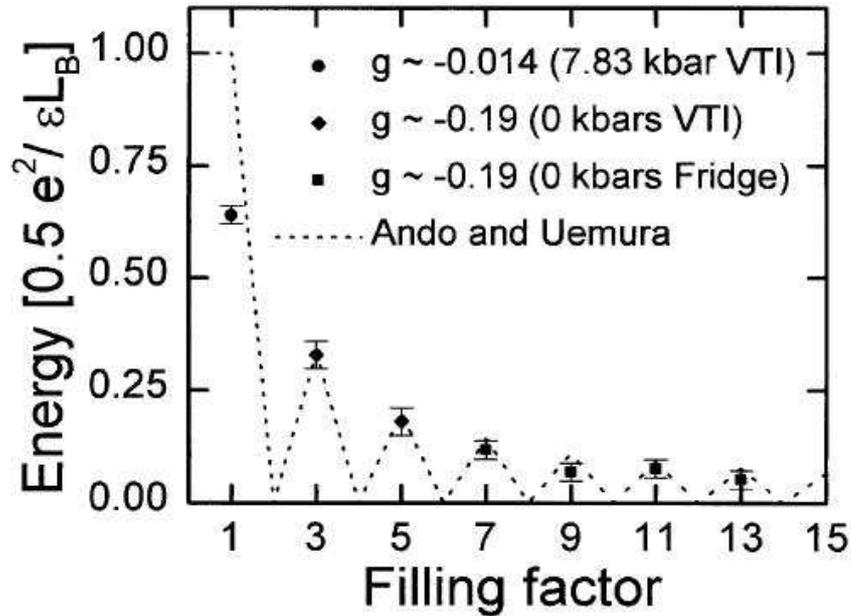


Рис. 1.11. Спиновое расщепление при нечётных факторах заполнения уровней Ландау в КЯ AlGaAs/GaAs/AlGaAs шириной 8.2 нм [75].

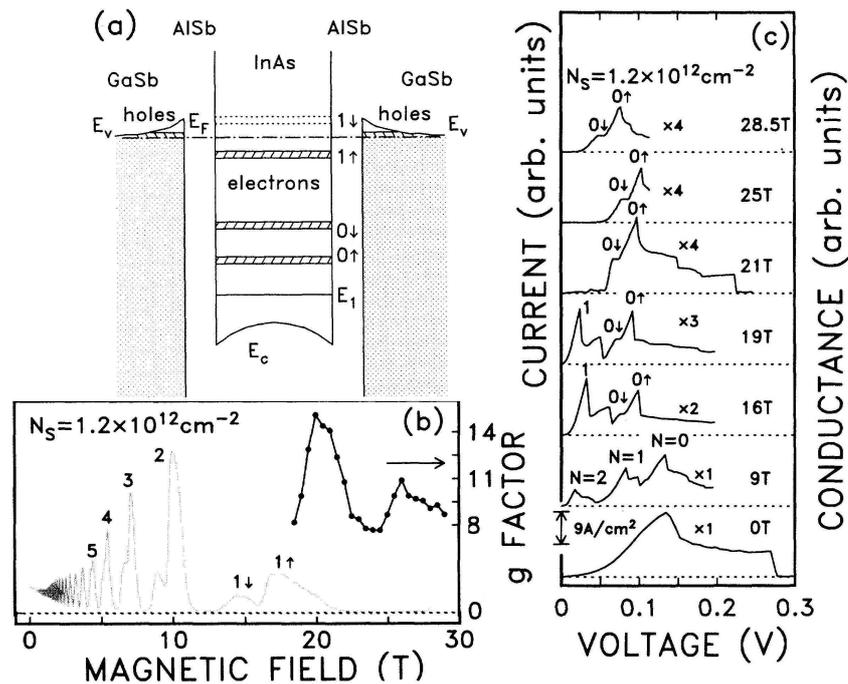


Рис. 1.12. (a) Зонная схема гетероструктур GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb в перпендикулярном магнитном поле. Штрихпунктирная линия соответствует положению уровня Ферми [77]. (b) Осцилляции кондуктанса (слева) и значения g-фактора квазичастиц (справа), определённые из анализа вольтамперных характеристик в магнитном поле. (c) Вольт-амперные характеристики при различных значениях магнитного поля.

Исследование резонансно-туннельного тока через гетероструктуру с 2D электронным газом, помещённую в перпендикулярное магнитное поле, позволяет напрямую определять величину зеемановского расщепления на уровне Ферми и значения g-фактора ква-

зичастиц [76, 77]. В сильных магнитных полях плотности состояний соседних уровней Ландау в квантовой яме, помещённой между двумя барьерами, не перекрываются. Если при изменении магнитного поля уровень Ландау пересекает уровень Ферми, что соответствует максимальному значению плотности состояний на уровне Ферми, то туннельный ток через гетероструктуру также достигает своего максимального значения. При увеличении магнитного поля уровень Ферми оказывается между уровнями Ландау, в результате плотность состояний на уровне Ферми и туннельный ток через гетероструктуру обращаются в нуль. Анализируя положения максимумов туннельного тока в заданном магнитном поле, можно определить величину спинового расщепления уровней Ландау (рис. 1.12). В работе [77] с помощью методов резонансно-туннельной спектроскопии в магнитных полях до 30 Т при температуре 1.4 К изучалось обменное усиление  $g$ -фактора 2D электронов в гетероструктуре GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb. Толщина слоёв AlSb и InAs в исследуемой гетероструктуре составляла 4 и 15 нм соответственно. Из осцилляций кондактанса в магнитном поле определялась концентрация 2D электронного газа в гетероструктуре. В образце с концентрацией 2D электронов ( $n_s = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ) были обнаружены два пика осцилляций  $g$ -фактора электронов. Первый пик с максимальным значением  $g$ -фактора 15 наблюдался в магнитном поле, соответствующем фактору заполнения уровней Ландау равным 3, и был связан авторами с проявлением обменного взаимодействия. Вторым пиком с максимальным значением  $g$ -фактора равным 11 наблюдался в магнитном поле, соответствующем фактору заполнения уровней Ландау равным 2. Природа данного пика при чётных факторах заполнения осталась невыясненной.

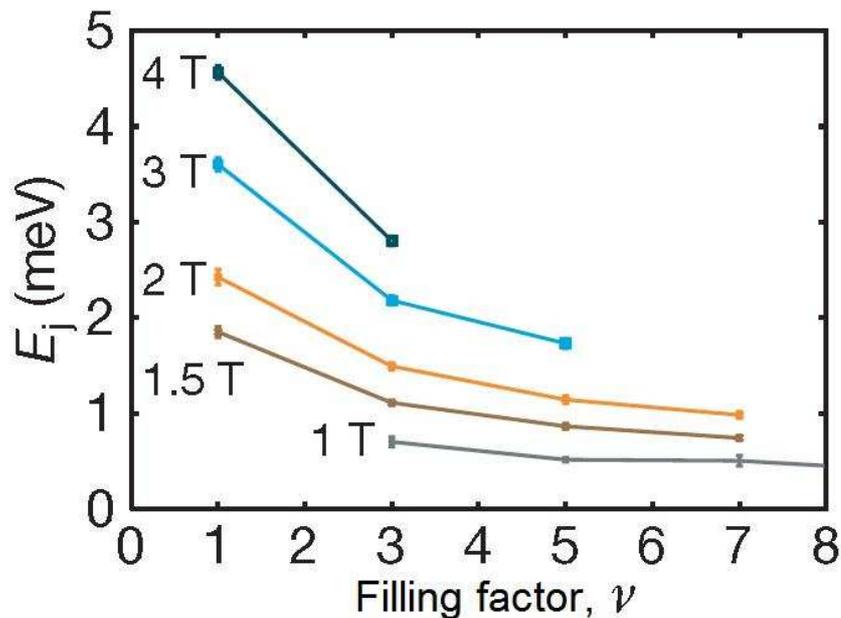


Рис. 1.13. Обменное усиление спинового расщепления на уровне Ферми в КЯ AlGaAs/GaAs/AlGaAs шириной 17.5 нм при нечетных факторах заполнения уровней Ландау и различных значениях магнитного поля [79].

Другой способ исследования обменного усиления  $g$ -фактора 2D электронного газа основан на емкостной спектроскопии [78, 79]. Емкостная спектроскопия уровней Ландау в 2D системе позволяет исследовать не только спиновое расщепление в спектре квазичастиц на уровне Ферми, но плотность состояний, времена жизни квазичастиц, а также спиновые расщепления уровней Ландау, лежащих ниже поверхности Ферми, в режиме КЭХ [79]. На рис. 1.13 представлены результаты экспериментального исследования обменного усиления зеемановского расщепления на уровне Ферми в КЯ AlGaAs/GaAs/AlGaAs, выполненные в работе [79]. Наблюдаемое уменьшение зеемановского расщепления с возрастанием фактора заполнения уровней Ландау в фиксированном магнитном поле находится в согласии с предсказанием теории Андо и Уемура.

В большинстве работ расчёты обменного усиления  $g$ -фактора в различных 2D системах, выполненные для интерпретации магнитотранспортных экспериментов, были основаны на работе [9]. Отметим, что помимо работы Андо и Уемура теоретическое исследование обменного усиления  $g$ -фактора представлено в работах [80-82]. Авторы работы [80] добавили в свою модель взаимодействие с акустическими и пьезоэлектрическими фонами, что позволило проводить вычисления  $g$ -фактора квазичастиц и плотности состояний на уровнях Ландау при ненулевой температуре. В работе [81] методом Монте-Карло с использованием пробных волновых функций Лафлина [83], рассчитывалась энергия основного состояния и обменное усиление  $g$ -фактора 2D электронного газа в условиях дробного фактора заполнения уровней Ландау. В работе [82] исследовалось влияние обменного взаимодействия на спиновое расщепление уровней Ландау в квантующих магнитных полях в 2D электронном газе со спин-орбитальным расщеплением Рашбы (обусловленным SIA). Во всех работах [8, 9, 80-82] в качестве одностичного оператора кинетической энергии использовался гамильтониан  $2 \times 2$ , содержащий два феноменологических параметра – эффективную массу и  $g$ -фактор носителей заряда. Отметим, что таким гамильтонианом хорошо описываются одноэлектронные состояния только в гетероструктурах с параболическим законом дисперсии в подзонах размерного квантования. В гетероструктурах на основе узкозонных полупроводников с 2D электронным газом, таких как КЯ AlSb/InAs/AlSb, закон дисперсии в подзонах размерного квантования характеризуется сильной непараболическостью (рис. 1.14). Одноэлектронные состояния в узкозонных гетероструктурах, как правило, хорошо описываются 8-зонным  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтонианом [16, 21, 27, 32, 34], в котором  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  взаимодействие зоны проводимости, зон легких и тяжёлых дырок, а также спин-отщеплённой зоны учитываются точно, а взаимодействие с другими более удаленными зонами учитывается по теории возмущений. Это позволяет корректно описывать влияние непараболическости, упругой деформации и спин-орбитального взаимо-

действия на энергетический спектр электронных состояний. Расчёты обменного усиления g-фактора 2D электронов в узкозонных квантовых ямах на основе 8-зонным  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, до настоящего времени не проводились.

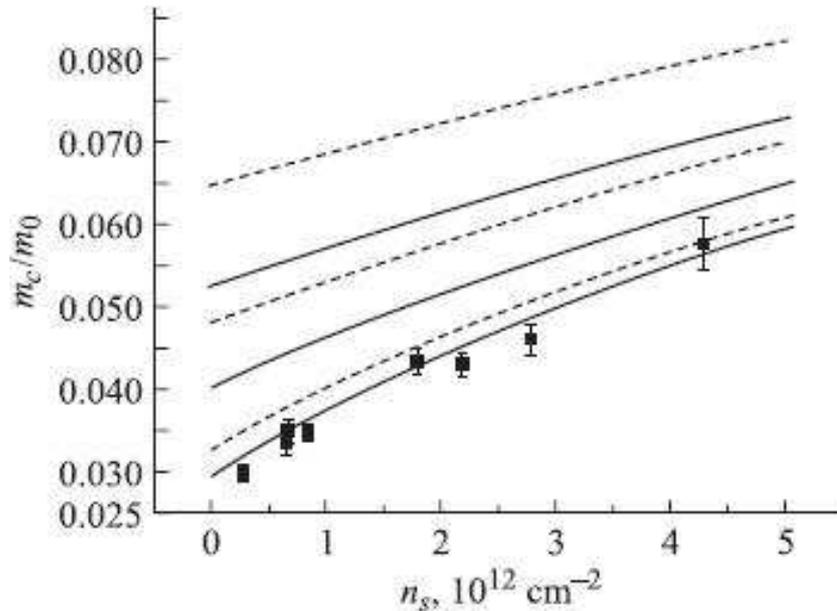


Рис. 1.14. Зависимость циклотронной массы от концентрации: теоретический расчёт для первых трёх подзон размерного квантования AlSb/InAs/AlSb шириной 20.5 нм (сплошная линия), 15 нм (штриховая линия) и эксперимент (точки) [21].

Экспериментальное исследование обменного усиления g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb, помимо работы [77], проводилось также в работах [14-16, 26]. В работе [14] для определения эффективных значений g-фактора из анализа осцилляций ШДГ в наклонных магнитных полях использовался метод совпадений. Как было отмечено выше, энергетический спектр в узкозонных гетероструктурах описывается 8-зонным  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтонианом, 8-компонентные волновые функции которого перемешивают движение в плоскости и движение в направлении, перпендикулярном квантовой яме. Это означает, что в наклонных магнитных полях орбитальное квантование Ландау и зеемановское расщепление в спектре квазичастиц, которые будут определяться *обеими компонентами* магнитного поля, нельзя охарактеризовать только двумя феноменологическими параметрами  $m^*$  и  $g^*$ . Таким образом, главное предположение, положенное в основу метода совпадений, в узкозонных полупроводниках нарушается. Поэтому результаты измерений обменного усиления g-фактора, полученные в работе [14] в диссертации рассматриваться не будут.

В работе [15] исследовались осцилляции ШДГ в перпендикулярном магнитном поле, величина усиленного g-фактора оценивалась исходя из соотношения:

$$g^* = 2(B_1 m_0 / B_2 m^*), \quad (1.23)$$

где  $B_2$  – магнитном поле, в котором появляется зеемановское расщепление осцилляций,  $B_1$  – магнитное поле, в котором возникают осцилляции ШДГ, а  $m^*$  – эффективная масса

электронов на уровне Ферми. Результаты экспериментального исследования обменного усиления  $g$ -фактора в образцах с различной концентрацией 2D электронов представлены при различных значениях магнитного поля на рис. 1.15. Как признаются сами авторы [15] недостатком данного метода определения  $g$ -фактора является то, что значения  $B_1$  и  $B_2$  не могут быть определены с высокой точностью. Кроме этого, выражение (1.23) не учитывает эффектов непараболичности зоны проводимости InAs и возможной зависимости ширины плотности состояний на уровне Ландау от магнитного поля и номера уровня Ландау.

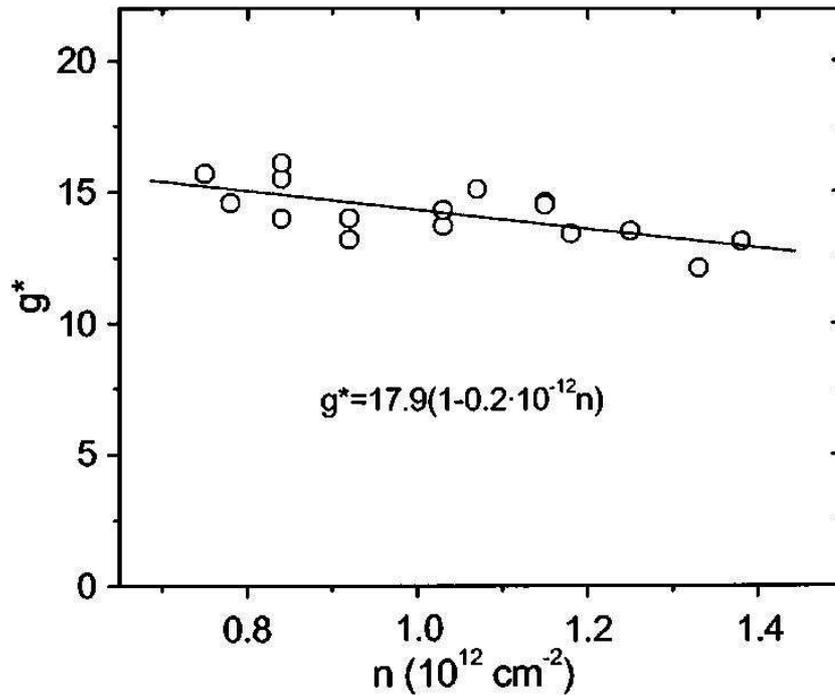


Рис. 1.15. Эффективные значения  $g$ -фактора в образцах КЯ AlSb/InAs/AlSb с различной концентрацией 2D электронов при различных значениях магнитного поля [15].

В работе [15] для определения  $g$ -фактора квазичастиц использовался также и другой подход – измерение температурных зависимостей продольного сопротивления в минимумах (по магнитному полю) осцилляций ШдГ, соответствующих нечётным факторам заполнения, где величина обменного усиления должна быть максимальной. Полагалось, что  $R_{xx} \sim \exp(-\Delta/k_B T)$ , где  $\Delta = |g^*| \mu_B B$  – энергия спинового расщепления уровней Ландау,  $\mu_B$  – магнетон Бора,  $T$  – температура,  $k_B$  – постоянная Больцмана. Однако полученные значения  $|g^*|$  оказались существенно меньшими, чем при использовании первого методами, что может быть связано со значительным перекрытием плотностей состояний спин расщеплённых уровней Ландау. Для определения значений  $g$ -фактора из анализа зеемановского расщепления осцилляций ШдГ в перпендикулярном магнитном поле в работе [26] использовалось простое выражение для энергии уровней Ландау, не учитывающее сильной непараболичности в подзонах размерного квантования в гетероструктурах InAs/AlSb. Это приводило к гигантским осцилляциям  $g$ -фактора как функции магнитного поля

(рис. 1.16). Использование результатов численных расчётов уровней Ландау, полученных в приближении Хартри с использованием 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, позволило избежать нефизических осцилляций  $g$ -фактора квазичастиц [16] и получить значения в окрестности нечётных факторов заполнения уровней Ландау, согласующиеся по порядку величины с экспериментальными данными из работы [15].

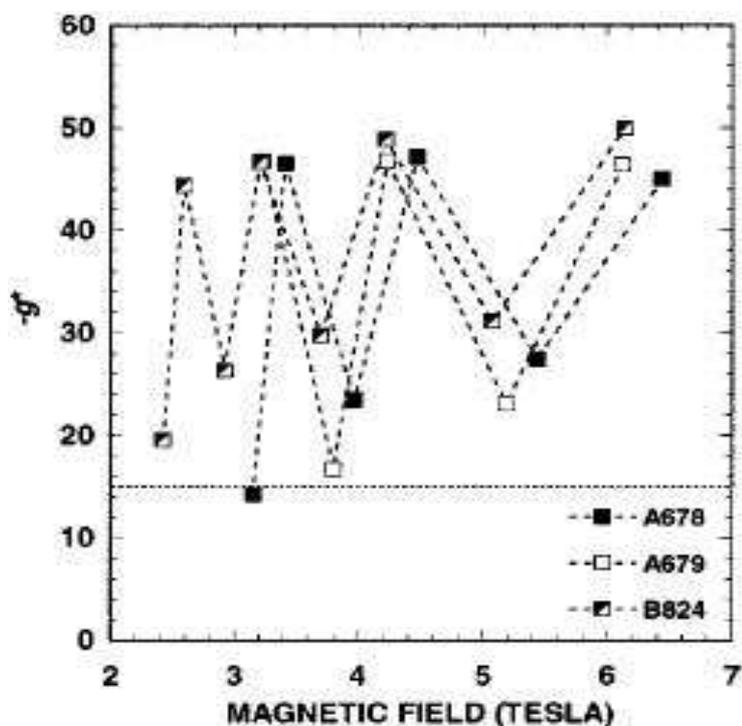


Рис. 1.16. Осцилляции  $g$ -фактора от магнитного поля для трех различных образцов. Горизонтальная линия соответствует положению  $g$ -фактора на дне зоны проводимости в объемном InAs [26].

Значения “магнитотранспортного”  $g$ -фактора, полученные в работах [15, 16, 77], будут использоваться для сравнения с результатами расчётов  $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с одной заполненной подзоной размерного квантования, выполненных в **Главе 3** диссертации. До настоящего момента аналогичных расчётов на основе 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, в других узкозонных гетероструктурах не проводилось.

#### 1.4. Коллективные возбуждения в режиме эффекта Холла. Экситонное представление.

Электрон-электронное взаимодействие в магнитном поле приводит к спин-зависимым явлениям, связанным с коллективными возбуждениями в процессе взаимодействия 2D электронной системы с электромагнитным излучением. Как отмечалось во **Введении**, в магнитооптике при резонансном поглощении электромагнитной волны 2D электронным газом происходит рождение квазиэлектрон-квазидырочных пар (квазиэлектронов над уровнем Ферми и квазидырок под уровнем Ферми), в результате система переходит из основного состояния в возбуждённое. Возбуждениями 2D электронной системы в магнитном поле являются магнитные экситоны [4, 5, 84-90] – связанные состояния дырки под уровнем Ферми и электрона на одном из пустых уровней Ландау, и различные магнитоэкситонные комплексы [91-97], причём появление в системе фермиевских квазичастиц [97] есть результат предельного перехода к бесконечно большим значениям волнового вектора в спектрах этих возбуждений. Аналогичные ветви межподзонных возбуждений представляют собой связанные состояния дырки в нижней подзоне размерного квантования и электрона в одной из вышележащих подзон. Указанные возбуждения могут соответствовать колебаниям как зарядовой, так и спиновой плотности.

Рассмотрим внутривоззонные возбуждения, связанные с переходом электрона с заполненного уровня на один из вышележащих пустых уровней Ландау в 2D системе с параболическим законом дисперсии с эффективной массой  $m^*$ . При этом допускается изменение орбитального квантового числа электрона (номера уровня Ландау с  $n$  до  $n'$ ), а также проекции спина на ось магнитного поля (ось  $z$ ). Поскольку двухчастичный гамильтониан, описывающий связанное состояние электрона и дырки

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left[ \left( -i\hbar\vec{\nabla}_1 - \frac{e}{c}\vec{A}_1 \right)^2 + \left( -i\hbar\vec{\nabla}_2 + \frac{e}{c}\vec{A}_2 \right)^2 \right] - u(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (1.24)$$

коммутирует с оператором *обобщённого импульса* магнитного экситона [78]:

$$\vec{Q} = -i\hbar(\vec{\nabla}_1 + \vec{\nabla}_2) - \frac{e}{c}(\vec{A}_1 - \vec{A}_2) + \frac{e}{c}\vec{B} \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (1.25)$$

собственные значения энергии и волновые функции гамильтониана (1.24) нумеруются непрерывными переменными  $k_x$  и  $k_y$ , где волновой вектор  $\mathbf{k}$  соответствует собственному значению оператора  $\vec{Q}$ . Таким образом, рассматриваемые парные возбуждения в магнитном поле  $\mathbf{B}$  могут быть классифицированы дисперсионными кривыми:

$$\hbar\omega(\vec{k}, B) = m\hbar\omega_c + \delta\mathcal{S}_z g^* \mu_B B + \Delta_m(\vec{k}, B), \quad (1.26)$$

где  $\omega_c = \frac{eB}{m^*c}$  – циклотронная частота,  $g^* \mu_B B$  – зеемановская энергия,  $m = n' - n$ ,  $\delta S_z$  – изменение проекции спина электрона на ось  $z$ . Кулоновская энергия  $\Delta_m(\vec{k}, B)$  зависит не только от  $m$ , но также и от того, какие уровни Ландау изначально были заполнены; более того, в общем случае возможны несколько ветвей  $\Delta_m(\vec{k}, B)$ , и тогда для их разделения вводятся дополнительные индексы [88].

Рассмотрим случай, когда в 2D электронной системе заполнен один уровень Ландау (фактор заполнения  $\nu = 1$ ), и полный спин системы и проекция спина на ось магнитного поля равны  $S = S_z = N/2$ , то есть 2D электронная система полностью поляризована по спину ( $N$  – количество электронов в системе). В таком состоянии, которое также называется квантовым холловским ферромагнетиком, возможны три ветви нейтральных возбуждений с  $m = 0, 1$ : магнитоплазмон  $m = 1$ ,  $\delta S = 0$ ,  $\delta S_z = 0$ , циклотронная спин-флип мода  $m = 1$ ,  $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = -1$  и спиновый экситон (спиновая волна)  $m = 0$ ,  $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = -1$  (рис. 1.17). В случае  $\nu = 2$  состояния с противоположными спинами заселены одинаково, и полный спин системы и его проекция на ось магнитного поля равны  $S = S_z = 0$ . Из-за двух возможных значений проекции спина электрона и дырки на ось магнитного поля, полный спин одноэкситонного возбуждения  $\delta S$  с  $m = 1$  может быть равен либо  $0$  (синглетное состояние), либо  $1$  (триплетное состояние). Последние возбуждения различаются по проекции спина возбуждения  $\delta S_z$  на ось магнитного поля:  $|-1\rangle$ ,  $|+1\rangle$  – спин-флип возбуждения (SF) и  $|0\rangle$  – циклотронная спиновая волна (CSW). Возбуждения с  $m = 0$  (SE) при чётных факторах заполнения уровней Ландау отсутствуют (рис. 1.18).

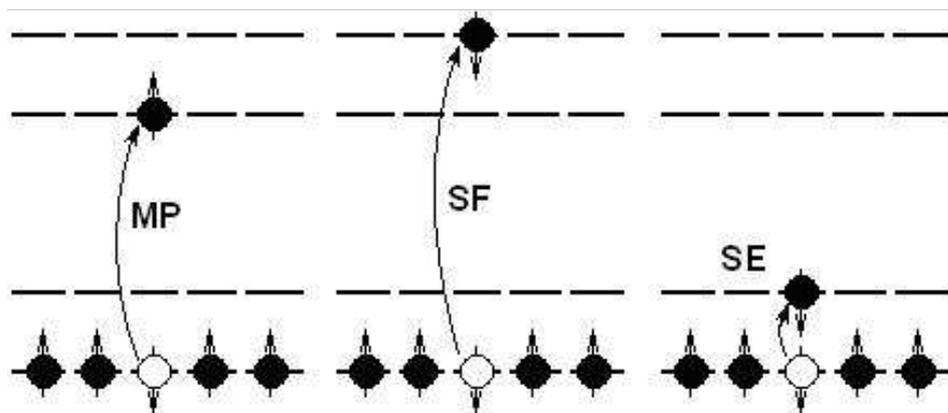


Рис. 1.17. Иллюстрация коллективных возбуждений 2D электронной системы в холловском ферромагнитном состоянии (фактор заполнения уровней Ландау  $\nu = 1$ ): MP – магнитоплазмон ( $\delta S = 0$ ,  $\delta S_z = 0$ ), SF – циклотронная спин-флип мода ( $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = -1$ ), SE – спиновый экситон ( $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = -1$ ).

Классификация возбуждений с  $m = 0, 1$  при произвольных целочисленных факторах заполнения аналогична рассмотренной выше при  $\nu = 1, 2$ . Отметим, что в случае неце-

лочисленных факторов заполнения уровней Ландау возбужденные состояния 2D электронной системы нельзя разделить на синглетные и триплетные. Закон дисперсии возбужденных мод определяется кулоновским членом  $\Delta_m(\vec{k}, B)$ , в который входит разность обменных энергий электрона на возбужденном и основном уровне Ландау, а также прямое взаимодействие рожденных квазиэлектрона и квазидырки.

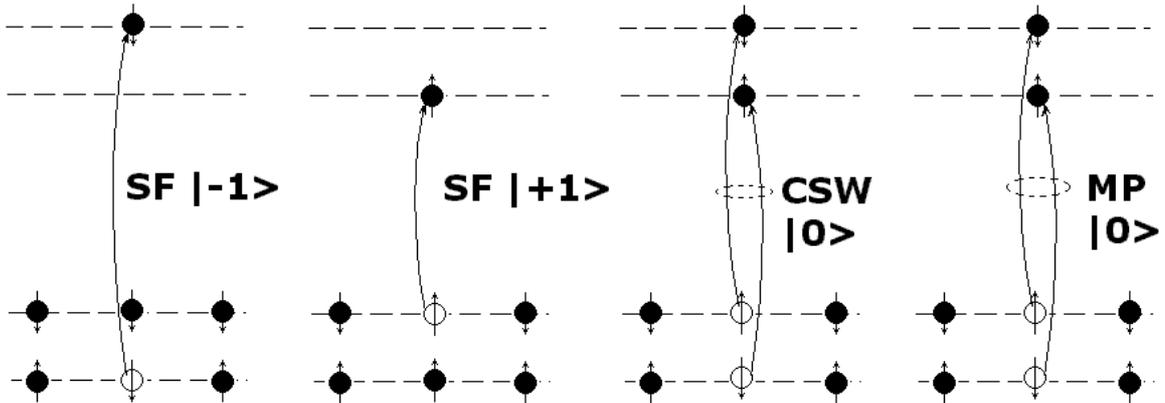


Рис. 1.18. Схематическая диаграмма иллюстрирует четыре возможных типа возбуждений в случае  $\nu = 2$ : SF – спин-флип возбуждения с проекцией спина на направление поля  $|-1\rangle$  ( $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = -1$ ) и  $|+1\rangle$  ( $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = 1$ ); CSW – циклотронная спиновая волна (противофазная комбинация двух переходов,  $\delta S = 1$ ,  $\delta S_z = 0$ ); MP – магнитоплазмон (синфазная комбинация двух переходов,  $\delta S = 0$ ,  $\delta S_z = 0$ ).

Поскольку высокочастотная проводимость определяется длинноволновым пределом рассмотренных возбуждений [2, 88], активных в испускании и поглощении электромагнитного излучения, экспериментальное исследование эффектов электрон-электронного взаимодействия, связанных с переходом 2D электронной системы в возбужденное состояние, сталкивается с рядом симметричных ограничений. В их числе теорема Кона, согласно которой в идеальной трансляционно-инвариантной системе электрон-электронное взаимодействие не влияет на энергию поглощения в циклотронном резонансе [1], определяемую длинноволновым пределом магнитоплазменной моды (MP) [2]. Аналогичная теорема для систем с вращательной инвариантностью в спиновом пространстве (теорема Лармора) утверждает, что электрон-электронное взаимодействие не оказывает влияния на энергию поглощения в спиновом резонансе, которая определяется длинноволновым пределом дисперсии спиновых экситонов (SE). Отметим, что нарушение теоремы Лармора в 2D полупроводниковых системах изучалось в единственной работе [6], где проводились теоретические исследования нарушения вращательной инвариантности в спиновом пространстве, вызванные SIA. Для описания одночастичных состояний использовался гамильтониан  $2 \times 2$ , содержащий три феноменологических параметра – эффективную массу, g-фактор носителей заряда и константу спинового расщепления Рашбы в слагаемом, описывающем SIA (1.5). Электрон-электронное взаимодействие учитывалось точно, с помощью числен-

ной диагонализации гамильтониана с конечным числом электронов. Результаты, полученные в работе [6], продемонстрировали, что перенормировка значений  $g$ -фактора, измеряемых в спиновом резонансе, зависит как от магнитного поля, так и от константы спин-орбитального взаимодействия. Симметричные ограничения, подобные теоремам Кона и Лармора, отсутствуют для возбуждений с одновременным изменением орбитального и спинового квантового числа. Энергия таких спин-флип возбуждений содержит кулоновский вклад при ненулевом обобщённом импульсе, величина и знак которого зависят от фактора заполнения уровней Ландау [90, 94, 98, 99].

Для описания парных возбуждений удобно использовать так называемое “экситонное представление” (excitonic representation) [3-5, 91-96, 100], допускающее более наглядную интерпретацию возбуждённого состояния 2D электронной системы, в отличие от методов, основанных на диаграммном представлении функций Грина [88, 90]. Для связанного состояния, образованного электроном, перемещённым на незаполненный или частично заполненный уровень Ландау  $(n_1, \sigma_1)$  и эффективной дыркой, появляющейся при этом на прежнем уровне  $(n_2, \sigma_2)$ , удобно ввести оператор рождения экситона:

$$A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}^+(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{N_\phi}} \sum_p \exp(-ik_x p a_H^2) a_{n_1, p+k_y/2, \sigma_1}^+ a_{n_2, p-k_y/2, \sigma_2},$$

$$A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}(\vec{k}) = A_{n_2, \sigma_2, n_1, \sigma_1}^+(-\vec{k}), \quad (1.27)$$

где  $a_{n, p, \sigma}^+$  и  $a_{n, p, \sigma}$  – операторы рождения и уничтожения электрона в состояниях, отвечающих калибровке Ландау,  $p$  – внутреннее квантовое число уровня Ландау (одна из координат центра орбиты),  $N_\phi = L^2/2\pi a_B^2$ ,  $L \times L$  – площадь системы. Соответствующая одно-электронная энергия равна

$$E_{n, \sigma}^{(0)} = \hbar \omega_c (n + 1/2) + g^* \mu_B B \sigma. \quad (1.28)$$

Базис одноэкситонных состояний определяется с помощью операторов (1.27):

$$|n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2; \vec{k}\rangle = A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}^+(\vec{k}) |0\rangle, \quad (1.29)$$

где основное состояние  $|0\rangle$  задано в нулевом приближении. При целочисленном заполнении это означает, что состояния (1.29) существуют, если в основном состоянии уровень Ландау  $(n_2, \sigma_2)$  полностью заполнен, тогда как уровень  $(n_1, \sigma_1)$  совершенно пуст. Тогда состояния (1.29) взаимно ортогональны и нормированы:

$$\langle \vec{k}_a; n_{1a}, \sigma_{1a}, n_{2a}, \sigma_{2a} | n_{1b}, \sigma_{1b}, n_{2b}, \sigma_{2b}; \vec{k}_b \rangle = \delta_{n_{1a}, n_{1b}} \delta_{n_{2a}, n_{2b}} \delta_{\sigma_{1a}, \sigma_{1b}} \delta_{\sigma_{2a}, \sigma_{2b}} \delta_{\vec{k}_a, \vec{k}_b}.$$

Энергия одноэкситонных возбуждений  $\hbar \omega(\vec{k})$  представляет собой разность между основным и возбуждёнными состояниями, описываемыми волновыми функциями (1.29). Мож-

но показать, что для вычисления  $\hbar\omega(\vec{k})$  необходимо решить следующее секулярное уравнение:

$$\det\left\langle 0 \left| A_{n_3, \sigma_3, n_4, \sigma_4}(\vec{k}) \left[ \hat{H}, A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}^+(\vec{k}) \right] 0 \right\rangle - \hbar\omega(\vec{k}) \delta_{n_1, n_3} \delta_{n_2, n_4} \delta_{\sigma_1, \sigma_3} \delta_{\sigma_2, \sigma_4} \right| = 0. \quad (1.30)$$

Вообще говоря, такой подход не приводит к правильному результату, поскольку система уравнений (1.30) соответствует приближению среднего поля. Однако для трёх простейших возбуждений, а именно, *магнитоплазменной волны MP*, *спиновой волны SE* и *циклотронного спин-флип возбуждения SF*  $|+I\rangle$ , полный гамильтониан  $\hat{H}$ , включающий кулоновское взаимодействие, может быть в первом приближении по малому параметру  $r_C$  (отношению кулоновской энергии  $e^2/\epsilon l_B$  к  $\hbar\omega_c$ ) диагонализирован в базисе одноэкситонных состояний (1.29). В этом случае коммутатор в уравнениях (1.30) определяется только одноэлектронными членами гамильтониана и той частью  $\hat{H}_{\text{int}}^{ED}$  кулоновского гамильтониана  $\hat{H}_{\text{int}}$ , которая диагонализуется в базисе одноэкситонных состояний для произвольных пар  $(n_1, \sigma_1)$  и  $(n_2, \sigma_2)$ . Отметим, что при замене  $\hat{H}_{\text{int}}$  на  $\hat{H}_{\text{int}}^{ED}$  сохраняющейся величиной является не только зеемановская энергия (поскольку оператор  $S_z$  коммутирует как с  $\hat{H}_{\text{int}}$ , так и с  $\hat{H}_{\text{int}}^{ED}$ ), но и одноэлектронная орбитальная энергия, отвечающая оператору

$$\hat{H}_1 = \sum_{n, \sigma} E_{n, \sigma}^{(0)} a_{n, \sigma}^+ a_{n, \sigma}.$$

Другими словами, в этой модели игнорируется эффект “смешивания уровней Ландау”, поскольку  $[\hat{H}_1, \hat{H}_{\text{int}}^{ED}] = 0$  (вообще говоря,  $[\hat{H}_1, \hat{H}_{\text{int}}] \neq 0$ ). Тот факт, что для некоторых наборов  $(n_1, \sigma_1)$  и  $(n_2, \sigma_2)$  ответ получается точным в первом порядке по  $r_C$ , означает, что смешивание уровней Ландау для таких возбуждений приводит только к поправкам второго или более высокого порядка по взаимодействию. Изменение орбитальной и зеемановской энергии определяется значениями  $m\hbar\omega_c$  и  $\delta S_z g^* \mu_B B$ , где квантовые числа  $m$  и  $\delta S_z$  равны

$$\begin{aligned} m &= n_1 - n_2 = n_3 - n_4, \\ \delta S_z &= \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_3 - \sigma_4. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Условия (1.31) должны выполняться для всех пар  $(n_3, \sigma_3)$  и  $(n_4, \sigma_4)$ , учитываемых в уравнениях (1.30). Другие пары  $(n_3, \sigma_3)$  и  $(n_4, \sigma_4)$  не входят в эти уравнения или приводят к поправкам более высокого порядка по  $r_C$ .

Возбуждения, отличные от *MP*, *SE* и *SF*  $|+I\rangle$ , не могут быть рассчитаны в одноэкситонном базисе. Для нахождения энергий таких возбуждений необходимо расширить базис (1.29) и выйти за рамки упрощённой модели, использующей гамильтониан  $\hat{H}_{\text{int}}^{ED}$ . Дей-

ствительно, остальные члены кулоновского гамильтониана  $\hat{H}_{\text{int}} - \hat{H}_{\text{int}}^{ED}$ , действуя на экситон (1.29), вообще говоря, генерируют “дополнительные” двухэкситонные состояния, не сводящиеся к одноэкситонным:

$$\left| n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2, n_3, \sigma_3, n_4, \sigma_4; \vec{k}, \vec{q} \right\rangle = A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}^+ (\vec{k}/2 - \vec{q}) A_{n_3, \sigma_3, n_4, \sigma_4}^+ (\vec{k}/2 + \vec{q}) |0\rangle.$$

Даже в рамках приближения первого порядка по  $r_c$  эти члены должны учитываться при расчёте энергии возбуждений. Дополнительные двухэкситонные состояния в первом порядке теории возмущений возникают всегда, если  $m > 2$ , или даже при  $m = 1$ , если  $\delta S_z = -1$  (например, *циклотронное спин-флип возбуждение SF*  $| -1 \rangle$ ). В общем случае в зависимости от вида рассматриваемого возбуждения возможно возникновение  $n$ -кратных экситонных состояний в различном порядке теории возмущений по параметру  $r_c$ .

Экситонное представление оказывается удобным для описания возбуждений в 2D электронном газе в сильном магнитном поле. Это представление означает переход от фермиевских операторов рождения и уничтожения, которые генерируют собственные состояния идеального газа, многократно вырожденные по параметру  $p$ , к экситонным операторам, которые, действуя, на вакуумное состояние  $|0\rangle$ , образуют систему базисных состояний, диагонализующих гамильтониан

$$\hat{H}_1 + g^* \mu_B B \hat{S}_z + \hat{H}_{\text{int}}^{ED}.$$

Последнее слагаемое включает существенную часть кулоновского взаимодействия, поэтому для состояний нового базиса (1.29), классифицируемых квантовым числом  $\vec{k}$ , вырождение снято. В некоторых случаях отличием оператора  $\hat{H}_{\text{int}}^{ED}$  от  $\hat{H}_{\text{int}}$  можно пренебречь и получить правильные результаты в первом порядке по  $r_c$ . В ряде других случаев можно рассматривать члены  $\hat{H}_{\text{int}} - \hat{H}_{\text{int}}^{ED}$  как возмущение [93] и в качестве базисных векторов использовать экситонные состояния.

Экситонное представление имеет ещё несколько преимуществ. Во-первых, оно не зависит от специфики калибровки одноэлектронных волновых функций в магнитном поле. При изменении калибровки изменяется определение (1.27), но коммутационные соотношения экситонных операторов и выражение для полного гамильтониана в экситонном представлении сохраняется [95]. Во-вторых, гамильтониан из четырёхоператорного выражения превращается в двухоператорное. Наконец, экситонное представление даёт явный вид собственных состояний многоэлектронной системы и позволяет, используя коммутационные соотношения, рассчитывать матричные элементы переходов, определяющих со-

гласно золотому правилу Ферми вероятность различных кинетических процессов в 2D электронном газе.

Как уже упоминалось выше, в гетероструктурах с 2D электронным газом на основе узкозонных полупроводников, таких как КЯ AlSb/InAs/AlSb, закон дисперсии в подзонах размерного квантования характеризуется сильной непараболичностью и хорошо описывается 8-зонным  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтонианом. Поскольку в 8-зонный  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониан автоматически включается спин-орбитальное взаимодействие, приводящее к частичному снятию вырождения в сложной валентной зоне – появлению спин-отщеплённой валентной зоны и зон легких и тяжёлых дырок, 2D системы, описываемые таким гамильтонианом, не обладают вращательной инвариантностью в спиновом пространстве. Это приводит к нарушению теоремы Лармора в таких системах и появлению эффектов, связанных с кулоновским взаимодействием, в спиновом резонансе 2D электронов даже в отсутствие слагаемых, связанных с BIA и SIA. В настоящей диссертации с использованием экситонного представления выполнены расчеты энергии спинового экситона ( $SE$ -возбуждения) в длинноволновом пределе в гетероструктурах InAs/AlSb. На примере расчётов “магнитооптического”  $g$ -фактора 2D электронов, определяемого из измерений спинового резонанса, в **Главе 4** впервые продемонстрировано нарушение теоремы Лармора в квантовых ямах на основе узкозонных полупроводников.

Непараболический закон дисперсии есть следствие нарушения полной трансляционной инвариантности в системе, что означает существование некоторого характерного масштаба длины. В качестве примера можно привести аналогию релятивистского закона дисперсии электрона с 4-зонной моделью Кейна (с учётом спина) для огибающих волновых функций [102], учитывающей точное  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  взаимодействие зоны проводимости и валентной зоны лёгких дырок. В уравнении Дирака, в отличие от уравнения Шрёдингера, в неявном виде присутствует масштаб длины – комптоновская длина волны  $\lambda_c = \hbar/m_0c$ , где  $c$  – скорость света, а  $m_0$  – масса покоя электрона. Нерелятивистский переход к уравнению Шрёдингера осуществляется при условии, что характерные энергии электронов в системе много меньше ширины запрещённой зоны между электронными и позитронными ветвями энергетического спектра,  $E_e \ll 2m_0c^2$ . Данное условие по своей сути эквивалентно условию, что длина волны де Бройля  $\lambda_D$  много больше комптоновской длины волны  $\lambda_c$ .

Закон дисперсии электрона в 4-зонном приближении Кейна описывается выражением, по виду, совпадающим с релятивистским [102]:

$$E(k) = \frac{E_g}{2} \pm \sqrt{\frac{E_g}{4} + k^2 P^2}, \quad (1.32)$$

где  $E_g$  – ширина запрещённой зоны,  $P$  – межзонный матричный элемент импульса. Переход к параболическому закону дисперсии, описываемому уравнением Шрёдингера с эффективной массой  $m^*$ , осуществляется при условии:

$$\lambda_D \sim \frac{1}{k} \gg \sqrt{\frac{P^2}{E_g}}. \quad (1.33)$$

В 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане, в который помимо зоны проводимости включены спин-отщеплённая валентная зона и зона тяжёлых дырок, кроме (1.33) существуют и другие пространственные масштабы, связанные с валентными зонами. Отметим, что все пространственные масштабы, возникающие в многозонных гамильтонианах, связанные с симметрией, размерами и химическим составом элементарной ячейки, полностью игнорируются при описании энергетического спектра с помощью “однозонного” уравнения Шрёдингера с эффективной массой  $m^*$  в качестве феноменологического параметра. Таким образом, в системах с непараболическим законом дисперсии можно ожидать нарушение теоремы Кона и появление эффектов, связанных с кулоновским взаимодействием, в циклотронном резонансе 2D электронов.

Отметим, что нарушение теоремы Кона в 2D электронных системах с непараболической зависимостью энергии от импульса следует также из законов классической механики. Нетрудно показать, что в такой системе в уравнениях Ньютона, записанных, к примеру, для двух электронов, нельзя разделить относительное движение и движение центра масс. Поскольку циклотронный резонанс в 2D электронном газе определяется именно движением центра масс, на которое в непараболической системе будут влиять силы кулоновского взаимодействия, то теорема Кона в таких системах должна нарушаться.

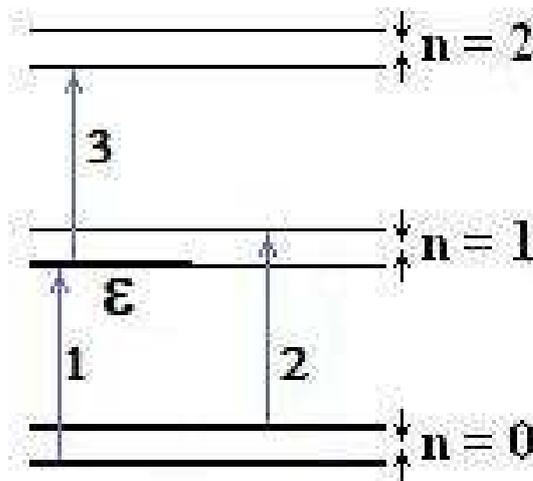


Рис. 1.19. Одноэкситонные возбуждения, учитываемые в работе [2].

В настоящее время нет законченной теории для количественного описания влияния электрон-электронного взаимодействия на циклотронный резонанс 2D электронов в непараболической подзоне размерного квантования. В существующих теоретических работах [2-5, 103] матричные элементы кулоновского взаимодействия вычисляются с использованием двухкомпонентных волновых функций электронных состояний в параболической зоне. Особенности волновых функций, связанные с зонной структурой, при этом полностью игнорируются, а непараболическость учитывается с помощью введения феноменологической константы, описывающей различие в энергиях циклотронных переходах между разными уровнями Ландау. Следствием такого ничем не обоснованного приближения является то, что электрон-электронное взаимодействие не оказывает влияния на положение линии циклотронного резонанса при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау  $\nu$ .

Впервые задача о влиянии электрон-электронного взаимодействия на энергию циклотронных переходов в непараболической подзоне размерного квантования была сформулирована в работе [2] Макдоналдом и Каллиным. Рассматривая случай фактора заполнения уровней Ландау  $2 < \nu < 3$ , пренебрегая энергией зеемановского расщепления, в одноэкситонном приближении Макдоналдом и Каллиным был получен эффективный гамильтониан  $H_{eff}(\vec{k}) = \langle 0 | A_{n_3, \sigma_3, n_4, \sigma_4}(\vec{k}) [\hat{H}, A_{n_1, \sigma_1, n_2, \sigma_2}^+(\vec{k})] | 0 \rangle$  (см. (1.30)), в длинноволновом пределе описывающий энергию возбуждённых состояний:

$$H_{eff}(\vec{k}) = \begin{pmatrix} C(1-\varepsilon) + 2I\varepsilon & C\sqrt{1-\varepsilon} & (C-I)\sqrt{2\varepsilon(1-\varepsilon)} \\ C\sqrt{1-\varepsilon} & C & C\sqrt{2\varepsilon} \\ (C-I)\sqrt{2\varepsilon(1-\varepsilon)} & C\sqrt{2\varepsilon} & 2C\varepsilon + I(1-\varepsilon) - \Delta \end{pmatrix}, \quad (1.34)$$

где

$\varepsilon = \nu - 2$ ,  $C = k/2$ ,  $\Delta = (\hbar \omega_c^{(0)} - \hbar \omega_c^{(1)}) / (e^2 / \bar{\varepsilon} a_B)$ ,  $a_B$  – магнитная длина,  $\bar{\varepsilon}$  – статическая диэлектрическая проницаемость. Собственные значения гамильтониана (1.34) отсчитываются от  $\hbar \omega_c^{(0)}$  в единицах  $e^2 / \bar{\varepsilon} a_B$ . В первом порядке теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию  $I = \frac{1}{8} \sqrt{\pi/2}$ .

Ограничиваясь рассмотрением возбуждений  $|1\rangle, |2\rangle$  и  $|3\rangle$ , представленными на рис. 1.19, в электродипольном приближении было получено выражение для высокочастотной проводимости:

$$\text{Re } \sigma_+(\omega) = \frac{\pi e^2}{m^*} \lim_{C \rightarrow 0} \frac{\omega_c^{(0)}}{\omega} \left[ \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2+\varepsilon}} \langle \psi_1 | 1 \rangle \delta(\omega - \omega_c^{(0)} - (e^2 / \hbar \bar{\varepsilon} a_B) E_1) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2+\varepsilon}} \langle \psi_2 | 2 \rangle \delta(\omega - \omega_c^{(0)} - (e^2 / \hbar \bar{\varepsilon} a_B) E_2) + \sqrt{\frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon}} \langle \psi_3 | 3 \rangle \delta(\omega - \omega_c^{(0)} - (e^2 / \hbar \bar{\varepsilon} a_B) E_3) \right], \quad (1.35)$$

где  $|\Psi_\lambda\rangle$  и  $E_\lambda$  ( $\lambda = 1, 2, 3$ ) соответствуют собственным функциям и собственным значениям гамильтониана (1.34). Отметим, что в отсутствие непараболичности  $\Delta = 0$  оптически активной в длинноволновом пределе является только одна магнитоплазменная мода [2]:

$$E_{mp} = \hbar\omega_c + C(2 + \varepsilon),$$

$$|\Psi_{mp}\rangle = \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2+\varepsilon}}|\Psi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2+\varepsilon}}|\Psi_2\rangle + \sqrt{\frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon}}|\Psi_3\rangle. \quad (1.36)$$

Остальные моды в длинноволновом пределе вклада в высокочастотную проводимость не дают, что находится в полном соответствии с теоремой Кона.

В пределе сильного электрон-электронного взаимодействия  $I \gg \Delta$  было продемонстрировано, что проводимость определяется двумя циклотронными линиями:

$$\text{Re } \sigma_+(\omega) = \frac{\pi m e^2}{m^*(2+\varepsilon)} \left[ \delta(\omega - \omega_c^{(0)}) + \frac{\omega_c^{(0)}(1+\varepsilon)}{\omega} \delta\left[\omega - \omega_c^{(0)} \frac{1-\varepsilon}{2+\varepsilon} - \omega_c^{(1)} \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon}\right] \right]. \quad (1.37)$$

Отметим, что в модели Макдоналда-Каллина полностью игнорируется появление тройного расщепления линии циклотронного резонанса, наблюдаемого в узкозонных гетероструктурах таких, как КЯ AlSb/InAs/AlSb. В работах [4, 5] Ю. А. Бычковым было выполнено обобщение модели Макдоналда-Каллина [2] на случай  $0 < \nu < 6$  с учётом зеемановского расщепления уровней Ландау. В работах [4, 5] особенности волновых функций, связанные с непараболичностью подзоны размерного квантования, также игнорируются, а непараболичность учитывается различием энергий циклотронных переходах между разными уровнями Ландау. Следствием таких приближений является то, что в модели Макдоналда-Каллина-Бычкова (МКБ) положение линии циклотронного резонанса при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау  $\nu$ , а также при  $\nu < 2$  не зависит от электрон-электронного взаимодействия.

В **Главе 5** представлены результаты экспериментальных исследований циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb в статических магнитных полях до 13 Т и импульсных магнитных полях до 45 Т. При анализе результатов измерений, в спектрах циклотронного резонанса образцов с одной заполненной подзоной размерного квантования были обнаружены особенности, связанные с электрон-электронным взаимодействием (нарушение теоремы Кона) в гетероструктурах InAs/AlSb. На основе 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана и приближения “одноэкситонных” возбуждений выполнены расчёты высокочастотной проводимости и энергий циклотронных переходов в гетероструктурах InAs/AlSb с учётом кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе. Выполненные расчёты на основе 8-компонентных волновых функций сравниваются с результатами экспериментального исследования циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb, и

результатами, полученными в модели МКБ. Обсуждается справедливость применения “одноэкситонного” приближения для описания циклотронных переходов в условиях непараболической подзоны размерного квантования.

## ГЛАВА 2. Спин-орбитальное расщепление в квантовой яме AlSb/InAs/AlSb в нулевом магнитном поле.

### 2.1. Приближение Хартри в узкозонных гетероструктурах.

Для описания энергетического спектра в полупроводниковых гетероструктурах с учётом “встроенного” электрического поля пространственно разделённых доноров (акцепторов) и носителей заряда широко используется приближение Хартри. В настоящей главе оно будет использоваться для вычисления энергетического спектра электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами, выращенных в направлении (001). В данном приближении в одноэлектронном гамильтониане учитывается только электрическое поле пространственно разделённых 2D электронов и ионизированных доноров в барьерах и покрывающем слое GaSb, а также локальная часть электрон-электронного взаимодействия. Такой подход эквивалентен самосогласованному решению системы уравнений Шредингера и Пуассона:

$$\begin{aligned} H_{(1e)}(\vec{r}, z)\Psi_N(\vec{r}, z) &= E_N \Psi_N(\vec{r}, z), \\ \nabla(\varepsilon \nabla \varphi_{e-e}) &= 4\pi e \sum_{N'} \Psi_{N'}^+ \Psi_{N'}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость в каждом слое гетероструктуры,  $\vec{r}$  – радиус вектор в плоскости структуры,  $e > 0$  – заряд электрона,  $\Psi_N(\vec{r}, z)$  – 8-компонентная огибающая волновая функция одночастичного состояния и  $E_N$  – соответствующее значение энергии электронного состояния, характеризующегося мультииндексом  $N$ . Верхний знак “+” означает эрмитово сопряжение. Одноэлектронный гамильтониан  $H_{(1e)}$  в (2.1) имеет следующий вид:

$$H_{(1e)} = H_{8 \times 8}^{\vec{k} \cdot \vec{p}} - eE_{Donors}(z) \cdot z - e\varphi_{e-e}. \quad (2.2)$$

Ось  $z$ , направленная по нормали к плоскости гетероструктуры, соответствует кристаллографическому направлению (001), а оси  $x$  и  $y$  – направлениям (100) и (010) соответственно.

Первое слагаемое в одноэлектронном гамильтониане (2.2) соответствует 8-зонному  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтониану [104, 105] в отсутствие внешних электрических полей, выбранному в качестве одноэлектронного оператора кинетической энергии. Второе слагаемое  $eE_{Donors}(z) \cdot z$  описывает электрическое поле доноров в барьерах AlSb и в покрывающем слое GaSb. Третье слагаемое  $e\varphi_{e-e}$  в гамильтониане (2.2) отражает тот факт, что выделенный электрон подвержен влиянию электрических полей всех других электронов, рассмат-

ривающихся как непрерывное распределение отрицательного заряда с плотностью, определяемой одноэлектронными волновыми функциями заполненных состояний (в уравнении Пуассона системы (2.1) присутствует суммирование по всем заполненным состояниям).

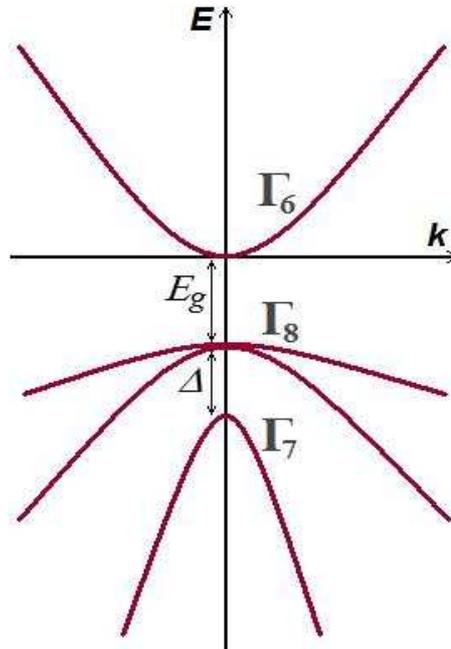


Рис. 2.1. Энергетические зоны в объёмном материале, взаимодействие которых в 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане учитывается точно. Полный момент состояний  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_7$  равен  $1/2$ , для состояний  $\Gamma_8$  полный момент равен  $3/2$ .

Полупроводники со структурой алмаза и цинковой обманки имеют сложную валентную зону [104], в которой имеются три близко расположенные подзоны (рис. 2.1). Потолок валентной зоны находится в центре зоны Бриллюэна и образован трехкратно вырожденными (без учёта спина) состояниями  $|P\rangle$ -типа. При учёте спина вырождение в точке  $\mathbf{k} = 0$  становится шестикратным. Спин-орбитальное взаимодействие расщепляет шестикратно вырожденное состояние  $|P\rangle$ -типа на два, одно из которых  $\Gamma_8$  четырехкратно вырождено, а другое  $\Gamma_7$  – двукратно. Разность энергий этих двух мультиплетов называется энергией спин-орбитального расщепления (обозначается символом  $\Delta$ ). Полный момент (в единицах  $\hbar$ ) четырехкратно вырожденного состояния равен  $3/2$ , а двукратно вырожденного –  $1/2$  (подзона спин-отщепленных дырок). Спиновые части волновой функции электрона, соответствующие проекциям спина на ось  $z$  ( $\pm 1/2$ ), будем обозначать символами “ $\uparrow$ ” и “ $\downarrow$ ” соответственно. Координатные волновые функции, преобразующиеся как  $x, y, z$  будем обозначать соответственно  $|X\rangle, |Y\rangle, |Z\rangle$ . Волновая функция электрона в точке  $\Gamma$  зоны проводимости имеет симметрию функции с нулевым орбитальным моментом (является функцией  $|S\rangle$ -типа), поэтому в качестве базисных функций для зоны проводимости можно выбрать функции:  $|S\uparrow\rangle, |S\downarrow\rangle$ . В 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане взаимодействие зоны про-

димости  $\Gamma_6$ , зон легких и тяжёлых дырок  $\Gamma_8$ , а также спин-отщеплённой зоны  $\Gamma_7$  (рис. 2.1) учитываются точно, а взаимодействие с другими более удаленными зонами учитывается по теории возмущений [104]. Учёт удалённых зон в 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане не является критичным для описания спектра электронов в зоне проводимости [102], однако является принципиальным для описания сложной валентной зоны, так как позволяет достигнуть конечности эффективной массы тяжёлых дырок [104].

Выбирая базисные функции  $\Gamma$  точки зоны Бриллюэна в виде:

$$\begin{aligned} u_1(\vec{r}) &= |\Gamma_6, +1/2\rangle = S \uparrow, \\ u_2(\vec{r}) &= |\Gamma_6, -1/2\rangle = S \downarrow, \\ u_3(\vec{r}) &= |\Gamma_8, +3/2\rangle = (1/\sqrt{2})(X + iY) \uparrow, \\ u_4(\vec{r}) &= |\Gamma_8, +1/2\rangle = (1/\sqrt{6})[(X + iY) \downarrow - 2Z \uparrow], \\ u_5(\vec{r}) &= |\Gamma_8, -1/2\rangle = -(1/\sqrt{6})[(X - iY) \uparrow + 2Z \downarrow], \\ u_6(\vec{r}) &= |\Gamma_8, -3/2\rangle = -(1/\sqrt{2})(X - iY) \downarrow, \\ u_7(\vec{r}) &= |\Gamma_7, +1/2\rangle = (1/\sqrt{3})[(X + iY) \downarrow + Z \uparrow], \\ u_8(\vec{r}) &= |\Gamma_7, -1/2\rangle = (1/\sqrt{3})[(X - iY) \uparrow - Z \downarrow], \end{aligned}$$

в пренебрежении слагаемыми<sup>1</sup>, описывающими ВИА [106] и ПА [107], 8-зонный  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониан имеет вид:

$$H_{8\times 8}^{\vec{k}, \vec{p}} = H_{\vec{k}} + H_{\varepsilon}, \quad (2.3)$$

где в  $H_{\vec{k}}$  включены слагаемые, зависящие от волнового вектора  $\mathbf{k}$  в отсутствие магнитного поля и слагаемые, описывающие спин-орбитальное взаимодействие, а  $H_{\varepsilon}$  учитывает влияние деформации на энергетический спектр электронов.

Как было отмечено выше, при описании энергетического спектра 2D электронов в гетероструктурах  $n$ -типа на основе узкозонных полупроводников часто можно пренебречь  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  взаимодействием валентных зон с удалёнными зонами [104, 105], т. е. положить параметры Латтижера  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ . В результате  $H_{\vec{k}}$  принимает следующий вид:

---

<sup>1</sup> В работе [28] экспериментально продемонстрировано, что вклад в спиновое расщепление, вызванный SIA, в гетероструктурах InAs/AlSb с концентрацией 2D электронов  $10^{11}$ - $10^{12}$  см<sup>-2</sup> является доминирующим, поэтому при расчётах спектра 2D электронов вклады ВИА и ПА в спиновое расщепление учитываться не будут.

$$H_{\vec{k}} = \begin{pmatrix} H_{CC} & H_{CH} \\ H_{HC}^+ & H_{HH} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где

$$H_{CC} = \begin{pmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{pmatrix},$$

$$H_{CH} = \begin{pmatrix} -\frac{Pk_+}{\sqrt{2}} & \sqrt{\frac{2}{3}}Herm(P;k_z) & \frac{Pk_-}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{Herm(P;k_z)}{\sqrt{3}} & -\frac{Pk_-}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{Pk_+}{\sqrt{6}} & \sqrt{\frac{2}{3}}Herm(P;k_z) & \frac{Pk_-}{\sqrt{2}} & -\frac{Pk_+}{\sqrt{3}} & \frac{Herm(P;k_z)}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

$$H_{HH} = \begin{pmatrix} E_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_V & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_V - \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_V - \Delta \end{pmatrix},$$

$$T = E_C + A_C(k_x^2 + k_y^2) + k_z A_C k_z,$$

$$C = \frac{\hbar^2}{m_0} \frac{1}{a_B^2} b[\kappa, k_z].$$

$$k_{\pm} = k_x \pm ik_y, \quad k_z = -i\partial/\partial z. \quad (2.5)$$

Здесь  $[A, B] = AB - BA$  – это коммутатор операторов  $A$  и  $B$ ;  $P$  – межзонный матричный элемент импульса;  $E_C$  и  $E_V$  – положение дна зоны проводимости и потолка валентной зоны,  $\Delta$  – энергия спин-орбитального расщепления,  $m_0$  – масса свободного электрона,  $Herm(P;k_z)$  – эрмитова форма произведения  $Pk_z$ . В соответствии с работой [108] параметр  $A_C$  определяется:

$$A_C = \frac{\hbar^2}{2m_C} - \frac{2}{3} \frac{P^2}{E_g} - \frac{P^2}{3(E_g + \Delta)}, \quad (2.6)$$

где  $m_C$  – эффективная масса на дне зоны проводимости, а  $E_g$  – ширина запрещённой зоны. Поскольку взаимодействием с удалёнными зонами в настоящей работе пренебрегается, то наряду с параметрами Латтинжера  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  параметр  $A_C$ , описывающий взаимодействие зоны проводимости с другими зонами, не включёнными в 8-зонный  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтониан, следует положить равным нулю [108]. Откуда получаем выражение для межзонного матричного элемента импульса, которое в связи со сделанными выше приближениями должно использоваться в данной модели:

$$P^2 = \frac{3\hbar^2 E_g (E_g + \Delta)}{2m_c (3E_g + 2\Delta)}. \quad (2.7)$$

В формулах (2.5) присутствует ещё один параметр Латтинжера –  $\kappa$ . Поскольку между параметрами Латтинжера для гамильтониана 6×6 существует связь [109]:

$$\kappa^L = \gamma_3^L + \frac{2}{3}\gamma_2^L - \frac{1}{3}\gamma_1^L - \frac{2}{3}, \quad (2.8)$$

а параметры Латтинжера для 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана выражаются через  $\gamma_1^L$ ,  $\gamma_2^L$ ,  $\gamma_3^L$ ,  $\kappa^L$  как

$$\begin{aligned} \gamma_1^L &= \gamma_1 + \frac{2m_0 P^2}{3E_g \hbar^2}, \\ \gamma_2^L &= \gamma_2 + \frac{m_0 P^2}{3E_g \hbar^2}, \\ \gamma_3^L &= \gamma_3 + \frac{m_0 P^2}{3E_g \hbar^2}, \\ \kappa^L &= \kappa + \frac{m_0 P^2}{3E_g \hbar^2}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

то, в соответствии с тем, что в нашей модели  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ , из формул (2.8) и (2.9) следует, что мы должны положить

$$\kappa = -\frac{2}{3}. \quad (2.10)$$

Из формулы (2.10) вытекает, в частности, что в формулах (2.5) следует положить  $C = 0$ .

Поскольку рассматриваемые нами гетероструктуры InAs/AlSb выращивались на плоскости [001], тензор деформации может иметь только 3 отличные от нуля компоненты:  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ . Из условия отсутствия внешнего напряжения вдоль направления (001) можно найти связь между  $\varepsilon_{xx}$  и  $\varepsilon_{zz}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &= \frac{a_0 - a}{a}, \\ \varepsilon_{zz} &= -\frac{2C_{12}}{C_{11}} \varepsilon_{xx}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $C_{ij}$  – упругие модули,  $a$  и  $a_0$  – постоянные решеток рассматриваемого слоя и ненапряжённого слоя AlSb (или GaSb). В результате оператор  $H_\varepsilon$  в (2.3), описывающий влияние деформации на энергетический спектр электронов, является диагональным и принимает вид:

$$H_\varepsilon = \begin{pmatrix} T_\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_\varepsilon + V_\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_\varepsilon - V_\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U_\varepsilon - V_\varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_\varepsilon + V_\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U_\varepsilon \end{pmatrix},$$

$$T_\varepsilon = a_c(2\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}),$$

$$U_\varepsilon = a_v(2\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}),$$

$$V_\varepsilon = b(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz}), \quad (2.12)$$

где  $a_c$ ,  $a_v$ ,  $b$  – параметры деформационного потенциала<sup>2</sup>.

Поскольку в гетероструктуре  $E_c$ ,  $E_v$ ,  $P$ ,  $\Delta$  являются функциями от  $z$ , и гамильтониан  $H_{\vec{k}}$  в присутствии гетерограниц содержит неэрмитовы члены  $Pk_z$ , то для эрмитовости гамильтониана (2.4) (сохранения плотности тока вероятности через границу) мы сделали эрмитовым произведение:

$$P(z)k_z \rightarrow Herm(P; k_z). \quad (2.13)$$

Наличие в системе пространственно асимметричного поля, которое искажает профиль КЯ, приводит к тому, что направления вдоль и против оси роста структуры становятся неэквивалентными. В отсутствие центра пространственной инверсии, вызванным несимметричным электрическим полем, спин-орбитальное взаимодействие снимает вырождение по спину в энергетическом спектре электронных состояний – расщепление Рашбы. Отметим, что в присутствии “встроенного” электрического поля, описываемого слагаемыми  $E_{Donors} \cdot z$  и  $e\varphi_{e-e}$ , расщепление, связанное с SIA, автоматически включено в гамильтониан  $H_{\vec{k}}$ .

Считая энергии возбуждения электронов малыми по сравнению с шириной запрещённой зоны, систему уравнений (2.1) с многозонным гамильтонианом  $H_{\vec{k}}$  можно свести к “однозонному” уравнению с гамильтонианом  $H_{2 \times 2}^{\vec{k}, \vec{p}}$ , справедливому вблизи дна зоны проводимости, с правильным порядком некоммутирующих операторов. Учитывая  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$

<sup>2</sup> При учёте эффектов деформации, связанных с разными значениями параметров решётки в InAs и AlSb влиянием спин-орбитального взаимодействия на деформационный потенциал мы будем пренебрегать [104].

взаимодействие валентной зоны и зоны проводимости с точностью до второго порядка теории возмущений, получаем, что

$$H_{2 \times 2}^{\bar{k}; \bar{p}} = E_C(z) + T_{kin} + H_1^{SIA} + H_2^{SIA} - E_{Donors} \cdot z - e\varphi_{e-e}, \quad (2.14)$$

где

$$T_{kin} = Herm(P; k_z) \cdot \frac{\hbar^2}{2P^2 m_C} \cdot Herm(P; k_z) + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_C} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_C},$$

$$H_1^{SIA} = (Herm(P; k_z) \cdot \Gamma_1(z) - \Gamma_1(z) \cdot Herm(P; k_z)) \begin{pmatrix} 0 & -k_x + ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix},$$

$$H_2^{SIA} = -(Herm(P; k_z) \cdot \Gamma_2(z) - \Gamma_2(z) \cdot Herm(P; k_z)) \begin{pmatrix} 0 & -k_x + ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

и

$$\Gamma_1(z) = \frac{P}{3} \frac{\Delta}{E_g(E_g + \Delta)},$$

$$\Gamma_2(z) = \frac{P}{3} \frac{\Delta(2E_g + \Delta)}{E_g^2(E_g + \Delta)^2} \cdot (e\varphi_{e-e} + E_{Donors} \cdot z). \quad (2.16)$$

Недиагональные слагаемые  $H_1^{SIA}$  и  $H_2^{SIA}$  в (2.14) описывают спин-орбитальное расщепление Рашбы, которое линейно по волновому вектору вблизи дна зоны проводимости. Довольно часто при численных расчетах спектра 2D электронов межзонный матричный элемент импульса  $P$  для простоты полагают постоянным для всех материалов, образующих гетероструктуру, в этом случае выражения (2.15) и (2.16) совпадают с полученными в работе [110]. Как легко видеть из (2.14)-(2.16) величина спин-орбитального расщепления спектра 2D электронов определяется не только “встроенным” электрическим полем и параметрами структуры, но также и видом граничных условий для огибающих волновых функций.

Поскольку точное выражение для эрмитовой формы (2.13) неизвестно, для расчетов электронного спектра мы ограничимся использованием эрмитовой формы произведения  $Pk_z$  в виде антикоммулятора:

$$Herm(P; k_z) = \frac{1}{2} (k_z P + P k_z). \quad (2.17)$$

Отметим, что можно выделить целый класс эрмитовых форм (2.13), использование которых не влияет на спектр одноэлектронной задачи с гамильтонианом (2.3) в присутствии любого одночастичного оператора, описывающего внешнее электрическое поле. Огибающие волновые функции при этом будут отличаться. Один из видов эрмитовой формы (2.13) в обозначенном классе граничных условий дается следующим выражением:

$$\text{Herm}(P; k_z) = \frac{1}{2} [f(z)k_z g(z) + g(z)k_z f(z)], \quad (2.18)$$

где  $f(z)$  и  $g(z)$  – произвольные функции, причём вдали от гетерограницы

$$f(z)g(z) = P.$$

Граничные условия для огибающей волновой функции получаются путём интегрирования уравнения Шрёдингера с гамильтонианом (2.3) по малой окрестности гетероперехода.

Нетрудно показать, что волновые функции гамильтониана (2.2) можно представить в следующем виде:

$$\Psi_{n_z, k_{\parallel}}^{(i)}(x, y, z) = \begin{pmatrix} c_1^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_2^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_3^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_4^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_5^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_6^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_7^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \\ c_8^{(i)}(z, n_z, k_{\parallel}) \end{pmatrix} \frac{\exp(\vec{k}_{\parallel} \vec{r})}{\sqrt{L_x L_y}}, \quad (2.19)$$

где  $L_x$  и  $L_y$  – характерные размеры образца в направлении осей  $x$  и  $y$ ,  $\vec{r} = (x, y)$  – радиус-вектор в плоскости структуры,  $n_z$  – индекс подзоны размерного квантования,  $k_{\parallel} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  – волновой вектор в плоскости структуры,  $i = a, b$  – индекс, нумерующий решения уравнения Шрёдингера при фиксированных значениях  $n_z$  и  $k_{\parallel}$ . В настоящей главе нами будут рассматриваться квантовые ямы с одной заполненной подзоной размерного квантования, поэтому индекс  $n_z$  при волновых функциях и матричных элементах различных операторов мы писать не будем.

Учитывая вид волновых функций (2.19), систему уравнений (2.1) можно переписать в следующем виде:

$$H_{(1e)}(\vec{r}, z) \Psi_{k_{\parallel}}^{(i)}(\vec{r}, z) = E^{(i)}(k_{\parallel}) \Psi_{k_{\parallel}}^{(i)}(\vec{r}, z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{e-e} \right) = 4\pi e \sum_{i'} \sum_{p=1}^8 \int_0^{k_F^{(i')}} \left| c_p^{(i')} \right|^2 \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel}}{2\pi}, \quad (2.20)$$

При нулевой температуре фермиевский волновой вектор  $k_F$ , определяется соотношением  $n_s = k_F^2 / 2\pi$ , где  $n_s$  – концентрация 2D электронов, а фермиевские вектора  $k_F^{(a)}$  и  $k_F^{(b)}$  в спиновых подзонах, соответствующие единому уровню Ферми, определяются из следующей системы уравнений:

$$\frac{k_F^2}{2\pi} = \frac{k_F^{(a)2}}{4\pi} + \frac{k_F^{(b)2}}{4\pi},$$

$$E^{(a)}(k_F^{(a)}) = E^{(b)}(k_F^{(b)}), \quad (2.21)$$

где  $E^{(a)}(k_F^{(a)})$  и  $E^{(b)}(k_F^{(b)})$  – спиновые ветви закона дисперсии электронов в нижней подзоне размерного квантования.

Для нахождения энергии связанных состояний в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными и двойными квантовыми ямами использовался метод матрицы рассеяния [111]. Для численного решения системы нелинейных уравнений (2.20)-(2.21) использовался метод последовательных приближений (метод итераций). В качестве огибающих волновых функций нулевого приближения выбирались состояния в прямоугольной квантовой яме. Для решения уравнения Пуассона на  $m$ -ой итерации использовались волновые функции, найденные на  $(m-1)$ -ой итерации. Результаты расчётов энергетического спектра электронов, выполненные в приближении Хартри, будут использоваться в **разделе 2.2** настоящей главы для интерпретации результатов исследования ОФП в гетероструктурах с двойными квантовыми ямами.

## 2.2. Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.

В настоящем разделе представлены результаты исследования остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами в двух образцах с различной шириной среднего (разделительного) барьера AlSb. Технология получения гетероструктур InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами аналогична процессу выращивания гетероструктур с одиночными квантовыми ямами [26]. Исследуемые образцы выращивались методом молекулярно-пучковой эпитаксии (МПЭ) на полуизолирующих подложках GaAs (001) Ю. Г. Садофьевым. Поскольку постоянные решетки AlSb и InAs значительно больше, чем у GaAs, образцы выращивались на композитном буфере (рис 2.2). На подложке последовательно выращивались буферный слой GaAs толщиной 300 нм, слой AlAs толщиной 150 нм при 570°C и метаморфный буферный слой GaSb. Метаморфный буфер представлял собой толстый (несколько микрон) слой GaSb, выращиваемый при 510°C. Поверх буферного слоя выращивалась десятипериодная “сглаживающая” сверхрешетка GaSb (2.5 нм)/AlSb(2.5 нм) при 480-490°C. Активная часть структуры состояла из нижнего барьера AlSb толщиной 15 нм, квантовой ямы InAs толщиной 15 нм, промежуточного барьерного слоя толщиной 5-10 нм, второй квантовой ямы InAs толщиной 15 нм, верхнего барьерного слоя AlSb толщиной 35 нм и покрывающего слоя GaSb толщиной 6 нм, защищающего AlSb от реакции с парами воды на воздухе. При росте квантовых ям InAs использовалась специальная последовательность прерываний поступления материалов (Al, Sb, In, As), обеспечивающая образование связей In-Sb на всех гетерограницах AlSb/InAs и InAs/AlSb, что позволяет получить высокую подвижность 2D электронов (в отличие от интерфейсов со связями Al-As) [23].

Таблица 2.1. Параметры исследуемых образцов при T = 4.2 К

Образец	1КЯ $n_s \cdot 10^{-11} \text{см}^{-2}$	2КЯ $n_s \cdot 10^{-11} \text{см}^{-2}$	Ширина среднего барьера
D003	5.8	2.1	5 нм
D004	5.6	1.8	10 нм

Блок-схема экспериментальной установки для измерения спектральных зависимостей остаточной фотопроводимости с помощью решеточного монохроматора МДР-23 представлена на рис. 2.3. В качестве источника излучения использовались кварцевая лампа накаливания и стандартные светофильтры для “отсечки” высших порядков дифракции излучения. При исследовании остаточной фотопроводимости использовались образцы

прямоугольной формы холловской геометрии, по краям которых были нанесены два полосковых индиевых омических контакта. Через образец пропускался постоянный ток  $I = 1$  мкА. Образцы, размещались в гелиевом криостате в центре сверхпроводящего соленоида, все измерения проводились при температуре 4.2 К. Монохроматическое излучение с энергией квантов в диапазоне 0,6-4 эВ с выхода решеточного монохроматора МДР-23 подводилось к образцу по многожильному оптическому волокну.

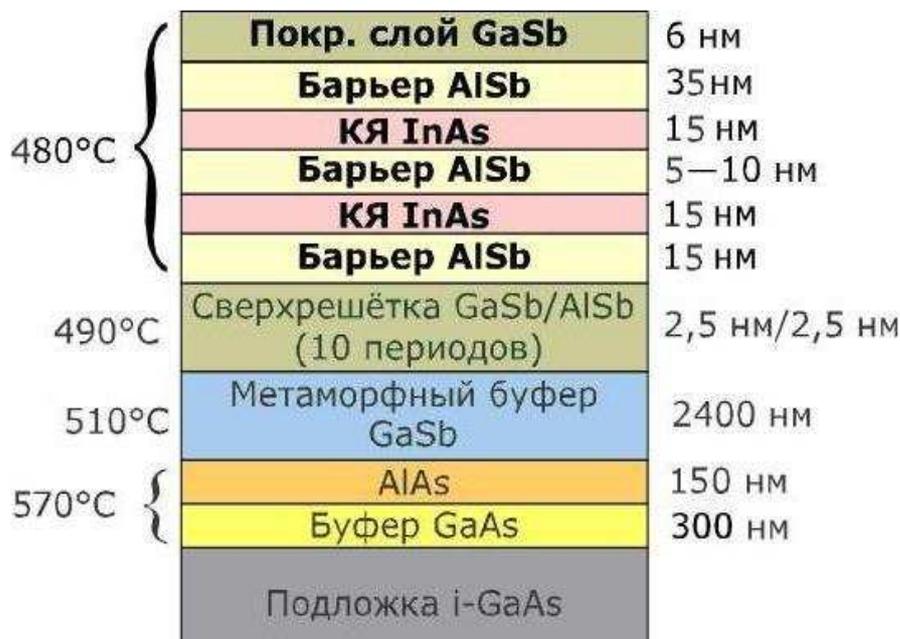


Рис. 2.2. Последовательность роста слоев гетероструктур InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами методом МПЭ.

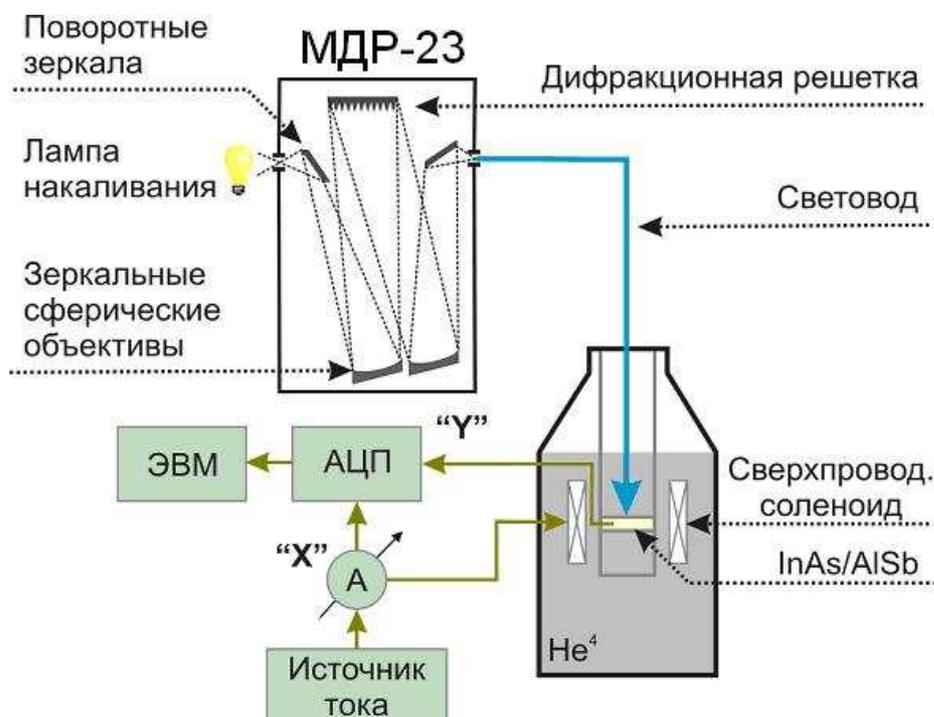


Рис. 2.3. Блок-схема установки для измерения остаточной фотопроводимости при освещении образца светом с различной длиной волны.

Использовались два режима измерений. В первом случае измерения проводились по точкам, начиная с длинноволновой части спектра. Образец освещался монохроматическим излучением до установления стационарного значения сопротивления, после чего подсветка прекращалась и делалась выдержка (обычно несколько десятков секунд) для установления темного “равновесного” значения сопротивления. Затем монохроматор перестраивался на более короткую длину волны, и процедура повторялась. В этом режиме измерялись установившиеся осцилляции Шубникова–де Гааза (продольное сопротивление  $R_{xx}$ ) и холловское сопротивление  $R_{xy}$  при развертке магнитного поля. Суммарная концентрация электронов в образце определялась по величине холловского сопротивления, а концентрации 2D электронов в каждой из квантовых ям – из фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза. Во втором случае образец непрерывно освещался монохроматическим излучением, и осуществлялась медленная развертка частоты излучения на выходе монохроматора, начиная с коротковолновой части диапазона (монохроматор МДР-23 не позволяет осуществлять плавную развертку в противоположном направлении). При этом шаг по длине волны составлял от 2 нм в коротковолновой области до 20 нм в длинноволновой. Спектр записывался таким образом, что после каждого шага проводилось усреднение сигнала в течение длительного времени, которое в наших измерениях составляло обычно 20 секунд. Характерное время записи всего спектра составляло около двух-трех часов.

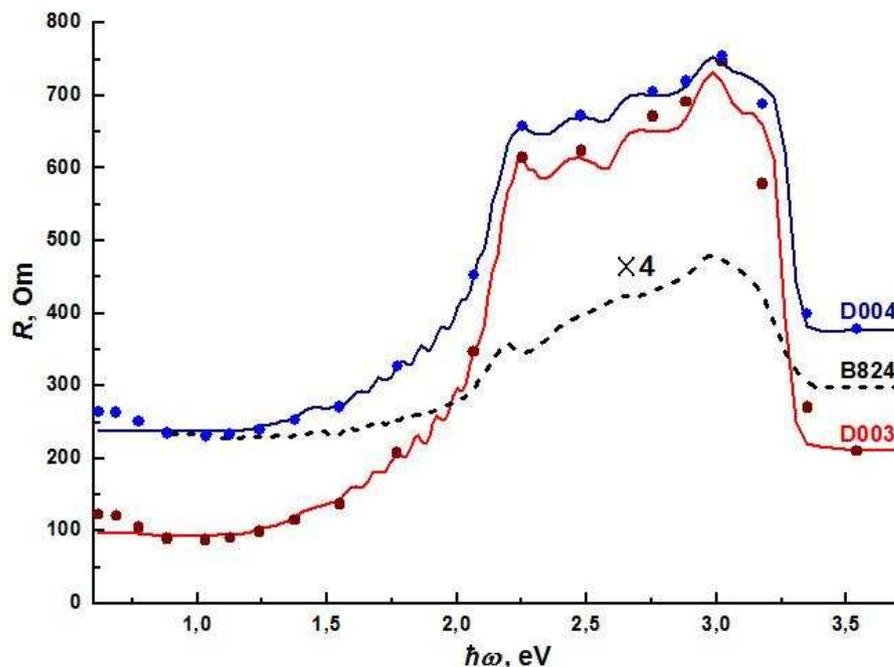


Рис. 2.4. Спектры остаточной фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb. Символы и сплошные линии соответствуют двум различным методикам измерения ОФП в образцах D003 и D004 с двойными квантовыми ямами. Пунктирная линия соответствует спектру ОФП в образце B824 с одиночной квантовой ямой [30, 56].

На рис. 2.4 представлены спектры ОФП в гетероструктурах InAs/AlSb образцов D003 и D004 с двойными квантовыми ямами. Для сравнения на рис. 2.4 также представлен спектр ОФП образца B824 с одиночной квантовой ямой [30, 56]. Темновые значения сопротивления для образцов D003 и D004 составляют 125 и 263 Ом соответственно. В длинноволновой области спектра при энергиях свыше 0.6 эВ наблюдается положительная ОФП (сопротивление меньше темнового). С ростом энергии квантов подсветки  $\hbar\omega$  (свыше 1.5 эВ) наблюдается значительное увеличение сопротивления. В интервале от 2 до 3.2 эВ наблюдается ярко выраженная отрицательная ОФП. При  $\hbar\omega > 3.2$  эВ наблюдается резкое падение сопротивления образца до значения, несколько превышающего темновое, которое практически не меняется при энергиях квантов подсветки свыше 3.5 эВ. В интервале энергий квантов 1.6-2.1 эВ наблюдаются осцилляции спектральных зависимостей сопротивления (рис. 2.4). Подобные осцилляции фотопроводимости наблюдаются во многих полярных полупроводниках и связываются с релаксацией фотовозбужденных электронов посредством испускания продольных оптических (LO) фононов [29, 56]. Отметим, что основные спектральные особенности ОФП образцов с двойными и одиночными квантовыми ямами [30, 56] совпадают.

Для изучения распределения носителей между квантовыми ямами проводились измерения осцилляций Шубникова-де Гааза, типичная запись которых представлена на рис. 2.5. Так как период осцилляций Шубникова-де Гааза в обратном магнитном поле связан с концентрацией 2D носителей заряда:

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{g_s e}{h} \frac{1}{n_s},$$

где  $g_s$  соответствует кратности спинового вырождения в отсутствие магнитного поля, то биения осцилляций указывают на наличие в гетероструктуре нескольких групп 2D носителей с разной концентрацией. На вставке к рис. 2.5 представлены результаты фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза, где имеются два ярко выраженных максимума, соответствующих двум концентрациям 2D электронов. Поскольку основными поставщиками электронов в КЯ являются поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb [57, 58], и в структуре имеется встроенное электрическое поле [29, 30], естественно связывать большее значение темновой концентрации с электронами в 1-ой (считая от поверхности структуры) КЯ, а меньшее значение темновой концентрации – с электронами во 2-ой КЯ.

На рис. 2.6 представлены зависимости концентраций 2D электронов в квантовых ямах в образце D003 в условиях ОФП в зависимости от длины волны излучения подсветки. Видно, что концентрация 2D электронов во 2-ой яме не меняется (с точностью до погрешности определения), в то время как концентрация электронов в 1-ой КЯ при

$\lambda > 800$  нм превышает темновую концентрацию, показанную горизонтальной линией, (эффект положительной ОФП) и меньше темновой при  $\lambda < 800$  нм (эффект отрицательной ОФП). При  $\lambda \leq 600$  нм концентрация 2D электронов в 1-ой яме понижается настолько, что становится неотличимой от концентрации во 2-ой яме, при этом период осцилляций увеличивается, а фурье-анализ осцилляций показывает наличие в них одной спектральной компоненты, соответствующей концентрации 2D электронного газа около  $2 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. При этом проведенные измерения эффекта Холла показали, что суммарная концентрация 2D электронов в системе из двух КЯ вдвое превышает концентрацию, определённую из периода осцилляций Шубникова-де Гааза. Это указывает на то, что в условиях отрицательной ОФП концентрации 2D электронов в КЯ выравниваются (с точностью до погрешности определения). Аналогичные результаты были получены и для образца D004.

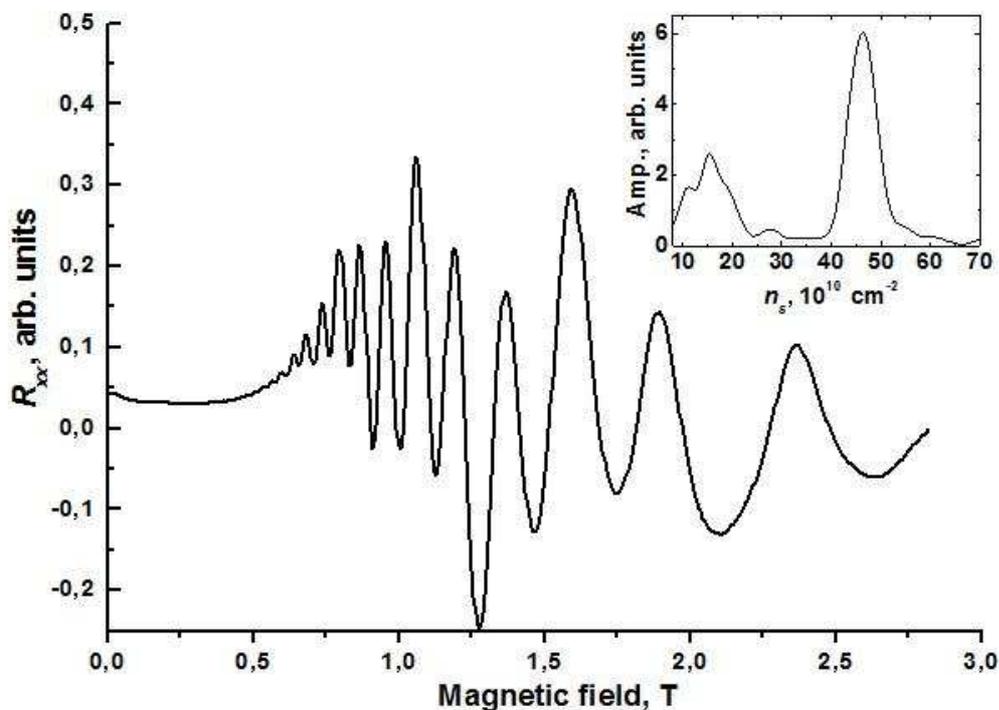


Рис. 2.5. Типичная запись осцилляций Шубникова-де Гааза в “неподсвеченном” образце D003. На вставке – концентрация 2D электронов  $n_s$  в двойной квантовой яме, определённая с помощью фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза.

Исходя из экспериментально определённых значений концентрации 2D электронов в каждой из КЯ в образце D003, был выполнен самосогласованный расчёт профиля потенциала двойной квантовой ямы. Метод расчёта подробно описан в **разделе 2.1** настоящей главы. Наличие общего уровня Ферми в равновесном состоянии для электронов в обеих КЯ позволяет рассчитать профиль самосогласованного потенциала и количество ионизованных доноров справа (в нижнем барьере AlSb) и слева (в верхнем барьере AlSb и на поверхности покрывающего слоя GaSb) от квантовых ям. Предполагалось, что узкий барьер между ямами не содержит глубоких доноров. При расчётах электронного спектра в гете-

роструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами использовались значения параметров, представленные в [112]. Для “темновых” значений концентраций соответствующий профиль потенциала представлен на рис. 2.8. Расчет показывает, что 19% ионизованных доноров ( $1.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) расположено в правом от КЯ барьере и 81% ионизированный доноров ( $6.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) расположено на поверхности структуры и в левом барьере.

При достаточном времени оптической подсветки в системе в двух КЯ также должен устанавливаться единый квазиуровень Ферми. Это позволяет выполнить самосогласованный расчёт количества ионизированных доноров слева и справа от двойной КЯ в режиме ОФП в зависимости от длины волны подсветки (рис. 2.8). Видно, что при всех длинах волн  $\lambda > 800 \text{ нм}$ , соответствующих положительной ОФП ( $\hbar\omega < 1.5 \text{ эВ}$ ), наблюдается значительный рост концентрации ионизированных примесей слева от КЯ (в левом от КЯ барьере и на поверхности структуры), в то время, как концентрация ионизованных доноров в правом барьере уменьшается. Расчёт концентрации ионизированных примесей (рис. 2.8) показывает, что наблюдаемую в длинноволновой области ( $0.6 < \hbar\omega < 1.5 \text{ эВ}$ ) положительную ОФП (которая в работе [29] связывалась с фотоионизацией неких глубоких доноров), можно напрямую связать с направленным переносом отрицательного заряда из покрывающего слоя GaSb.

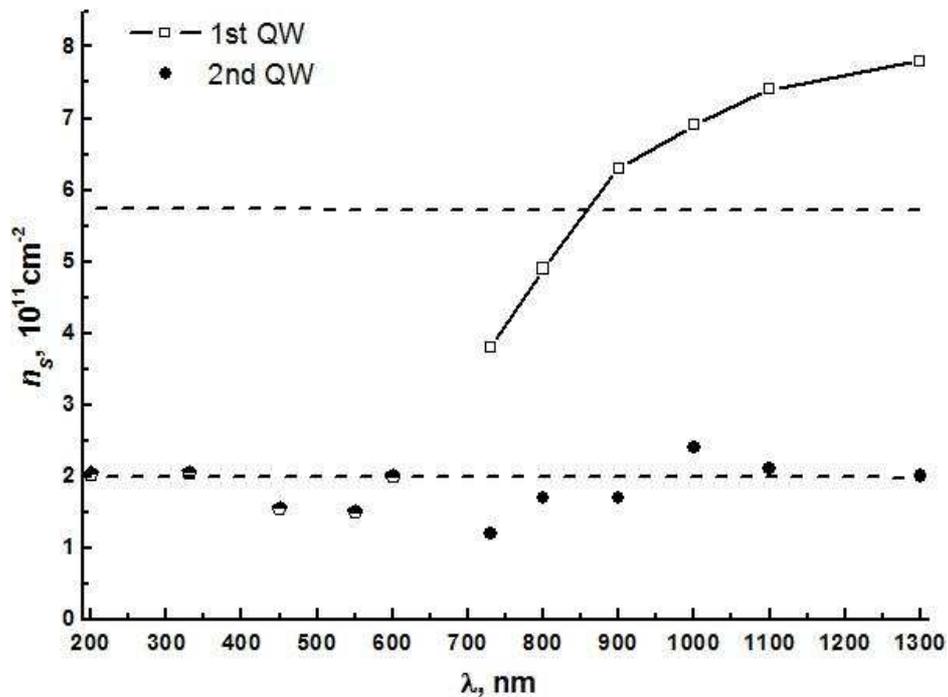


Рис. 2.6. Изменение 2D концентрации электронов в образце D003 при изменении длины волны подсветки. Открытые символы соответствуют концентрации электронов в 1-й квантовой яме, сплошные символы – во 2-й квантовой яме. Пунктиром показаны “темновые” значения концентраций.

Действительно, поскольку эффекты положительной и отрицательной ОФП являются обратимыми (освещая образец последовательно видимым и ИК излучением можно

циклически менять концентрацию 2D электронов), то как положительная, так и отрицательная ОФП в конечном счете должны быть связаны с перезарядкой одних и тех же глубоких центров. Как было показано в работах [29, 30, 56] отрицательная ОФП связана главным образом с переносом заряда из квантовой ямы InAs на заряженные поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb. Соответственно, положительная ОФП должна быть обусловлена обратным процессом, т.е. переносом электронов с нейтральных поверхностных доноров в квантовую яму. В области энергий квантов  $\hbar\omega < 0.8$  эВ ( $\lambda > 1500$  нм) может осуществляться ионизация нейтральных (т.е. лежащих под уровнем Ферми) поверхностных доноров в покрывающем слое GaSb. При энергиях свыше 0.8 эВ происходит межзонная генерация электрон-дырочных пар в слое GaSb, причём при энергиях квантов меньше 1.5 эВ ( $\lambda > 800$  нм) генерируемые легкие дырки имеют энергию, меньше разрыва валентной зоны на гетерогранице GaSb/AlSb [29].

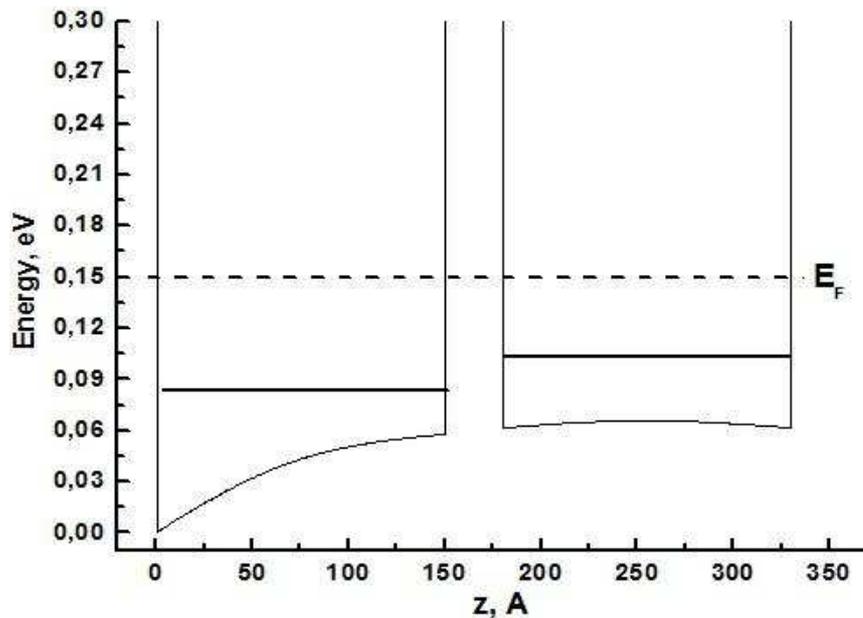


Рис. 2.7. Результаты самосогласованного расчета „темнового“ профиля двойной квантовой ямы в образце D003. Сплошными линиями в каждой квантовой яме отмечены уровни энергии при нулевом значении волновых векторов в плоскости структуры. Пунктирная линия соответствует положению уровня Ферми в системе.

Таким образом, перенос электрического заряда с поверхности при ИК подсветке в условиях положительной ОФП в двойную квантовую яму носит “диффузионный” характер и осуществляется, по-видимому, через примесные состояния в запрещенной зоне барьерного слоя AlSb. Поскольку эффективная масса электронов меньше эффективной массы дырок, то и “диффундировать” электроны будут быстрее. Дырки, обеспечивающие избыток положительного заряда в поверхностном слое при межзонной подсветке в GaSb, будут при этом захватываться нейтральными поверхностными донорами. Как показывают наши численные расчёты, характерный масштаб проникновения волновых функций 2D

электронов в КЯ InAs в барьере AlSb составляет менее 2 нм, что свидетельствует о туннельной непрозрачности барьера между КЯ в наших структурах. Такой же “диффузионный” перенос заряда при ИК подсветке будет иметь место из 2-ой КЯ в барьер AlSb, расположенный справа от двойной квантовой ямы. В результате количество 2D электронов в 1-й КЯ, ближайшей к поверхности, и ионизированных доноров в поверхностном слое увеличивается. Наличие в системе второй квантовой ямы и возможность независимо определять концентрации электронов в каждой из КЯ позволили установить, что этот процесс “диффузионного” переноса заряда от поверхности вглубь структуры при ИК подсветке идет и дальше: хотя количество 2D электронов во 2-й КЯ заметно не меняется (с точностью до погрешности определения), но концентрация ионизированных доноров в правом барьере, как показывает самосогласованный расчет, *уменьшается*.

В области энергий квантов подсветки свыше 1.5 эВ наблюдается ярко выраженная отрицательная ОФП, связанная с межзонной генерацией электронно-дырочных пар с последующим разделением носителей встроенным электрическим полем, увлечением дырок к двойной КЯ и их рекомбинацией с 2D электронами. Основные особенности в спектрах ОФП образцов с двойными КЯ (рис. 2.4) в широком диапазоне энергий квантов подсветки совпадают со спектральными особенностями ОФП для образцов с одиночными КЯ, которые исследовались в работах [30, 56]. Поскольку при энергиях свыше 1.61 эВ ( $\lambda < 770$  нм) начинается генерация электрон-дырочных пар через непрямую зону AlSb, обмен электронами между двумя квантовыми ямами становится возможен через надбарьерные состояния, что приводит к постепенному уменьшению различия между концентрациями 2D электронов в квантовых ямах (рис. 2.6).

Исследования ОФП в номинально нелегированных гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами и количественные расчеты концентраций ионизированных доноров в барьерах AlSb и покрывающем слое GaSb, представленные в **разделе 2.2**, демонстрируют выраженную асимметрию “встроенного” электрического поля в этих гетероструктурах. Поскольку механизм ОФП в нелегированных гетероструктурах InAs/AlSb является общим для образцов с двойными и одиночными КЯ [29, 30, 56], это позволяет утверждать, что основными “поставщиками” 2D электронов в гетероструктурах с одиночными квантовыми ямами также являются именно поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb. В работе [56] А. В. Иконниковым было продемонстрировано, что *отрицательная ОФП* в образцах с одиночными квантовыми ямами обусловлена захватом фотовозбужденных электронов в основном *поверхностными донорами* в покрывающем слое GaSb. В настоящей диссертации также продемонстрирована сильная асимметрия “встроенного”

электрического поля, но уже в условиях *положительной ОФП*, причём величина “встроенного” поля возрастает с увеличением концентрации 2D электронов в системе (рис. 2.8).

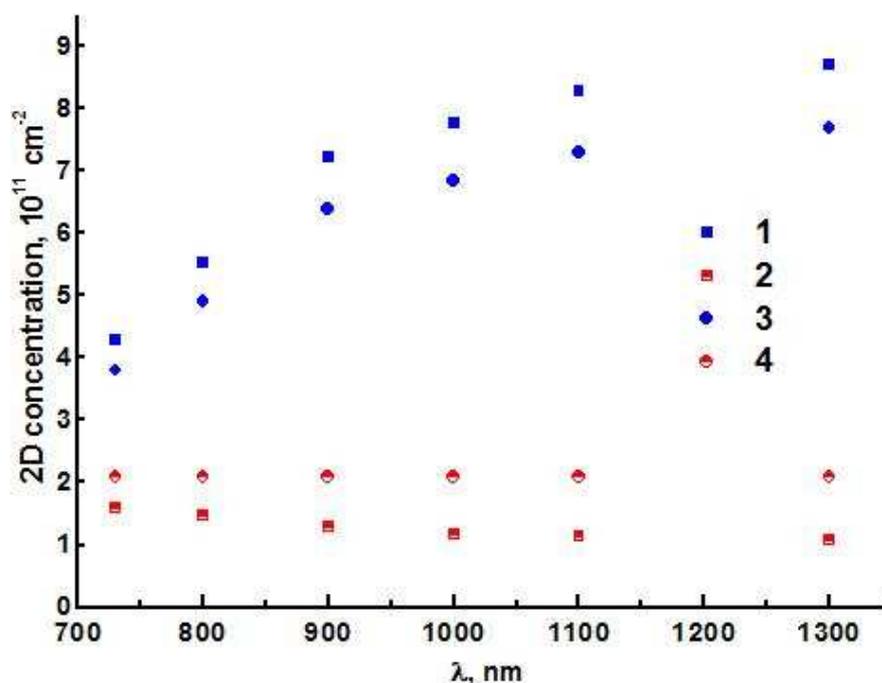


Рис. 2.8. Результаты расчета концентраций ионизованных доноров от длины волны подсветки, определенных из самосогласованного профиля двойной квантовой ямы. Символы 1 соответствуют концентрации ионизованных доноров слева от двойной квантовой ямы. Символы 2 соответствуют концентрации ионизованных доноров справа от двойной квантовой ямы. Символы 3, 4 соответствуют экспериментально определенным значениям концентрации в 1-й (символы 3) и 2-й (символы 4) квантовых ямах.

Таким образом, результаты, полученные в **разделе 2.2** настоящей диссертации и в работе [56], дополняют друг друга и показывают принципиальную возможность для управления величиной “встроенного” электрического поля в гетероструктурах InAs/AlSb с помощью света с различной длиной волны. Это открывает дополнительные возможности для практического использования “одночастичных” спин-зависимых эффектов в приборах спинтроники. Результаты исследования спинового расщепления спектра 2D электронов в нулевом магнитном поле, связанного с асимметричным “встроенным” электрическим полем в гетероструктурах InAs/AlSb представлены в **разделе 2.3**.

### 2.3. Эффекты “встроенного” электрического поля и обменного взаимодействия в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.

Как отмечалось во **Введении** большинство “одночастичных” спин-зависимых явлений вызваны расщеплением энергетического спектра 2D носителей в отсутствие магнитного поля. В полупроводниковых гетероструктурах с квантовыми ямами (КЯ) данное расщепление электронных состояний вблизи дна зоны проводимости в 2D полупроводниковых структурах линейно по квазиимпульсу. Для того чтобы два спиновых состояния частицы с одним и тем же волновым вектором  $k$  в плоскости структуры имели разную энергию в отсутствие магнитного поля, необходимо отсутствие центра инверсии в системе. В **Главе 1** рассмотрены три причины, связанные с SIA, VIA и IA, по которым 2D системы не обладают центром пространственной инверсии.

В настоящем разделе представлены результаты теоретического исследования влияния электрон-электронного взаимодействия на спектр 2D электронов в нулевом магнитном поле в гетероструктурах InAs/AlSb с одной заполненной подзоной размерного квантования (для типичной ширины квантовой ямы InAs 15 нм заполнение второй подзоны размерного квантования начинается при концентрациях электронов свыше  $1.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ). Основной целью исследований был расчёт величины спин-орбитального расщепления энергетического спектра 2D электронов и расстояния между подзонами размерного квантования в КЯ AlSb/InAs/AlSb во всём диапазоне концентраций 2D электронов, при которых заполнена только нижняя подзона размерного квантования. В работе [28] было экспериментально продемонстрировано, что вклад в спиновое расщепление, вызванный SIA, в гетероструктурах InAs/AlSb с концентрацией 2D электронов  $10^{11}$ - $10^{12} \text{ см}^{-2}$  является доминирующим, это позволяет пренебречь вкладами VIA и IA в спиновое расщепление при расчётах энергетического спектра. Электрон-электронное взаимодействие учитывалось в “экранированном” приближении Хартри-Фока. Статическая диэлектрическая проницаемость, описывающая эффект экранировки, рассчитывалась в длинноволновом приближении Томаса-Ферми.

В приближении Хартри-Фока кроме локальной части электрон-электронного взаимодействия  $e\phi_{e-e}$  и “встроенного” электрического поля  $eE_{Donors}(z) \cdot z$  учитывается нелокальное слагаемое, описывающее обменное взаимодействие между электронами:

$$\Sigma^{(i)}(k_{\parallel}) = - \sum_{k_{\parallel}, i' = -\infty}^{+\infty} \int dz \int dz' \int d^2\vec{r} \int d^2\vec{r}' \left( \Psi_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}(\vec{r}, z) \right)^{\dagger} \left( \Psi_{\vec{k}'_{\parallel}}^{(i')}(\vec{r}', z') \right)^{\dagger} V(\vec{r} - \vec{r}', z, z') \Psi_{\vec{k}'_{\parallel}}^{(i')}(\vec{r}, z) \Psi_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}(\vec{r}', z'),$$

$$V(\vec{r} - \vec{r}', z, z') = V(|\vec{r} - \vec{r}'|, z, z'), \quad (2.22)$$

где  $V(\vec{r} - \vec{r}', z, z')$  – кулоновская функция Грина, описывающая взаимодействие двух точечных зарядов, находящихся в точках  $(\vec{r}, z)$  и  $(\vec{r}', z')$ ,  $\vec{r} - \vec{r}'$  – расстояние между точечными зарядами в плоскости гетероструктуры, а  $\Psi_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}(\vec{r}, z)$  – волновая функция 2D электрона, найденная в приближении Хартри и описываемая вектор-столбцом (2.19). Использование преобразования Фурье для кулоновской функции Грина

$$V(\vec{r} - \vec{r}', z, z') = \int \frac{d^2 \vec{q}}{(2\pi)^2} \tilde{D}(q, z, z') e^{i\vec{q}(\vec{r} - \vec{r}')} \quad (2.23)$$

позволяет проинтегрировать (2.22) по  $\vec{r}$  и  $\vec{r}'$ :

$$\Sigma^{(i)}(k_{\parallel}) = - \sum_{i'} \int \frac{d^2 \vec{k}'_{\parallel}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \tilde{D}(|\vec{k}'_{\parallel} - \vec{k}_{\parallel}|, z, z') \tilde{L}_{k_{\parallel}, k'_{\parallel}}^{(i, i')}(z, z) \tilde{L}_{k'_{\parallel}, k_{\parallel}}^{(i', i)}(z', z'), \quad (2.24)$$

где

$$\tilde{L}_{k_1, k_2}^{(i_1, i_2)}(z_1, z_2) = \sum_{p=1}^8 \left( c_p^{(i_1)}(z_1, k_1) \right)^+ c_p^{(i_2)}(z_2, k_2). \quad (2.25)$$

Для нахождения фурье-образа кулоновской функции Грина  $\tilde{D}(q, z, z')$  с учётом сил изображения в КЯ AlSb/InAs/AlSb необходимо решить электростатическую задачу об электроны в плоскостной среде [27]. Рассмотрим слоистую систему, состоящую из двух полуограниченных сред с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_I$  в области  $z < 0$  и  $\epsilon_I$  в области  $z > d$ , соответствующей барьерам AlSb, разделённых слоем InAs толщиной  $d$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  при  $0 \leq z \leq d$ . Тогда, используя условие зеркальности для равновесной функции распределения электронов по импульсам на границе раздела сред, с учётом непрерывности электростатического потенциала и нормальной составляющей вектора электростатической индукции на бесконечно тонких границах раздела двух сред функция  $\tilde{D}(q, z, z')$  может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{D}(q, z, z') = & \left[ \tilde{a}_1(z) - \tilde{a}_s(z) + \tilde{a}_3(z) \right] \frac{\partial D_s(z, z')}{\partial z} \Big|_{z=0} + \left[ \tilde{a}_1(z) - \tilde{a}_A(z) - \tilde{a}_3(z) \right] \times \\ & \times \frac{\partial D_A(z, z')}{\partial z} \Big|_{z=0} - \left\{ \tilde{b}_1(z, z') + \frac{1}{2} [\tilde{b}_A(z, z') + \tilde{b}_s(z, z')] + \tilde{b}_3(z, z') \right\}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_{s,A}(z, z')}{\partial z} \Big|_{z=0} = & \frac{1}{B(q)} \left\{ \left[ \tilde{a}_1(z') - \frac{1}{2} (\tilde{a}_A(z') + \tilde{a}_s(z')) \right] [\tilde{a}_{A,s}(0) + \tilde{a}_3(d)] \pm \right. \\ & \left. \pm \left[ \tilde{a}_3(z') - \frac{1}{2} (\tilde{a}_s(z') - \tilde{a}_A(z')) \right] [\tilde{a}_{A,s}(0) + \tilde{a}_1(0)] \right\}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где

$$B(q) = [\tilde{a}_s(0) + \tilde{a}_1(0)][\tilde{a}_3(d) + \tilde{a}_A(0)] + [\tilde{a}_3(d) + \tilde{a}_s(0)][\tilde{a}_A(0) + \tilde{a}_1(0)]; \quad (2.28)$$

$$\tilde{a}_1(z) = a_1(z)\theta(-z); \quad \tilde{a}_3(z) = a_3(z)\theta(z-d);$$

$$\tilde{a}_{s,A}(z) = a_{s,A}(z)\theta(z)\theta(d-z); \quad \theta(z) = \begin{cases} 1, z > 0; \\ 0, z < 0. \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\tilde{b}_1(z, z') = b_1(z, z')\theta(-z)\theta(-z'); \quad \tilde{b}_3(z, z') = b_3(z, z')\theta(z-d)\theta(z'-d);$$

$$\tilde{b}_{s,A}(z, z') = b_{s,A}(z, z')\theta(z)\theta(d-z)\theta(z')\theta(d-z'). \quad (2.30)$$

$$b_{s,A}(z, z') = \frac{1}{2}[\tilde{a}_{s,A}(z+z') + \tilde{a}_{s,A}(z-z')];$$

$$b_{1,3}(z, z') = \frac{1}{2}[\tilde{a}_{1,3}(z+z') + \tilde{a}_{1,3}(z-z')]. \quad (2.31)$$

Верхний знак “+” в (2.27) соответствует симметричным “S”, а нижний “-” – антисимметричным “A” модам [27]. В квантовой яме AlSb/InAs/AlSb выражения для  $a_1(z)$ ,  $a_3(z)$ ,  $a_A(z)$ ,  $a_s(z)$  принимают вид:

$$a_1(z) = a_3(z+d) = -4\pi e \frac{\exp(-qz)}{\varepsilon_1 q},$$

$$a_s(z) = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2 q} \frac{ch[(d/2-z)q]}{sh[qd/2]},$$

$$a_A(z) = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2 q} \frac{sh[(d/2-z)q]}{ch[qd/2]}, \quad (2.32)$$

Для учёта эффекта экранировки в 2D электронном газе в выражении для обменной поправки к энергии (2.24) следует сделать замену:

$$\tilde{D}(q, z, z') \rightarrow \frac{\tilde{D}(q, z, z')}{\tilde{\varepsilon}(q)}, \quad (2.33)$$

где  $\tilde{\varepsilon}(q)$  – статическая диэлектрическая проницаемость. Можно показать, что в 2D электронном газе, описываемом 8-зонным  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтонианом, статическая диэлектрическая проницаемость принимает вид:

$$\tilde{\varepsilon}(q) = 1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \tilde{D}(q, z, z') \sum_{i,i'} \int \frac{d^2 \vec{k}_{\parallel}}{(2\pi)^2} \tilde{L}_{|\vec{k}_{\parallel}|, |\vec{k}_{\parallel}+\vec{q}|}^{(i,i')} (z, z) \tilde{L}_{|\vec{k}_{\parallel}+\vec{q}|, |\vec{k}_{\parallel}|}^{(i',i)} (z', z') \frac{f_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)} - f_{\vec{k}_{\parallel}+\vec{q}}^{(i)}}{E_{\vec{k}_{\parallel}+\vec{q}}^{(i)} - E_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}}, \quad (2.34)$$

где  $f_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}$  – равновесная функция Ферми-Дирака для электрона при температуре  $T$  с энергией  $E_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)}$ :

$$f_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)} = \left[ \exp\left(\frac{E_{\vec{k}_{\parallel}}^{(i)} - \mu}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1}.$$

Здесь  $\mu$  соответствует химическому потенциалу. При нулевой температуре в длинноволновом пределе Томаса-Ферми выражение (2.34) переходит в

$$\tilde{\epsilon}(q) \approx 1 + \sum_i D^{(i)}(E_F) \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{k_F^{(i)}, k_F^{(i)}}^{(i,i)}(z, z) \tilde{L}_{k_F^{(i)}, k_F^{(i)}}^{(i,i)}(z', z'), \quad (2.35)$$

где  $D^{(i)}(E_F)$  плотность состояний на уровне Ферми в спиновой подзоне с индексом  $i$ . С учётом (2.24)-(2.35) энергия электронов в спиновой подзоне  $\tilde{E}^{(i)}(k_{\parallel})$  в приближении Хартри-Фока принимает вид:

$$\tilde{E}^{(i)}(k_{\parallel}) = E^{(i)}(k_{\parallel}) + \Sigma^{(i)}(k_{\parallel}), \quad (2.36)$$

где  $E^{(i)}(k_{\parallel})$  энергия электронов в приближении Хартри (2.20)-(2.21), а  $\Sigma^{(i)}(k_{\parallel})$  определяется выражением (2.24).

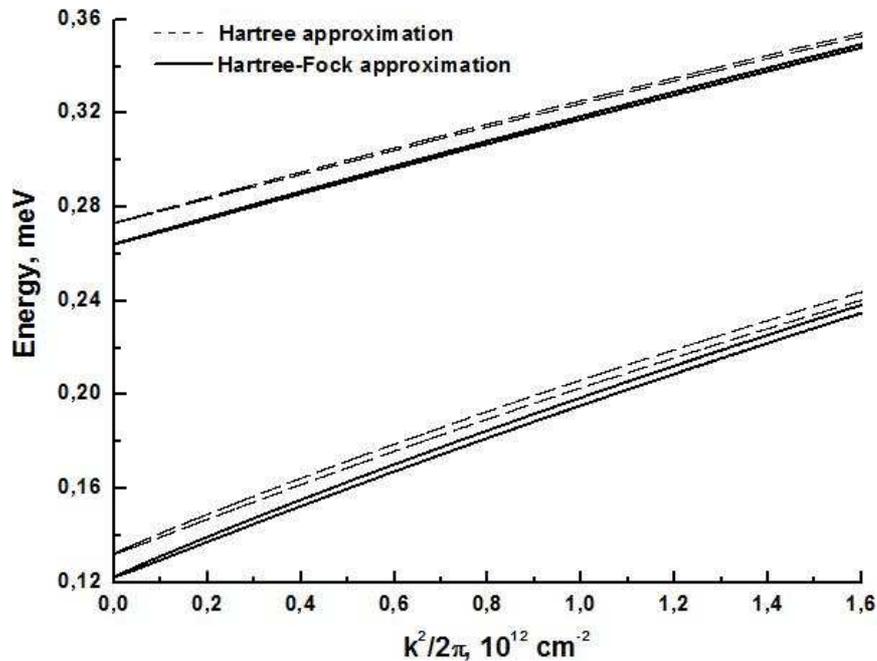


Рис. 2.9. Результаты расчёта энергии для двух нижних подзон размерного квантования от квадрата волнового вектора в приближении Хартри-Фока (сплошные линии) и в приближении Хартри (пунктирные линии) в гетероструктуре InAs/AlSb с шириной квантовой ямы 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $1.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ .

При расчёте энергетического спектра 2D состояний в гетероструктурах InAs/AlSb, в качестве возможных “поставщиков” электронов в квантовую яму рассматривались только поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb, что приводит к максимальной асимметрии “встроенного” электрического поля. Для нахождения обменных поправок к энергии 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb использовались результаты численного решения системы нелинейных уравнений (2.20). В качестве огибающих волновых функций одноэлектронных состояний, с использованием которых рассчитывалась обменная энер-

гия, выбирались одноэлектронные волновые функции, полученные в приближение Хартри.

На рис. 2.9 представлены результаты численного расчёта энергетического спектра 2D электронов в гетероструктуре InAs/AlSb с учётом электрон-электронного взаимодействия в приближениях Хартри и Хартри-Фока. Нуль энергии соответствует дну зоны проводимости (без учёта энергии размерного квантования) в отсутствие энергии обменного взаимодействия. Из-за наличия в системе асимметричного “встроенного” электрического поля пространственно разделённых ионизированных доноров в поверхностном слое GaSb и 2D электронов снимается вырождение по спину в энергетическом спектре электронных состояний в КЯ AlSb/InAs/AlSb. Кроме этого, видно, что учёт обменного взаимодействия приводит к уменьшению энергии электронов в подзонах размерного квантования.

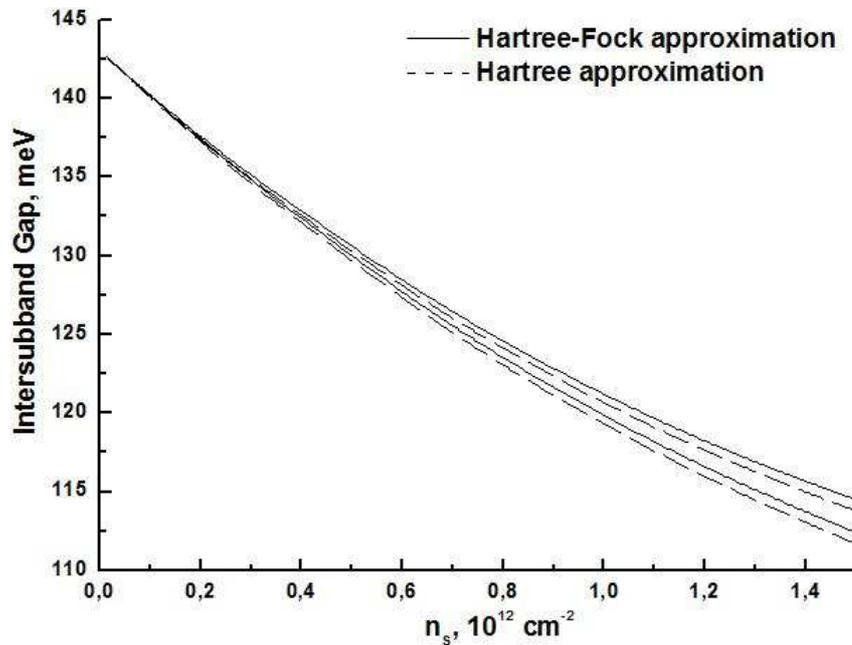


Рис. 2.10. Расстояние между двумя нижними подзонами размерного квантования при фермиевском волновом векторе для разных спиновых подзон от концентрации 2D электронов в приближении Хартри-Фока (сплошные линии) и в приближении Хартри (пунктирные линии) в гетероструктуре InAs/AlSb с шириной квантовой ямы 15 нм.

Результаты численного расчёта расстояния между двумя нижними подзонами размерного квантования при фермиевском волновом векторе при различных значениях концентрации 2D электронов в КЯ приведены на рис. 2.10. Из рисунка видно, что при увеличении концентрации 2D электронов межподзонное расстояние уменьшается, а различие для разных спиновых подзон возрастает. Учёт обменного взаимодействия приводит к увеличению расстояния между подзонами по отношению к значениям, полученным в приближении Хартри.

Спиновое расщепление Рашбы, вызванное SIA,  $n$ -ой подзоны размерного квантования с непараболическим законом дисперсии можно определить как

$$\Delta_n(k) = E^{(b)}(k_{\parallel}) - E^{(a)}(k_{\parallel}), \quad (2.37)$$

где индекс “ $a$ ” соответствует нижней спиновой подзоне, а индекс “ $b$ ” – верхней по энергии спиновой подзоне.

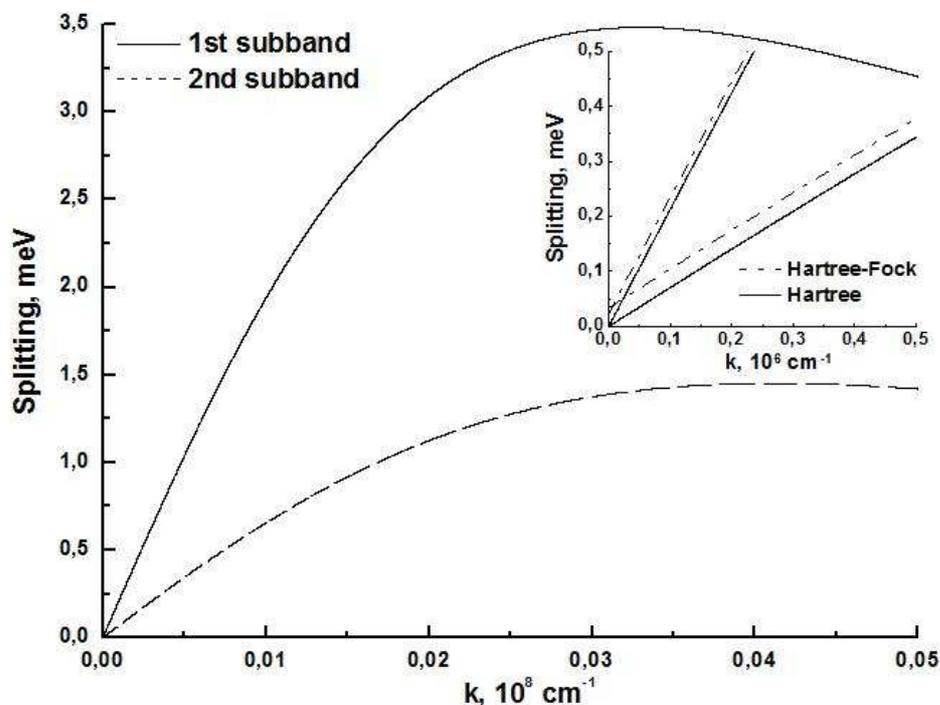


Рис. 2.11. Спиновое расщепление подзон размерного квантования в зависимости от волнового вектора в приближении Хартри в гетероструктуре InAs/AlSb с шириной квантовой ямы 15 нм и концентрацией 2D электронов  $1.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . На вставке – спиновое расщепление подзон в приближении Хартри-Фока (пунктирные линии) и в приближении Хартри (сплошные линии) при малых значениях волнового вектора.

На рис. 2.11 представлены результаты численного расчёта спинового расщепления Рашбы двух нижних подзон размерного квантования в гетероструктуре InAs/AlSb в приближении Хартри. Непараболичность закона дисперсии в зоне проводимости приводит к тому, что расщепление энергетического спектра в двух подзонах размерного квантования при фиксированной концентрации 2D электронов различается, и оказывается линейным по волновому вектору только вблизи дна подзон размерного квантования, где закон дисперсии можно считать параболическим<sup>3</sup>. На вставке к рис. 2.11 сравниваются расщепления подзон при малых значениях волнового вектора в приближении Хартри (сплошные линии) и в приближении Хартри-Фока (пунктирные линии). Из-за спин-орбитального рас-

<sup>3</sup> вклад недиагональных по спину слагаемых  $H_1^{SIA}$  и  $H_2^{SIA}$  (2.15) в расщепление вблизи дна подзон размерного квантования линейен по волновому вектору.

щепления спектра количество электронов в спиновых подзонах  $k_F^{(a)2}/4\pi$  и  $k_F^{(b)2}/4\pi$  оказывается различным. Поскольку из принципа запрета Паули кулоновскому взаимодействию в большей степени подвержены электроны из одной спиновой подзоны, то обменные поправки к энергиям электронов с разными спиновыми индексами во всех подзонах размерного квантования будут отличаться (из-за разного числа последних). Это приводит к дополнительному увеличению расщепления вследствие обменного взаимодействия.

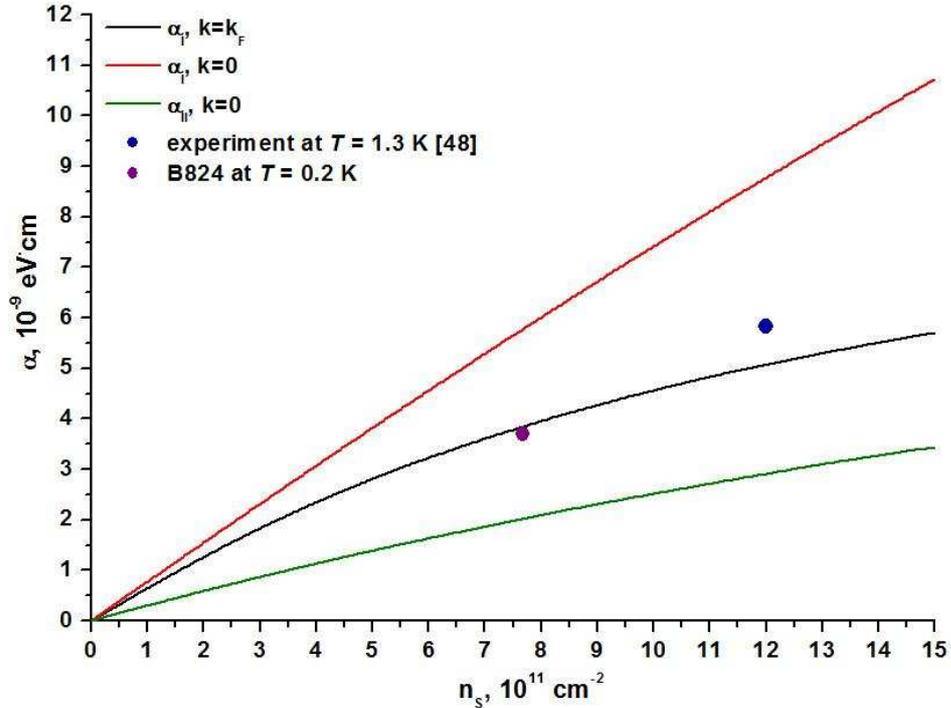


Рис. 2.12. Константа расщепления Рашбы в приближении Хартри в подзонах размерного квантования при различных значениях волновых векторов от концентрации 2D электронов в гетероструктуре InAs/AlSb с шириной квантовой ямы 15 нм.

Для характеристики величины расщепления в подзонах размерного квантования с непараболическим законом дисперсии можно по аналогии с параболическим законом дисперсии

$$\varepsilon_{l\pm}(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_c \pm \alpha k ,$$

ввести “константу” спинового расщепления Рашбы в  $n$ -ой подзоне размерного квантования:

$$\alpha_n(k) = \Delta_n(k) / 2k . \quad (2.38)$$

На рис. 2.12 представлены результаты расчётов в приближении Хартри константы спин-орбитального расщепления (2.38) в гетероструктуре InAs/AlSb в двух подзонах размерного квантования от концентрации 2D электронов. Красная и зелёная кривая представляют зависимости константы спин-орбитального расщепления на дне подзон размерного квантования, чёрная кривая соответствует зависимости константы Рашбы при фермиевском волновом векторе. Как видно из рис. 2.12, константа расщепления Рашбы при фермиев-

ском волновом векторе нелинейно зависит от концентрации 2D электронов, что является не только следствием непараболичности закона дисперсии в зоне проводимости, но и неоднородного из-за электрон-электронного взаимодействия электрического поля в КЯ (слагаемое  $e\varphi_{e-e}$  в (2.20)). Поскольку в нашей модели  $E_{Donors} \propto n_s$ , то нелинейная зависимость от концентрации 2D электронов свидетельствует о нелинейной зависимости константы спин-орбитального расщепления при фермиевском волновом векторе от электрического поля ионизированных доноров покрывающего слоя GaSb. Вблизи дна подзон размерного квантования закон дисперсии можно считать параболическим, и зависимость константы расщепления Рашбы от концентрации 2D электронов (и от электрического поля ионизированных доноров) является линейной. Наши численные расчёты показывают, что различие константы Рашбы, рассчитанной в приближениях Хартри и Хартри-Фока, при всех рассматриваемых значениях волновых векторов и концентрации 2D не превышает 2%, поэтому влиянием обменного взаимодействия на константу спин-орбитального расщепления в гетероструктурах InAs/AlSb в нулевом магнитном поле можно пренебречь.

Как отмечалось в **Главе 1**, спиновое расщепление электронных состояний при определённых условиях может проявляться в виде биений осцилляций Шубникова-де Гааза. В работе [48] в квантовых ямах AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с одной заполненной подзоной размерного квантования при температуре 1.3 К наблюдались биения осцилляций ШдГ. Концентрация 2D электронов в КЯ изменялась напряжением на затворе. Величина спинового расщепления при нулевом напряжении на затворе ( $n_s = 1.2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ) при фермиевском волновом векторе  $\Delta(k_F)$ , определенная из разницы значений концентраций электронов в двух спиновых подзонах, составила 3.2 мэВ (образцы А и В), что соответствует константе спинового расщепления Рашбы  $5.83 \times 10^{-9}$  эВ·см. Рассчитанная нами в приближении Хартри-Фока константа спинового расщепления при данном значении концентрации составляет  $5.06 \times 10^{-9}$  эВ·см. Одной из причин различия в 15% теоретического и экспериментального значений  $\alpha(k_F)$  может являться то, что при определении величины  $\Delta(k_F)$  авторами работы [48] нестрого учитывалась непараболичность закона дисперсии электронов в КЯ InAs. Следует отметить, что в этой же работе [48] для одного из исследуемых образцов (образец С) приводится вдвое меньшее значение величины расщепления  $\Delta(k_F)$ , чем для уже упоминавшихся образцов А и В. Определенная в работе [48] для образцов А и В “константа” спинового расщепления  $\alpha(k_F)$  оказывается практически независимой от концентрации 2D электронов, в то время как результаты настоящей работы предсказывают сублинейный рост  $\alpha(k_F)$  при увеличении  $n_s$  (рис. 2.12). По нашему мнению эти расхождения могут быть связаны с тем, что “встроенное” электрическое поле в образцах InAs/AlSb связано в значительной мере с состоянием поверхности покрывающего слоя GaSb, кото-

рое может неконтролируемым образом изменяться при нанесении затвора. В отсутствие затвора именно поверхностные доноры в слое GaSb являются поставщиками электронов в КЯ InAs (до  $(5-8) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) в номинально нелегированных гетероструктурах высокого качества. В менее чистых структурах с затвором, как в работе [48], заметный вклад в концентрацию 2D электронов могут давать глубокие донорные центры в барьерных слоях AlSb, расположенных как сверху (со стороны поверхности), так и снизу от КЯ InAs. В таких гетероструктурах изменение напряжения на затворе, не приводящее к большим изменениям концентрации 2D электронов, может радикальным образом изменять соотношение ионизированных донорных центров в верхнем и нижнем барьерах AlSb, что приводит к изменению пространственной структуры “встроенного” электрического поля, и зависимости константы спинового расщепления от концентрации 2D электронов, отличной от рис. 2.12.

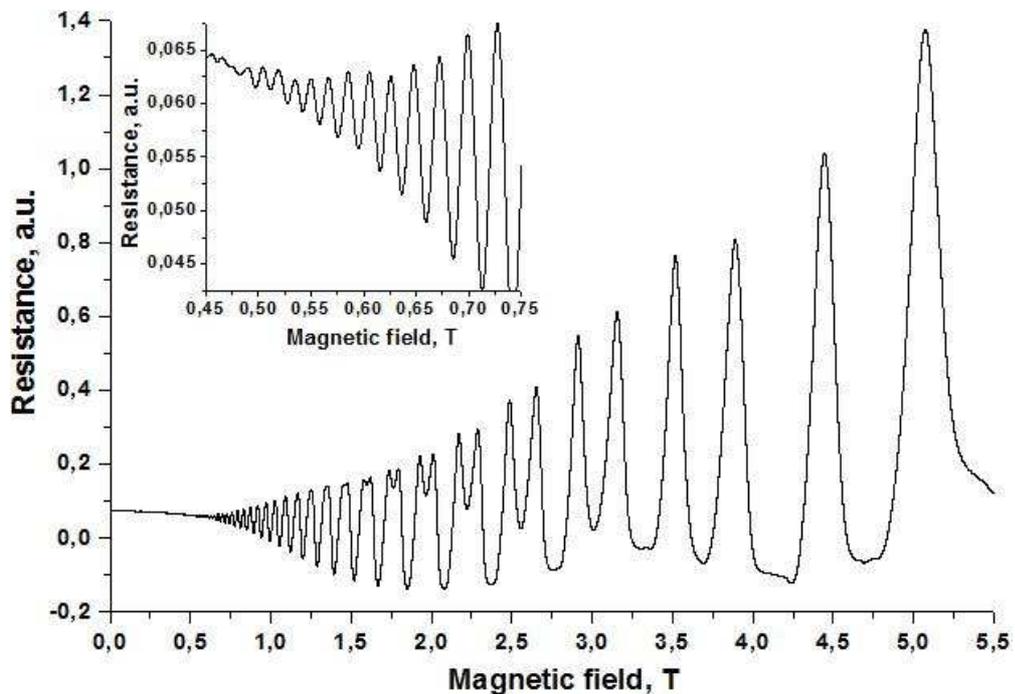


Рис. 2.13. Осцилляции Шубникова-де Гааза в образце B824 при  $T = 0.2 \text{ K}$ . На вставке – осцилляции ШдГ в слабых магнитных полях.

Для экспериментального исследования биений осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами был выбран образец B824 [30, 56] с концентрацией  $9.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и подвижностью 2D электронного газа  $4.4 \cdot 10^5 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$  при  $T = 4.2 \text{ K}$ . На рис. 2.13 представлены результаты измерений осцилляций ШдГ при  $T = 0.2 \text{ K}$ , выполненных в Национальной лаборатории сильных магнитных полей в Тулузе (LNCMI-T). Как видно из вставки к рис. 2.13, выраженные биения осцилляций магнетосопротивления в образце B824 отсутствуют.

Отсутствие биений может быть связано с влиянием спин-орбитального взаимодействия не только на расщепление энергетического спектра, но и на рассеяние 2D электронов на случайном потенциале, что приводит к различному уширению уровней Ландау в спиновых подзонах. Моделирование осцилляций Шубникова-де Гааза, выполненное в работе [113], показало, что различие ширины уровней Ландау в спиновых подзонах, приводит к исчезновению выраженных биений осцилляций магнетосопротивления (рис. 2.14). “Остаточная” периодическая модуляция осцилляций ШдГ, наблюдаемая в слабых магнитных полях (вставка к рис. 2.13), свидетельствует о спин-зависимом уширении уровней Ландау в образце В824. Отметим, что различие ширины уровней Ландау в спиновых подзонах определяется не только величиной спин-орбитального взаимодействия, но и корреляционной длиной случайного потенциала<sup>4</sup>.

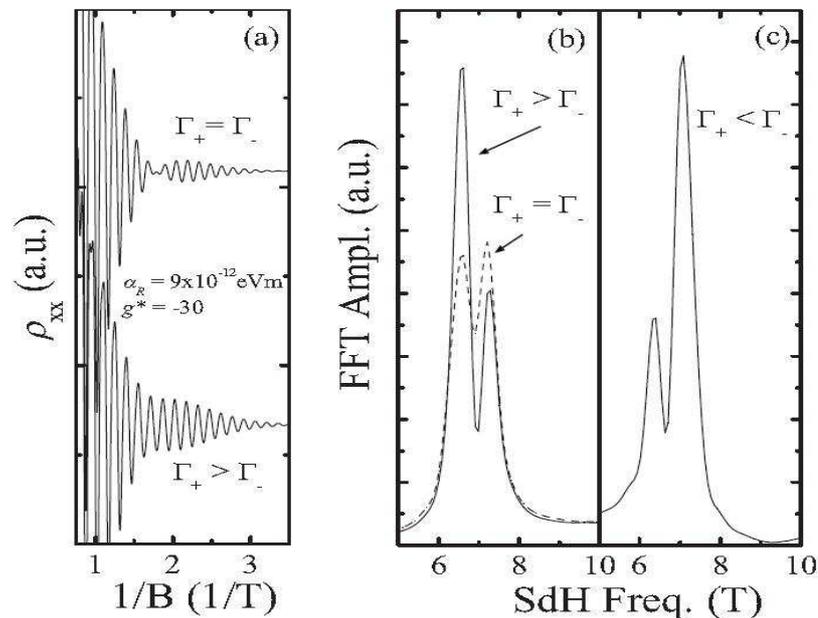


Рис. 2.14. (a)-(b) Моделирование и результаты фурье-анализа модельных зависимостей  $\rho_{xx}$  при различных значениях ширины уровней Ландау в спиновых подзонах  $\Gamma_+ = \Gamma_- = 1.6$  мэВ (верхний график) и  $\Gamma_+ = 1.6$  мэВ,  $\Gamma_- = 1.4$  мэВ (нижний график). (c) Результаты фурье-анализа модельных графиков  $\rho_{xx}$  при  $\Gamma_+ = 1.4$  мэВ и  $\Gamma_- = 1.6$  мэВ [113].

Результаты фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых магнитных полях (менее 0.75 T) в образце В824, представленные на рис. 2.15, демонстрируют два пика, соответствующие значениям концентраций 2D электронов в спиновых подзонах. Используя результаты самосогласованного расчёта циклотронной массы на уровне Ферми,

<sup>4</sup> Используя самосогласованное борновское приближение (SCBA) [114] можно показать, что рассеяние 2D электронов на  $\delta$ -коррелированном случайном потенциале приводит к одинаковому уширению уровней Ландау в спиновых подзонах даже в условиях спинового расщепления Рашбы.

которые находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными по измерению циклотронного резонанса в слабых магнитных полях (см. **Главу 5**), и значения концентраций 2D электронов в спиновых подзонах, была определена константа спинового расщепления Рашбы при фермиевском волновом векторе. При суммарной концентрации 2D электронного газа  $7.67 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , что соответствует циклотронной массе  $0.0349m_0$ , константа спинового расщепления  $\alpha(k_F)$  оказалась равной  $3.70 \times 10^{-9} \text{ эВ}\cdot\text{см}$ . Теоретическое значение  $\alpha(k_F)$  при данном значении концентрации составляет  $3.84 \times 10^{-9} \text{ эВ}\cdot\text{см}$ . Таким образом, наблюдается хорошее согласие между экспериментальными и теоретическими значениями  $\alpha(k_F)$ . Небольшое различие связано с тем, что при расчёте энергетического спектра 2D состояний в гетероструктурах InAs/AlSb, в качестве возможных “поставщиков” электронов в квантовую яму рассматривались только поверхностные доноры в покрывающем слое GaSb. Это приводит к максимальной асимметрии “встроенного” электрического поля и максимально возможным значениям константы спинового расщепления Рашбы. Как показывают исследования ОФП, представленные в **Разделе 2.2**, в реальных гетероструктурах InAs/AlSb доноры в барьерах AlSb дают небольшой вклад в концентрации 2D электронов в КЯ, что приводит в небольшому уменьшению асимметрии “встроенного” электрического поля, и уменьшению константы спинового расщепления Рашбы.

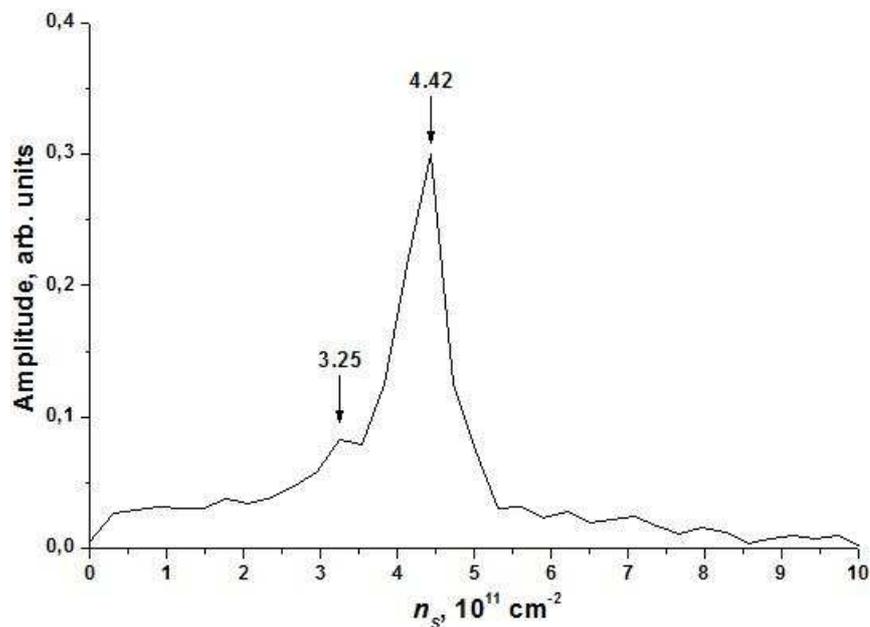


Рис. 2.15. Результаты фурье-анализа осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых магнитных полях (менее 0.75 Т) в образце В824.

## ГЛАВА 3. Эффекты обменного взаимодействия в магнитотранспортных экспериментах в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.

### 3.1. Приближение Хартри-Фока в магнитном поле в узкозонных гетероструктурах.

Как отмечалось в **Главе 1** настоящей диссертации, большинство коллективных “магнитотранспортных” спин-зависимых явлений в 2D полупроводниковых системах определяются основным состоянием 2D электронного газа в магнитном поле, т. е. спектром квазичастиц, перенормированным кулоновским взаимодействием. Поэтому для понимания широкого круга “магнитотранспортных” явлений, наблюдаемых в 2D системах, необходимо знать устройство энергетического спектра носителей заряда и плотность состояний при учёте случайного потенциала, связанного с дефектами в реальных структурах, а также роль электрон-электронного взаимодействия. В подавляющем числе узкозонных гетероструктур с квантовыми ямами подзоны размерного квантования характеризуются сильной непараболичностью закона дисперсии, поэтому для количественного описания влияния электрон-электронного взаимодействия на спектр квазичастиц в магнитном поле необходимо учитывать особенности структуры подзон размерного квантования.

В настоящей главе представлены результаты теоретических исследований влияния электрон-электронного взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц, плотность состояний на уровне Ферми, а также обменного усиления  $g$ -фактора квазичастиц при нулевой температуре в гетероструктурах InAs/AlSb в зависимости от ширины уровней Ландау. Для наиболее общего описания спектра энергетических состояний в качестве одночастичного оператора кинетической энергии использовался 8-зонный  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониан для огибающих волновых функций. Учёт электрон-электронного взаимодействия проводился в “экранированном” приближении Хартри-Фока. Расчёт диэлектрической проницаемости, описывающей экранировку в магнитном поле, проводился в длинноволновом приближении Томаса-Ферми. Для описания уширения уровней Ландау, которое обусловлено влиянием случайного потенциала, связанного с дефектами в реальных структурах, использовался гауссовский профиль плотности состояний для каждого уровня Ландау [115, 116]:

$$D(E) = \frac{1}{2\pi a_B^2} \frac{2}{\sqrt{2\pi}\Gamma} \exp\left(-2\frac{E^2}{\Gamma^2}\right), \quad (3.1)$$

где  $a_B$  – магнитная длина ( $a_B^2 = \hbar c / eB$ ),  $\Gamma$  – ширина уровня Ландау. По аналогии с борновским приближением для  $\delta$ -коррелированного случайного потенциала [114] мы будем полагать, что ширина плотности состояний  $D(E)$  не зависит от номера уровня Ландау и

$$\Gamma = \Gamma_0 \sqrt{\frac{B}{B_0}}, \quad (3.2)$$

где  $B_0$  – магнитное поле, в котором возникают осцилляции Шубникова-де Гааза,  $\Gamma_0$  мы будем считать свободным параметром. Формализм, представленный в настоящем разделе, может быть использован для описания обменного усиления  $g$ -фактора в 2D электронном газе в гетероструктурах, выращенных из любых материалов, объёмный зонный спектр в которых удовлетворительно описывается 8-зонным  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтонианом.

Для исследования влияния обменного взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц в КЯ AlSb/InAs/AlSb, необходимо сначала найти спектр 2D электронов и волновые функции в отсутствие обменного взаимодействия, т. е. в приближении Хартри. В приближении Хартри в магнитном поле в 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане (2.3) помимо слагаемых  $H_{\bar{k}}$  и  $H_\varepsilon$  необходимо учесть слагаемые, описывающие зеемановское расщепление в магнитном поле, которые включены в оператор  $H_Z$ :

$$H_{8\times 8}^{\bar{k},\bar{p}} = H_{\bar{k}} + H_\varepsilon + H_Z, \quad (3.3)$$

Для нахождения уровней энергии в магнитном поле удобно ввести лестничные операторы  $b^+$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} b^+ &= \frac{a_B}{\sqrt{2}}(k_x + ik_y) = \frac{a_B}{\sqrt{2}}k_+, \\ b &= \frac{a_B}{\sqrt{2}}(k_x - ik_y) = \frac{a_B}{\sqrt{2}}k_-, \\ bb^+ - b^+b &= 1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

В формулах (3.4)

$$\begin{aligned} k_x &= -i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{\hbar c} A_x, \\ k_y &= -i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e}{\hbar c} A_y, \\ k_z &= -i \frac{\partial}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал магнитного поля. Оператор  $H_Z$  в гамильтониане (3.3), описывающий зеемановское расщепление в магнитном поле, в базисе, представленном в **Главе 2**, имеет вид:

$$H_Z = \hbar \frac{eB}{m_0 c} \begin{pmatrix} \frac{g^*}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{g^*}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3\kappa}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\kappa}{2} & 0 & 0 & -\frac{\kappa+1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\kappa}{2} & 0 & 0 & -\frac{\kappa+1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3\kappa}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\kappa+1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\left(\kappa+\frac{1}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\kappa+1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \left(\kappa+\frac{1}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (3.6).$$

где в соответствие с (2.8)-(2.10) параметр  $\kappa$  равен  $-2/3$ . Обычно при расчётах уровней энергии в магнитном поле  $g^*$  полагают равным 2 [105]. Однако для того, чтобы наша модель, основанная на 8-зонном  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониане, правильно описывала спиновое расщепление на дне зоны проводимости объёмных материалов, из которых выращены гетероструктура, мы будем полагать

$$g^* = g_c + \frac{m_0}{m_c} \frac{2\Delta}{3E_g + 2\Delta}, \quad (3.7)$$

где  $g_c$  –  $g$ -фактор электронов на дне зоны проводимости. Формула (3.7) получается, если рассматривать электронные состояния в объёмном полупроводнике в окрестности  $E_c$ , учитывая остальные зоны, включённые в гамильтониан  $H_{\bar{k}} + H_Z$ , по теории возмущений (по аналогии с (2.14)-(2.16)). Можно показать, что, выбирая межзонный матричный элемент импульса в виде (2.7) и используя для  $g^*$  выражение (3.7), электронный спектр на дне зоны проводимости в объёмном материале будет описываться гамильтонианом  $2\times 2$ :

$$H_C^{2\times 2} = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_c} + \frac{\hbar^2}{2m_c a_B^2} (bb^+ + b^+b) \pm \frac{1}{2} \mu_B g_c B,$$

где  $\mu_B$  – магнетон Бора.

При выборе калибровки векторного потенциала в виде  $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$  волновые функции гамильтониана (3.3) принимают вид:

$$\Psi_{n_z, n, k}^{(i)}(x, y, z) = \begin{pmatrix} c_1^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n, k\rangle \\ c_2^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n+1, k\rangle \\ c_3^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n-1, k\rangle \\ c_4^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n, k\rangle \\ c_5^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n+1, k\rangle \\ c_6^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n+2, k\rangle \\ c_7^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n, k\rangle \\ c_8^{(i)}(z, n_z, n) \cdot |n+1, k\rangle \end{pmatrix},$$

$$|n, k\rangle = \begin{cases} 0, n < 0 \\ \frac{\exp(iky)}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} a_B L}} \exp\left(-\frac{\tilde{x}^2}{2a_B^2}\right) H_n\left(\frac{\tilde{x}}{a_B}\right), n \geq 0 \end{cases},$$

$$\tilde{x} = x - ka_B^2, \quad (3.8)$$

где  $L$  – размер образца в направлении оси  $y$ ,  $H_n$  – полиномы Эрмита с номером  $n$  ( $n$  – номер уровня Ландау),  $n_z$  – индекс подзоны размерного квантования,  $k$  – проекция квазиимпульса на ось  $x$ ,  $i = a, b$  – индекс, нумерующий решения уравнения Шрёдингера при фиксированных значениях  $n_z, n, k$ . В настоящей главе, как и в **Главе 2**, будут рассматриваться квантовые ямы с одной заполненной подзоной размерного квантования, поэтому индекс  $n_z$  при волновых функциях и матричных элементах различных операторов мы писать не будем. Поскольку

$$b|n, k\rangle = \sqrt{n}|n-1, k\rangle,$$

$$b^+|n, k\rangle = \sqrt{n+1}|n+1, k\rangle, \quad (3.9)$$

(собственные значения, гамильтониана  $H_{(1e)}$  не зависят от проекции квазиимпульса  $k$ ), то, учитывая вид волновой функции  $\Psi_{n, k}^{(i)}$  (3.8) и вводя плотность состояний на уровне Ландау (2.1), систему уравнений Хартри в магнитном поле можно переписать в виде:

$$H_{(1e)}(\vec{r}, z)\Psi_{n, k}^{(i)}(\vec{r}, z) = E_n^{(i)}\Psi_{n, k}^{(i)}(\vec{r}, z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{e-e}\right) = 4\pi e \sum_{n', i'} \frac{v_{n'}^{(i')}}{2\pi a_B^2} \sum_{p=1}^8 |c_p^{(i')}(z, n')|^2,$$

$$v_n^{(i)} = 2\pi a_B^2 \int_{-\infty}^{E_F} D(E - E_n^{(i)}) dE, \quad (3.10)$$

где энергия Ферми  $E_F$  определяется из нормировки полной плотности состояний

$$D_\Sigma(E) = \sum_{n, i} D(E - E_n^{(i)}) \quad (3.11)$$

на концентрацию 2D электронов  $n_S$  в квантовой яме:

$$n_s = \int_{-\infty}^{E_F} D_\Sigma(E) dE. \quad (3.12)$$

Отметим, что  $\nu_n^{(i)}$  в формулах (3.10) соответствует фактору заполнения уровня Ландау с номером  $n$  и “спином”  $i$ . Фактор заполнения всех уровней Ландау в 2D системе равен

$$\nu = \sum_{n,i} \nu_n^{(i)}.$$

Для нахождения энергии уровней Ландау и волновых функций 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb, так же как и в **Главе 2**, использовался метод матрицы рассеяния [111]. Для численного решения системы нелинейных уравнений (3.10)-(3.12) использовался метод итераций. В качестве огибающих волновых функций нулевого приближения выбирались состояния в прямоугольной квантовой яме (рис. 3.1).

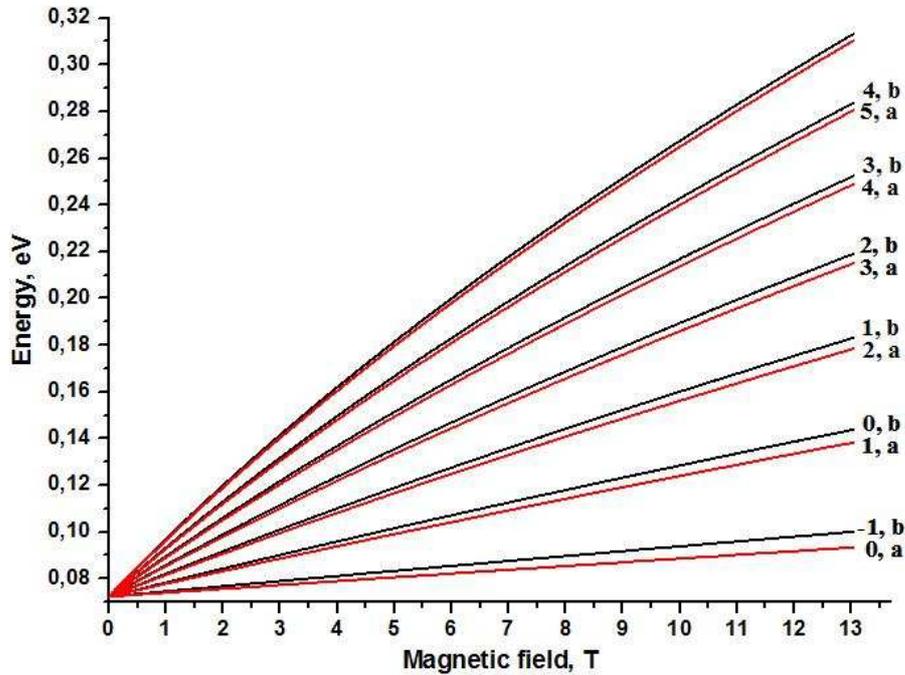


Рис. 3.1. Уровни Ландау 2D электронов в прямоугольной КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм. Нуль энергии соответствует дну зоны в InAs в отсутствие деформации.

Общее выражение для обменных поправок к энергии уровней Ландау, вычисленных на волновых функциях  $\Psi_{n,k}^{(i)}$ , найденных в приближении Хартри, имеет вид

$$\Sigma_n^{(i)} = -\sum_{n',i'} \sum_{k,k'} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int d^2\vec{r}' \int d^2\vec{r} (\Psi_{n,k}^{(i)}(\vec{r}, z))^{\dagger} (\Psi_{n',k'}^{(i')}(\vec{r}', z'))^{\dagger} V(\vec{r} - \vec{r}', z, z') \Psi_{n',k'}^{(i')}(\vec{r}', z) \Psi_{n,k}^{(i)}(\vec{r}, z),$$

Использование преобразования Фурье (2.23) для кулоновской функции Грина позволяет свести задачу вычисления матричных элементов кулоновского потенциала на базисных волновых функциях 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана в магнитном поле к матричным элементам  $e^{i\vec{q}\vec{r}}$ :

$$\langle n_1, k_1 | e^{i\bar{q}\bar{r}} | n_2, k_2 \rangle = \delta_{k_1-k_2, q_x} e^{i\frac{k_1+k_2}{2} q_y a_B^2} \sqrt{\frac{n_2!}{n_1!}} \left[ \frac{(q_y + iq_x) a_B}{\sqrt{2}} \right]^{n_1-n_2} L_{n_2}^{n_1-n_2} \left( \frac{q^2 a_B^2}{2} \right) e^{-\frac{q^2 a_B^2}{4}}. \quad (3.13)$$

Здесь  $L_n^m(x)$  – присоединённые полиномы Лагерра,  $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ . В формуле (3.13) полагается  $n_1 > n_2$ , если  $n_2 > n_1$ , то  $n_1$  и  $n_2$  надо поменять местами. С учётом вида волновых функций  $\Psi_{n,k}^{(i)}$  (3.8) выражение для обменных поправок к энергии уровней Ландау принимает следующий вид:

$$\Sigma_n^{(i)} = - \int \frac{d^2 \bar{q}}{(2\pi)^2} \sum_{n', i'} \sum_k \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} dz \tilde{D}(q, z, z') K_{n,n'}^{(i,i')}(\bar{q}, z, z) K_{n',n}^{(i,i')}(-\bar{q}, z', z'), \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} K_{n,n'}^{(i,i')}(\bar{q}, z, z') = & \left( c_1^{(i)}(z, n)^* c_1^{(i')}(z', n') + c_4^{(i)}(z, n)^* c_4^{(i')}(z', n') + c_7^{(i)}(z, n)^* c_7^{(i')}(z', n') \right) J_{n,n'}(\bar{q}) + \\ & + \left( c_2^{(i)}(z, n)^* c_2^{(i')}(z', n') + c_5^{(i)}(z, n)^* c_5^{(i')}(z', n') + c_8^{(i)}(z, n)^* c_8^{(i')}(z', n') \right) J_{n+1, n'+1}(\bar{q}) + \\ & + \left( c_3^{(i)}(z, n)^* c_3^{(i')}(z', n') \right) J_{n-1, n'-1}(\bar{q}) + \left( c_6^{(i)}(z, n)^* c_6^{(i')}(z', n') \right) J_{n+2, n'+2}(\bar{q}). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Выражение для  $J_{n_1, n_2}(\bar{q})$  в (3.15) определяется как

$$J_{n_1, n_2}(\bar{q}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{n_2!}{n_1!}} \left[ \frac{(q_y + iq_x) a_B}{\sqrt{2}} \right]^{n_1-n_2} L_{n_2}^{n_1-n_2} \left( \frac{q^2 a_B^2}{2} \right) e^{-\frac{q^2 a_B^2}{4}}, & n_1 \geq n_2 \\ \sqrt{\frac{n_1!}{n_2!}} \left[ \frac{(-q_y + iq_x) a_B}{\sqrt{2}} \right]^{n_2-n_1} L_{n_1}^{n_2-n_1} \left( \frac{q^2 a_B^2}{2} \right) e^{-\frac{q^2 a_B^2}{4}}, & n_1 < n_2 \end{cases}. \quad (3.16)$$

Поскольку фурье-образ кулоновской функции  $\tilde{D}(q, z, z')$  2D электронов в квантовой яме не зависит от направления вектора  $q$  (2.26)-(2.32), то, переходя в полярную систему координат, где  $q_x = q \cos \varphi$ ,  $q_y = q \sin \varphi$ , и представляя (3.15) в виде

$$K_{n,n'}^{(i,i')}(\bar{q}, z, z') = \tilde{L}_{n,n'}^{(i,i')} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z' \right)_{z=z'} e^{-\frac{a_B^2 q^2}{4}} \begin{cases} \left[ \frac{a_B q}{\sqrt{2}} \right]^{n-n'} (ie^{-i\varphi})^{n-n'}, & n \geq n' \\ \left[ \frac{a_B q}{\sqrt{2}} \right]^{n'-n} (ie^{i\varphi})^{n'-n}, & n < n' \end{cases}, \quad (3.17)$$

интеграл по углу  $\varphi$  в (3.14) можно вычислить в аналитической форме. В результате приходим к

$$\Sigma_n^{(i)} = - \sum_k \sum_{n', i'} \int \frac{q dq}{2\pi} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2} \right)^{|n-n'|} e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} dz \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{n,n'}^{(i,i')} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \tilde{L}_{n',n}^{(i,i')} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z' \right).$$

Заменяя суммирование по проекции квазиимпульса  $k$  и вводя плотность состояний на уровне Ландау согласно (3.1), получаем выражение для обменных поправок к энергии уровней Ландау квазичастиц в виде:

$$\Sigma_n^{(i)} = -\sum_{n',i'} V_{n'}^{(i')} \int \frac{qdq}{2\pi} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2} \right)^{|n-n'|} e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{n,n'}^{(i,i')} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \tilde{L}_{n',n}^{(i',i)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z' \right). \quad (3.18)$$

Как отмечалось в **Главе 2**, для учёта эффекта экранировки в 2D электронном газе, в энергии обменного взаимодействия (3.18) необходимо сделать замену:

$$\tilde{D}(q, z, z') \rightarrow \frac{\tilde{D}(q, z, z')}{\tilde{\epsilon}(q)},$$

где  $\tilde{\epsilon}(q)$  – статическая диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа. Можно показать, что статическая диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа в приближении случайных фаз (RPA) при учёте рассеяния на  $\delta$ -коррелированном случайном потенциале в самосогласованном борновском приближении (SCBA) [114] имеет вид:

$$\tilde{\epsilon}(q) = 1 + \int_{-\infty}^{+\infty} f(E) dE \sum_{n_1, i_1} \sum_{n_2, i_2} \frac{1}{2\pi a_B^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{n_1, n_2}^{(i_1, i_2)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \tilde{L}_{n_2, n_1}^{(i_2, i_1)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z' \right) \left( \frac{a_H^2 q^2}{2} \right)^{|n_1 - n_2|} \times$$

$$\times e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} \operatorname{Im} \left[ \frac{G_{n_1}^{(i_1)}(E) G_{n_2}^{(i_2)}(E)}{1 - \frac{\Gamma^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{L}_{n_1, n_2}^{(i_1, i_2)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \tilde{L}_{n_2, n_1}^{(i_2, i_1)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z' \right) \left( \frac{a_H^2 q^2}{2} \right)^{|n_1 - n_2|} e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} G_{n_1}^{(i_1)}(E) G_{n_2}^{(i_2)}(E)} \right],$$

где  $G_n^{(i)}(E)$  – одноэлектронная функция Грина, усреднённая по всем возможным конфигурациям рассеивателей. Поскольку в длинноволновом пределе ( $q \rightarrow 0$ ), соответствующем приближению Томаса-Ферми,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{L}_{n_1, n_2}^{(i_1, i_2)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \tilde{L}_{n_2, n_1}^{(i_2, i_1)} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z' \right) e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} \approx 1,$$

то, диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа может быть записана в виде:

$$\tilde{\epsilon}(q) \approx 1 + \sum_{n, i} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{n, n}^{(i, i)}(0, z, z) \tilde{L}_{n, n}^{(i, i)}(0, z', z') \frac{1}{2\pi a_B^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(E) dE \operatorname{Im} \left[ \frac{(G_n^{(i)}(E))^2}{1 - \frac{\Gamma^2}{4} (G_n^{(i)}(E))^2} \right].$$

Заметим, что при нулевой температуре в SCBA (см. [117])

$$\frac{1}{2\pi a_B^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(E) dE \operatorname{Im} \left[ \frac{(G_n^{(i)}(E))^2}{1 - \frac{\Gamma^2}{4} (G_n^{(i)}(E))^2} \right] = D_n^{(i)}(E_F),$$

где  $D_n^{(i)}(E_F)$  плотность состояний  $(n, i)$  уровня Ландау на уровне Ферми. Таким образом,

$$\tilde{\epsilon}(q) \approx 1 + \sum_{n, i} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int dz \tilde{D}(q, z, z') \tilde{L}_{n, n}^{(i, i)}(0, z, z) \tilde{L}_{n, n}^{(i, i)}(0, z', z') D_n^{(i)}(E_F). \quad (3.19)$$

Диэлектрическая проницаемость (3.19) содержит плотность состояний, полученную в рамках SCBA, которая описывается эллиптическим профилем [9, 114], однако часто в различных расчётах, где требуется учитывать уширение уровней Ландау, эллиптический профиль заменяется выражением (3.1).

В соответствии с (3.10)-(3.12) и (3.18) энергию уровней Ландау квазичастиц  $\tilde{E}_n^{(i)}$  можно определить как

$$\tilde{E}_n^{(i)} = E_n^{(i)} + \Sigma_n^{(i)}, \quad (3.20)$$

где  $E_n^{(i)}$  энергия уровней Ландау, вычисленная в приближении Хартри (3.10)-(3.12). Отметим, что хотя в объёмном InAs, а также в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм  $g$ -фактор электронов в зоне проводимости является *отрицательным*, в дальнейшем под  $g$ -фактором будет пониматься его абсолютное значение. С учётом вышесказанного, эффективный  $g$ -фактор  $g^*$ , характеризующий спиновое расщепление на уровне Ферми между уровнями Ландау  $(n_F-1, b)$  и  $(n_F, a)$  в спектре квазичастиц, определяется как

$$g^* = \frac{|\tilde{E}_{n_F}^{(a)} - \tilde{E}_{n_F-1}^{(b)}|}{\mu_B B} = g_{(1e)} + \frac{|\Sigma_{n_F-1}^{(b)} - \Sigma_{n_F}^{(a)}|}{\mu_B B}, \quad (3.21)$$

где “одноэлектронный”  $g$ -фактор, вычисленный в приближении Хартри, выражается как

$$g_{(1e)} = \frac{|E_{n_F}^{(a)} - E_{n_F-1}^{(b)}|}{\mu_B B}. \quad (3.22)$$

В описанном выше приближении электрон-электронное взаимодействие является недиссипативным в первом порядке теории возмущений<sup>5</sup>. Поэтому вид плотности состояний и ширина уровней Ландау квазичастиц остаются такими же, как и в отсутствие электрон-электронного взаимодействия, т. е. определяются формулами (3.1) и (3.2). В результате плотность состояний квазичастиц определяется как

$$\tilde{D}_\Sigma(E) = \sum_{n,i} D(E - \tilde{E}_n^{(i)}) = \sum_{n,i} \tilde{D}_n^{(i)}(E). \quad (3.23)$$

Энергия Ферми  $\tilde{E}_F$ , перенормированная кулоновским взаимодействием и факторы заполнения уровней Ландау квазичастиц  $\tilde{\nu}_n^{(i)}$  определяются следующими соотношениями:

$$n_S = \int_{-\infty}^{\tilde{E}_F} \tilde{D}_\Sigma(E) dE, \quad (3.24)$$

$$\tilde{\nu}_n^{(i)} = 2\pi a_B^2 \int_{-\infty}^{\tilde{E}_F} D(E - \tilde{E}_n^{(i)}) dE.$$

<sup>5</sup> Мнимая часть обменных поправок к энергии равна нулю.

Необходимо сделать несколько замечаний, связанных с нашей моделью, использовавшейся для описания влияния электрон-электронного взаимодействия на основное состояние 2D электронного газа с учётом уширения уровней Ландау вследствие беспорядка. Как было продемонстрировано выше, уширение уровней Ландау использовалось нами для расчётов факторов заполнения каждого уровня Ландау и для вычисления диэлектрической проницаемости 2D электронного газа. Однако для расчёта обменной поправки к спектру квазичастиц использовались волновые функции 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана *в отсутствие беспорядка*. В терминах диаграммного представления в нашей модели игнорируется перенормировка вершинных частей в “обменной” диаграмме для собственно-энергетической части примесными линиями [118-121]. Таким образом, при описании спектра квазичастиц эффектами локализации электронов в 2D системе вследствие кулоновского взаимодействия и беспорядка, пренебрегается. Однако если не интересоваться эффектами, связанными с локализацией, данное приближение активно используется для интерпретации и описания результатов многочисленных магнетотранспортных экспериментов в 2D системах с параболическим законом дисперсии (см. например [65-75, 78-80]).

### 3.2. Спектр квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.

В настоящем разделе представлены результаты теоретических исследований влияния обменного взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц и плотность состояний на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb в зависимости от ширины уровней Ландау при нулевой температуре. При расчёте спектра и плотности состояний квазичастиц количество доноров слева и справа от квантовой ямы полагалось одинаковым, что приводило к симметричному “встроенному” электрическому полю. Это было сделано сознательно, чтобы разделить эффекты, связанные с обменным взаимодействием и спиновым расщеплением Рашбы. Как показывают экспериментальные исследования магнитотранспорта при температуре  $T = 0.2$  К в этих структурах (рис. 2.13), осцилляции Шубникова-де Гааза начинают появляться в магнитных полях свыше 0.45 Т, поэтому в своих расчётах мы полагали  $B_0 = 0.5$  Т. Значения параметра  $\Gamma_0$  оценивались из анализа характерных значений подвижности 2D электронов с использованием выражения (3.2) для ширины уровней Ландау в образцах, доступных нашей рабочей группе в ИФМ РАН [16, 18, 21, 30, 32, 56]. Интервал изменения параметра  $\Gamma_0$  составил 0.2-1.0 мэВ. Первое значение соответствует образцам, в которых наблюдались рекордные значения подвижности 2D электронов, второе – образцам с низкой подвижностью 2D электронного газа.

На рис. 3.2-3.3 представлены результаты расчёта уровней Ландау квазичастиц в приближении Хартри и Хартри-Фока в гетероструктурах InAs/AlSb с шириной КЯ 15 нм при нулевой температуре и различных значениях ширины уровней Ландау. Начнём с анализа спектра квазичастиц в приближении Хартри. Как видно из рис. 3.2 (а, с) и рис. 3.3 (а), в фиксированном магнитном поле при увеличении энергии уровни Ландау в КЯ AlSb/InAs/AlSb “сгущаются”, что связано с непараболичностью закона дисперсии в подзоне размерного квантования. Резкие “скачки” уровня Ферми между уровнями Ландау спектре квазичастиц соответствуют целочисленным факторам заполнения и связаны с увеличением кратности вырождения каждого уровня Ландау при увеличении магнитного поля. Величина таких “скачков” при чётных факторах заполнения зависит от ширины плотности состояний на уровнях Ландау. При нечётных факторах заполнения “скачки” наблюдаются только при слабом перекрытии плотностей состояний расщеплённых по спину уровней (рис. 3.2 (а)). При увеличении ширины уровней Ландау перекрытие плотностей состояний соседних уровней увеличивается, что приводит к размытию “скачков” уровня Ферми в спектре квазичастиц при нечётных факторах заполнения уровней Ландау.

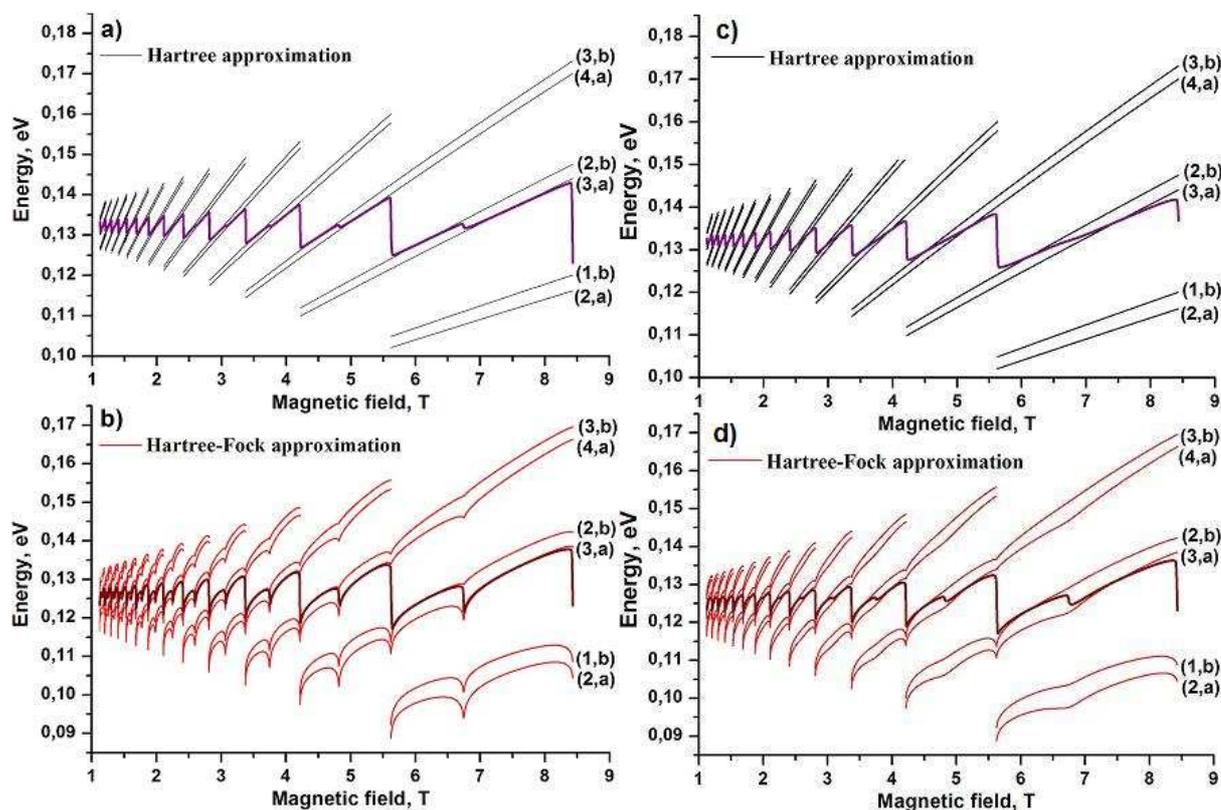


Рис. 3.2. Уровни Ландау квазичастиц в приближении Хартри (а, с) и в приближении Хартри-Фока (b, d) в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\Gamma_0 = 0.2 \text{ мэВ}$  (а, b) или  $\Gamma_0 = 0.5 \text{ мэВ}$  (с, d). Жирные кривые на графиках (а, с) и (b, d) соответствуют положению уровня Ферми в энергетическом спектре.

Учёт обменного взаимодействия между электронами приводит к уменьшению энергии уровней Ландау, к искажению монотонной зависимости от магнитного поля, и к появлению “пикообразных” особенностей в спектре квазичастиц при целочисленных факторах заполнения. Возникновение “пикообразных” особенностей в спектре квазичастиц связано с экранировкой кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе. Диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа (3.19) определяется значением плотностей состояний уровней Ландау на уровне Ферми. При малой ширине уровней Ландау (рис. 3.2 (b)) плотности состояний соседних уровней практически не перекрываются, и в окрестности целочисленных факторов заполнения диэлектрическая проницаемость (3.19) становится близкой к единице. В результате обменные поправки к энергии определяется неэкранированным кулоновским потенциалом, и энергия уровня Ландау квазичастиц в заданном магнитном поле принимает минимальное значение. При увеличении ширины уровней Ландау перекрытие плотностей состояний соседних уровней, расщеплённых по спину, возрастает, диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа при нечётных факторах заполнения также увеличивается. В результате пиковые особенности в спектре

квазичастиц при нечётных факторах заполнения размываются (рис. 3.2(d)), а при большом перекрытии плотностей состояний соседних уровней исчезают вовсе (см. рис. 3.3(b)).

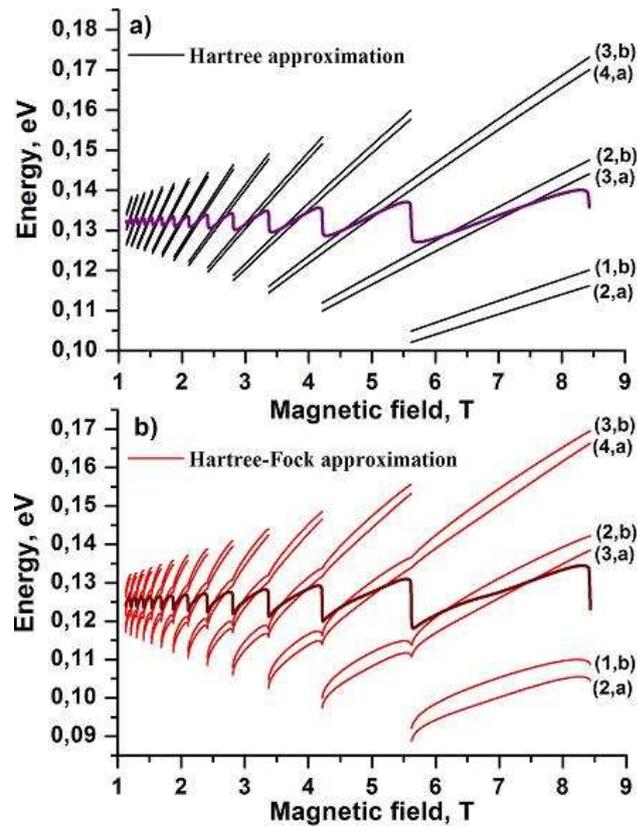


Рис. 3.3. Уровни Ландау квазичастиц в приближении Хартри (а) и в приближении Хартри-Фока (б) в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $\Gamma_0 = 1.0$  мэВ. Жирные кривые на графиках (а) и (б) соответствуют положению уровня Ферми в энергетическом спектре.

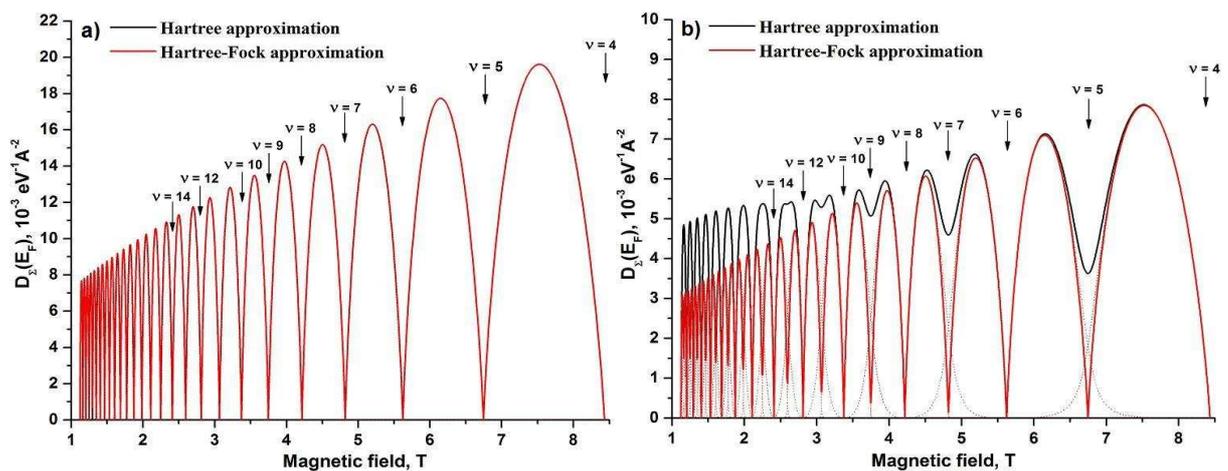


Рис. 3.4. Плотность состояний на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb с шириной КЯ 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\Gamma_0 = 0.2$  мэВ (а)  $\Gamma_0 = 0.5$  мэВ (б). Стрелками отмечены значения поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

На рис. 3.4 и 3.5 представлены результаты расчёта плотностей состояний на уровне Ферми в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при нулевой температуре и различных значениях ширины уровней Ландау. Жирные чёрные кривые соответствуют плотности состоя-

ний на уровне Ферми  $D_{\Sigma}(E_F)$  в приближении Хартри, жирные красные – плотности состояний  $\tilde{D}_{\Sigma}(\tilde{E}_F)$  в приближении Хартри-Фока. Чёрные и красные точечные линии соответствуют плотностям состояний уровней Ландау ( $n_{F-1,b}$ ) и ( $n_{F,a}$ ) на уровне Ферми в приближениях Хартри и Хартри-Фока. Из рис. 3.4(a) видно, что в отсутствие перекрытия уровней Ландау плотности состояний на уровне Ферми, рассчитанные в приближениях Хартри и Хартри-Фока (красные и чёрные кривые), совпадают. Тот факт, что значение параметра  $\Gamma_0 = 0.2$  мэВ соответствует именно неперекрывающимся уровням Ландау, подтверждается не только наличием “пикообразных” особенностей в спектре квазичастиц (рис. 3.2(b)) во всем рассматриваемом интервале магнитных полей, но и равенством нулю плотности состояний на уровне Ферми (рис. 3.4(a)) при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау.

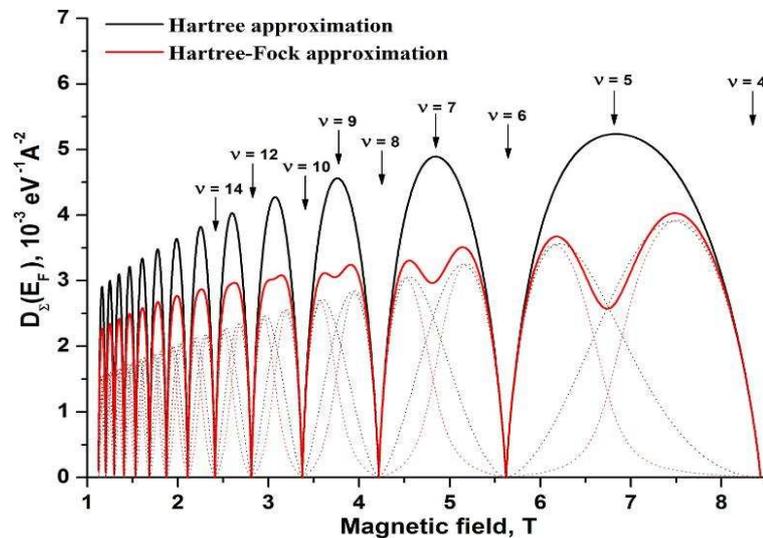


Рис. 3.5. Плотность состояний на уровне Ферми в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $\Gamma_0 = 1.0$  мэВ. Стрелками отмечены значения поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Учёт обменного взаимодействия в условиях перекрытия расщеплённых по спину уровней Ландау приводит к уменьшению значения плотности состояний при нечётных факторах заполнения и её расщеплению на два пика, соответствующих вкладам разных уровней Ландау (рис. 3.4(b) и 3.5). Максимум каждого пика плотности состояний соответствует магнитному полю, в котором пересекаются соответствующий уровень Ландау и уровень Ферми. Расщепление на два пика связано с уменьшением перекрытия расщеплённых по спину уровней Ландау, которое является прямым следствием обменного усиления g-фактора квазичастиц [9, 34, 80-82] и, соответственно, усиления зеемановского расщепления на уровне Ферми в спектре квазичастиц. Обменное усиление зеемановского расщепления на уровне Ферми приводит к перенормировке факторов заполнения уровней Ландау, особенно существенной в случае сильного перекрытия плотностей состояний сосед-

них уровней. Как видно из рис. 3.6, фактор заполнения нижнего уровня Ландау ( $n_{F,a}$ ) увеличивается, а фактор заполнения уровня ( $n_{F-1,b}$ ) уменьшается при учёте обменного взаимодействия. Уширение уровней Ландау приводит к нелинейной зависимости факторов заполнения от магнитного поля.

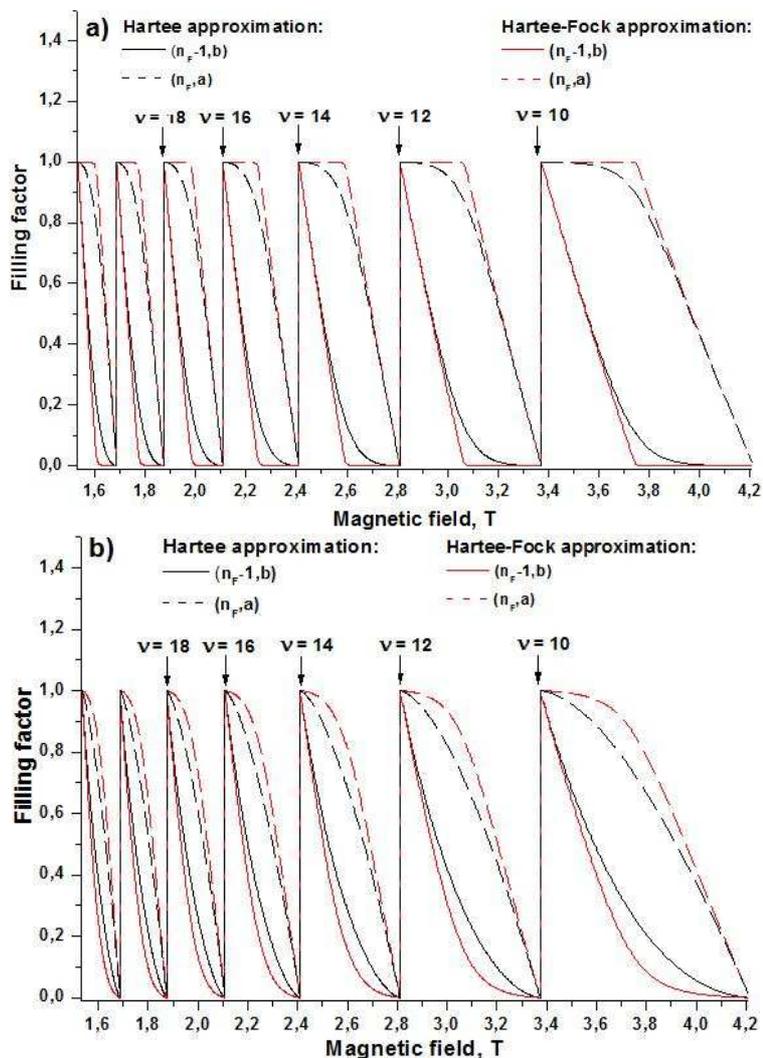


Рис. 3.6. Факторы заполнения спин расщеплённых уровней Ландау, пересекающихся с уровнем Ферми,  $\Gamma_0 = 0.5$  мэВ (а) и  $\Gamma_0 = 1.0$  мэВ (б). Черные сплошные и пунктирные кривые соответствуют значениям, полученным в приближении Хартри, красные – в приближении Хартри-Фока. Стрелками отмечены магнитные поля, соответствующие чётным факторам заполнения уровней Ландау.

### 3.3. Обменное усиление $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами.

Как отмечалось в Главе 1, магнитотранспортные методы, основанные на резонансно-туннельной или емкостной спектроскопии уровней Ландау в 2D системе, позволяют прямым образом определять эффективный  $g$ -фактор электронов, который характеризует зеемановское расщепление на уровне Ферми в спектре квазичастиц. В настоящем разделе представлены результаты теоретических исследований обменного усиления  $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb при нулевой температуре в зависимости от ширины уровней Ландау. Проводится сравнение результатов расчёта  $g$ -фактора квазичастиц с результатами экспериментального следования обменного усиления  $g$ -фактора электронов в гетероструктурах InAs/AlSb.

На рис. 3.7 представлены результаты расчёта  $g$ -фактора квазичастиц как функции магнитного поля в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при нулевой температуре. Особенности “одноэлектронного”  $g$ -фактора, возникающие при чётных факторах заполнения уровней Ландау связаны с непараболичностью закона дисперсии в подзонах размерного квантования. При увеличении магнитного поля кратность вырождения каждого уровня Ландау увеличивается, и уровень Ферми “перескакивает” с одной пары расщеплённых по спине уровней Ландау на более низколежащую пару, зеемановское расщепление которой больше вследствие непараболичности, – происходит скачок эффективного  $g$ -фактора электронов, находящихся на уровне Ферми.

Максимум эффективного  $g$ -фактора электронов на уровне Ферми соответствует нечётному фактору заполнения уровней Ландау и обусловлен максимальным значением разности в концентрациях 2D электронов с противоположными спинами  $|n_{\uparrow} - n_{\downarrow}|$ . При чётном факторе заполнения уровней Ландау количество 2D электронов с противоположными спинами одинаково, и  $g$ -фактор квазичастиц принимает минимальное значение [9]. Однако различие пространственной структуры волновых функций (3.8) для электронов, находящихся на расщеплённых по спине уровнях Ландау, приводит к тому, что при чётных факторах заполнения, обменные поправки к уровням  $(n_F - 1, b)$  и  $(n_F, a)$  различаются, в результате зеемановское расщепление на уровне Ферми и  $g$ -фактор квазичастиц увеличивается. Следствием сложной пространственной структуры волновых функций (3.8) в системах с непараболическим законом дисперсии является также то, что эффективный  $g$ -фактор 2D электронов на уровне Ферми, определяется не только разностью обменных поправок (3.18) расщеплённых по спине уровней Ландау, через которые проходит уровень Ферми, но и всеми заполненными уровнями Ландау. В результате величина обменного усиления  $g$ -

фактора квазичастиц перестаёт быть пропорциональной степени спиновой поляризации 2D системы  $/n_{\uparrow}-n_{\downarrow}/$ .

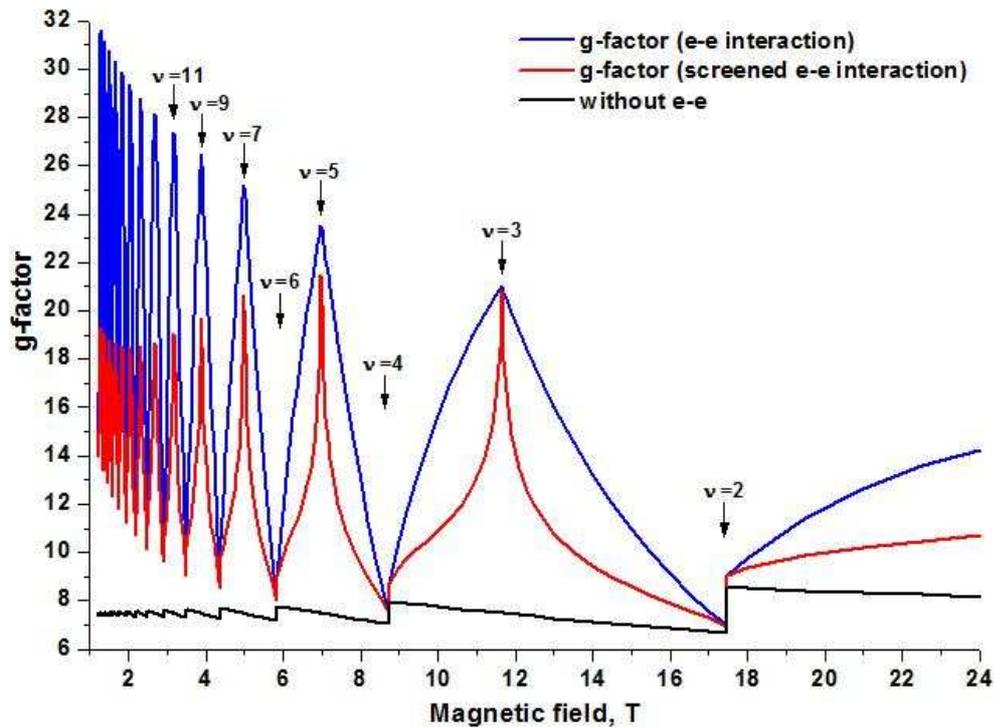


Рис. 3.7. Осцилляции  $g$ -фактора в магнитном поле в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.45 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $\Gamma_0 = 0.3$  мэВ. Синяя кривая соответствует  $g$ -фактору, усиленному за счёт обменного взаимодействия в отсутствие экранирования в 2D электронном газе, красная кривая – расчёт обменного усиления  $g$ -фактора с учётом эффекта экранировки в 2D электронном газе. Чёрная кривая соответствует “одноэлектронному”  $g$ -фактору в приближении Хартри. Стрелками отмечены значения поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Максимальное значение  $g$ -фактора при нечётных факторах заполнения уровней Ландау определяется не только значением разности в концентрациях 2D электронов с противоположными спинами, но и экранировкой кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе. Диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа (3.19) определяется значением плотностей состояний уровней Ландау на уровне Ферми. Поскольку при увеличении магнитного поля перекрытие плотностей состояний соседних уровней, расщеплённых по спину, уменьшается, диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа при нечётных факторах заполнения также уменьшается. В результате максимальное значение  $g$ -фактора квазичастиц приближается к значению, соответствующему неэкранированному кулоновскому потенциалу (рис. 3.7).

На рис. 3.8 представлены результаты расчёты  $g$ -фактора квазичастиц с учётом эффекта экранировки при различных значениях уширения уровней Ландау. Как видно из рис. 3.7 и 3.8, максимум  $g$ -фактора квазичастиц соответствует нечётным факторам заполнения только в отсутствие перекрытия (рис. 3.4(a)) или при небольшом перекрытии (рис.

3.4(b)) плотностей состояний спин расщеплённых уровней Ландау, когда значения параметра  $\Gamma_0 \leq 0.5$  мэВ. При дальнейшем увеличении перекрытия плотностей состояний спин расщеплённых уровней Ландау (рис. 3.5,  $\Gamma_0 = 1.0$  мэВ) диэлектрическая проницаемость 2D электронного газа (3.19) при нечётных факторах заполнения значительно возрастает по сравнению со своим значением в отсутствие перекрытия, что в свою очередь, приводит к значительному уменьшению обменных поправок и  $g$ -фактора квазичастиц. В результате увеличения экранирования обменного взаимодействия в окрестности нечётных факторов заполнения, максимальное значение  $g$ -фактора смещается в сторону меньших магнитных полей (рис. 3.8).

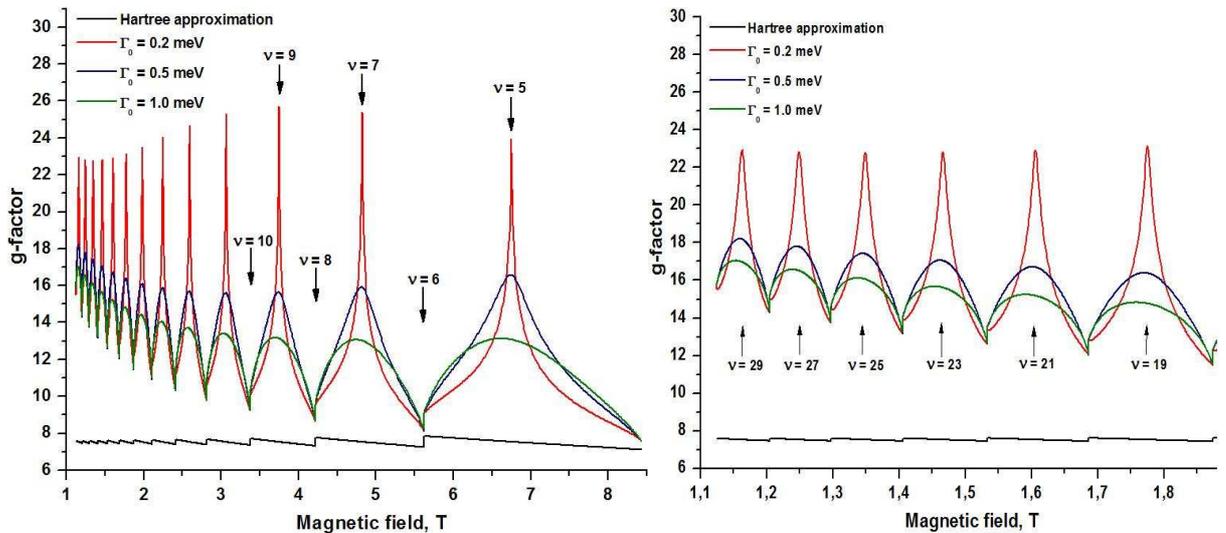


Рис. 3.8. Осцилляции  $g$ -фактора квазичастиц в магнитном поле в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм с концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Чёрная кривая соответствует “одноэлектронному”  $g$ -фактору в приближении Хартри. Красная, синяя и зелёная кривые соответствуют  $g$ -фактору, перенормированному обменным взаимодействием при различных значениях ширины уровней Ландау. Стрелками отмечены значения поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Необходимо отметить, что наблюдаемое на рис. 3.7 и 3.8 немонотонное поведение максимальных значений  $g$ -фактора квазичастиц в магнитном поле в отсутствие перекрытия уровней Ландау предсказывается также в теории Андо и Уемуры [9], справедливой для систем с параболическим законом дисперсии. В работе [122] были выполнены расчёты  $g$ -фактора квазичастиц при различных зависимостях ширины уровней Ландау от магнитного поля. Использование корневой зависимости от магнитного поля (3.2) и гауссовского профиля для плотности состояний на уровнях Ландау (3.1) в условиях слабого перекрытия плотностей состояний приводило к качественно похожей зависимости максимальных значений  $g$ -фактора от магнитного поля, наблюдаемой на рис. 3.7 и 3.8 при  $\Gamma_0 = 0.2$ - $0.3$  мэВ (см. рис. 4 в [122]).

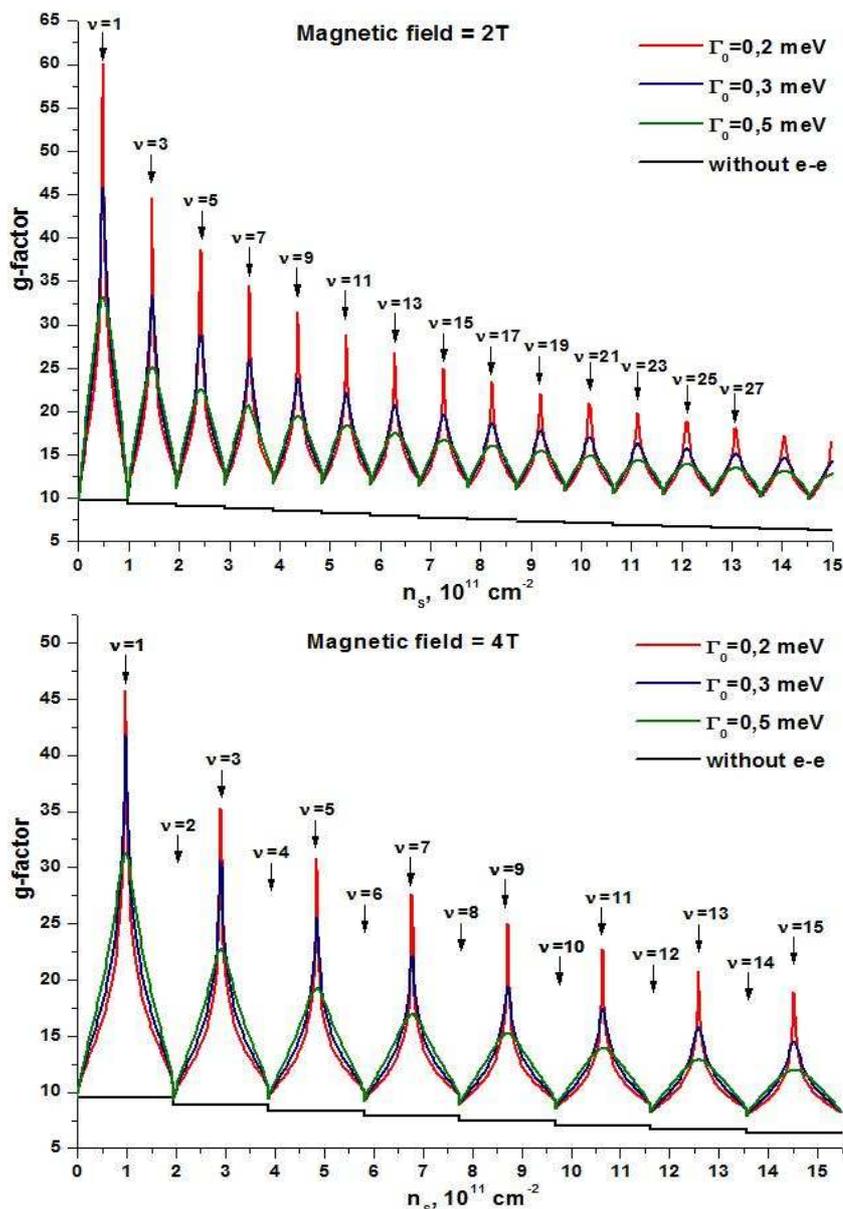


Рис. 3.9. Осцилляции  $g$ -фактора квазичастиц в зависимости от концентрации 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при различных значениях ширины уровней Ландау в магнитном поле 2 Т и 4 Т.

На рис. 3.9 и 3.10 представлены результаты расчёта обменного усиления  $g$ -фактора с учётом эффекта экранировки как функции концентрации 2D электронов, при которой в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм заполнена только одна подзона размерного квантования, при различных значениях магнитного поля и ширине уровней Ландау. Особенности, возникающие при чётных факторах заполнения уровней Ландау, проявляются не только в зависимости “одноэлектронного”  $g$ -фактора от магнитного поля (рис. 3.7 и 3.8), но и от концентрации 2D электронов. Обменное усиление эффективного  $g$ -фактора при чётных факторах заполнения, связанное с сильной непараболичностью подзон размерного квантования в гетероструктурах InAs/AlSb, зависит не только от приложенного магнитного поля, но и от концентрации 2D электронов. Также как и в работе [9], наблюдается умень-

шение максимального значения усиленного  $g$ -фактора на уровне Ферми при увеличении концентрации 2D электронов. Как видно из рис. 3.9 и 3.10, уменьшение ширины плотности состояний на уровнях Ландау приводит к возрастанию максимального значения и изменению формы осцилляций эффективного  $g$ -фактора. Уменьшение перекрытия плотностей состояний расщеплённых по спину уровней приводит к уменьшению экранирования кулоновского взаимодействия и к увеличению разности в концентрациях электронов с противоположными спинами  $|n_{\uparrow}-n_{\downarrow}|$ . В результате величина обменного усиления  $g$ -фактора при нечётных факторах заполнения уровней Ландау увеличивается.

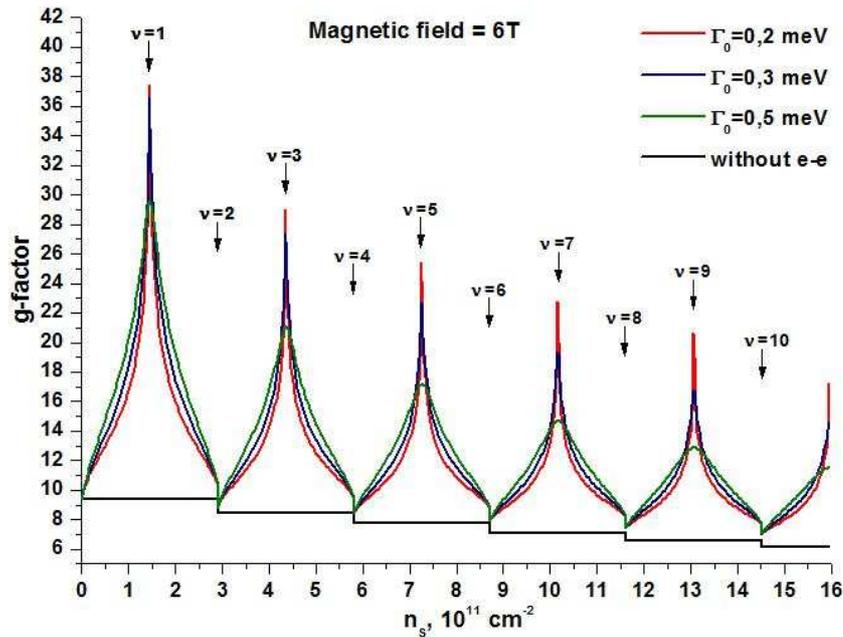


Рис. 3.10. Осцилляции  $g$ -фактора квазичастиц в зависимости от концентрации 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при различных значениях ширины уровней Ландау в магнитном поле напряжённостью 6 Т.

Отметим, что в работе [9] для описания обменного усиления  $g$ -фактора в инверсионных каналах кремния в расчёты закладывалась возрастающая зависимость ширины уровней Ландау  $\Gamma$  от концентрации электронов в кремниевом  $n$ -канале, определённая из результатов экспериментального исследования эффективной подвижности электронов [123]. В настоящей работе сознательно игнорируется зависимость ширины плотности состояний  $\Gamma$  на уровнях Ландау от концентрации 2D электронов. Увеличение величины перекрытия плотностей состояний расщеплённых по спину уровней Ландау с ростом концентрации электронов связано с непараболичностью закона дисперсии в подзонах размерного квантования. В фиксированном магнитном поле при увеличении энергии уровни Ландау в КЯ AlSb/InAs/AlSb “сгущаются” (см. рис. 3.1), и “одноэлектронный”  $g$ -фактор на уровне Ферми уменьшается, что приводит к увеличению перекрытия плотностей состояний соседних уровней Ландау при увеличении концентрации 2D электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb.

По причинам, представленным в **Главе 1**, для сравнения теоретических расчётов с результатами экспериментального исследования обменного усиления  $g$ -фактора в гетероструктурах InAs/AlSb в диссертации будут использоваться значения “магнитотранспортного”  $g$ -фактора, полученные в работах [15, 16, 77]. В работе [15] исследовались осцилляции ШдГ в перпендикулярном магнитном поле, величина усиленного  $g$ -фактора оценивалась исходя из соотношения (1.23). Кроме того, что значения  $B_1$  и  $B_2$ , а значит и  $g$ -фактор 2D электронов, не могут быть определены с высокой точностью, ещё одним недостатком данного метода является то, что из экспериментальных данных невозможно определять значения  $g$ -фактора электронов при фиксированном магнитном поле или концентрации. Результаты экспериментального исследования обменного усиления  $g$ -фактора в образцах с различной концентрацией 2D электронов при *различных значениях магнитного поля* были представлены в **Главе 1** на рис. 1.15. Как показывают исследования осцилляций ШдГ, проведённые в ИФМ РАН [16, 56] и авторами работы [15], значения магнитного поля  $B_2$ , в котором появляется зеемановское расщепление осцилляций, в гетероструктурах InAs/AlSb не превосходит 2 Т. Поэтому для *качественного сравнения* с экспериментом в [15] были сделаны расчёты  $g$ -фактора квазичастиц в зависимости от концентрации 2D электронов в магнитном поле 2 Т. Из рис. 3.11 видно, что экспериментальные значения  $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb существенно превосходят “одноэлектронные” значения и находятся в разумном согласии с результатами теоретических расчётов.

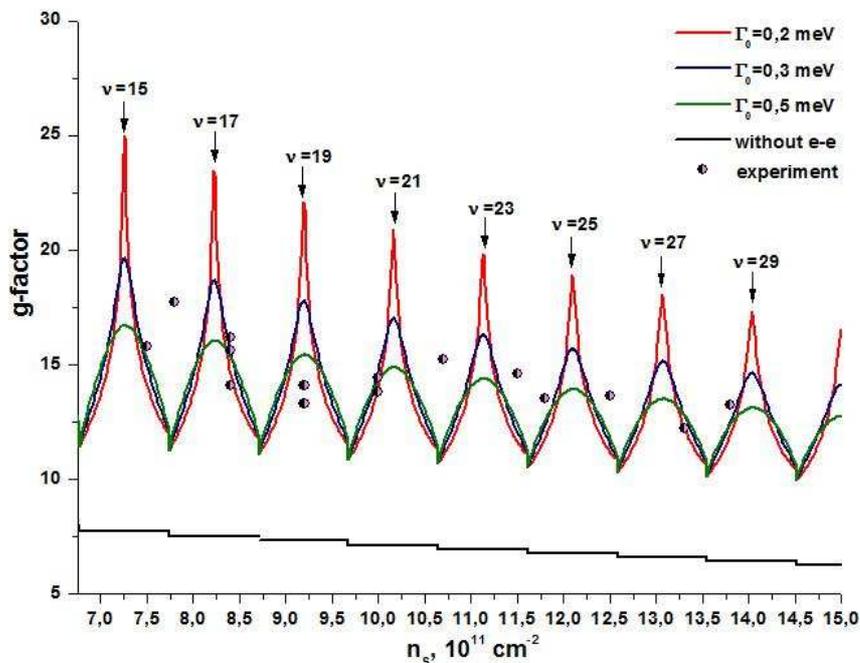


Рис. 3.11. Осцилляции  $g$ -фактора квазичастиц в зависимости от концентрации 2D электронов при различных значениях ширины уровней Ландау в магнитном поле 2 Т. Символы соответствуют экспериментальным значениям  $g$ -фактора в гетероструктурах InAs/AlSb с различной концентрацией 2D электронов *при различных значениях магнитного поля* [15].

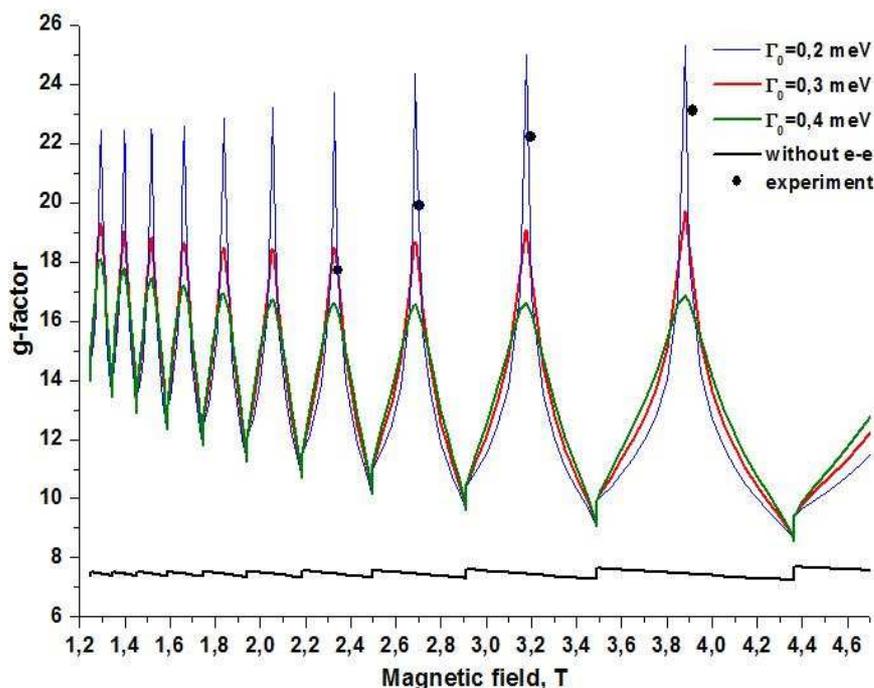


Рис. 3.12. Осцилляции эффективного  $g$ -фактора в образце В824 [16] в зависимости от магнитного поля при концентрации 2D электронов  $8.45 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при различных значениях ширины уровней Ландау.

В работе [16] из анализа зеемановского расщепления осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурах InAs/AlSb при  $T = 4.2 \text{ К}$  были определены значения эффективного  $g$ -фактора в магнитных полях, соответствующих окрестности нечётных факторов заполнения уровней Ландау. Для определения  $g$ -фактора квазичастиц использовалось соотношение

$$g^* = 2 \frac{\partial E}{\partial B} \cdot \frac{B_+ - B_-}{\mu_B (B_+ + B_-)},$$

где  $B_-$  и  $B_+$  – максимумы пиков осцилляций продольной проводимости соответствующие расщеплённым по спину уровням Ландау. Для определения производной  $\partial E / \partial B$  использовались результаты “одноэлектронного” расчёта уровней Ландау 2D электронов (рис. 3.1.) с учётом непараболичности подзон размерного квантования. Концентрация 2D электронов к КЯ AlSb/InAs/AlSb изменялась за счёт эффекта остаточной фотопроводимости. Так, в образце В824 с шириной КЯ 15 нм достоверные значения эффективного  $g$ -фактора лежат интервале от 15-25 в зависимости от концентрации 2D электронов. Анализируя результаты магнетотранспортных измерений, представленных в работе [16], и раскладывая “почти” расщепившиеся пики осцилляций Шубникова-де Гааза на две гауссовские функции, мы более аккуратно определили магнитные поля  $B_-$  и  $B_+$ .

На рис. 3.12-3.14 представлены результаты расчётов обменного усиления  $g$ -фактора для образца В824 при различных значениях концентрации 2D электронов и ширины уровней Ландау. Цветные кривые соответствуют усиленному  $g$ -фактору 2D электронов, вы-

численному для различных значений уширения уровней Ландау. Чёрная кривая соответствует “одноэлектронным” значениям  $g$ -фактора в образце В824. Точками представлены значения, определённые из анализа зеемановского расщепления осцилляций Шубникова-де Гааза [16]. Для экспериментальных значений эффективного  $g$ -фактора в качестве магнитного поля использовалось значение  $(B_+ + B_-)/2$ . Как видно из рис. 3.12-3.14, наблюдается разумное согласие экспериментальных значений и максимумов осцилляций эффективного  $g$ -фактора, вычисленного при различных значениях уширения уровней Ландау. Необходимо сделать некоторые комментарии относительно приближений, положенных в основу метода, предложенного в работе [16]. Нетрудно видеть, что производная  $\partial E/\partial B$  определяет массу квазичастиц  $m^*$ , в результате чего имеем:

$$m^* g^* \sim \frac{B_+ - B_-}{B_+ + B_-}.$$

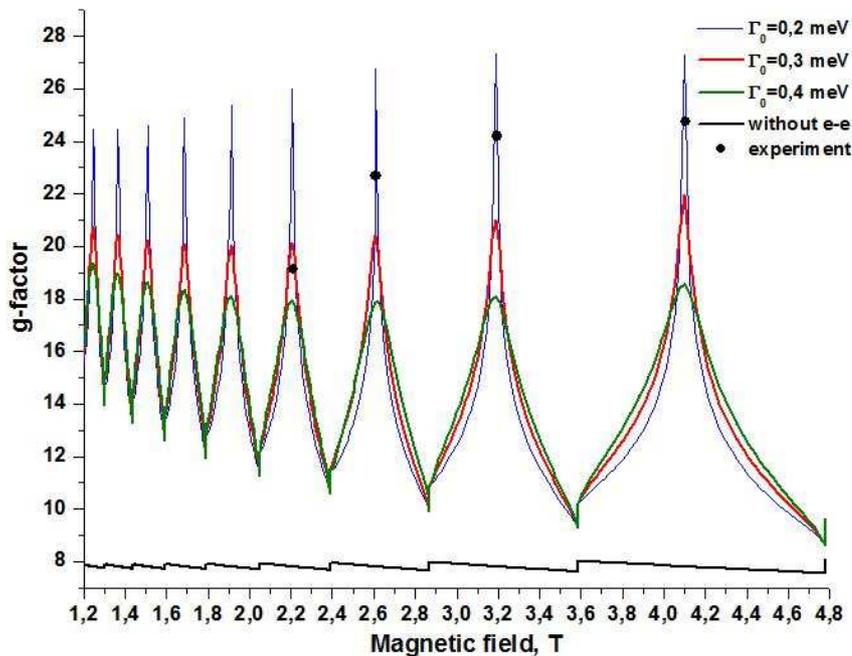


Рис. 3.13. Осцилляции эффективного  $g$ -фактора в образце В824 [16] в зависимости от магнитного поля при концентрации 2D электронов  $6.95 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при различных значениях ширины уровней Ландау.

Однако, масса квазичастиц  $m^*$  перенормируется обменным взаимодействием, и, так же как  $g$ -фактор  $g^*$ , должна быть осциллирующей функцией фактора заполнения уровней Ландау, связанной с осцилляциями уровня Ферми в магнитном поле (рис. 3.2 и 3.3). Несмотря на то, что в работе [16] учитывается непараболичность подзоны размерного квантования, при определении  $m^*$  эффекты, связанные с обменным взаимодействием, игнорируются. Поэтому, строго говоря, метод, предложенный в работе [16], не является прямым методом для измерения  $g$ -фактора квазичастиц.

Как отмечалось в **Главе 1**, исследование резонансно-туннельного тока через гетероструктуру с 2D электронным газом, помещённую в перпендикулярное магнитное поле,

позволяет прямым образом определять величину зеемановского расщепления на уровне Ферми и значения  $g$ -фактора квазичастиц. В работе [77] с помощью методов резонансно-туннельной спектроскопии в магнитных полях до 30 Т при температуре 1.4 К изучалось обменное усиление  $g$ -фактора 2D электронов в гетероструктуре GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb. Концентрация 2D электронного газа в системе изменялась за счёт приложения внешнего гидростатического давления. Толщина слоёв AlSb и InAs в исследуемой гетероструктуре составляла 4 и 15 нм соответственно. Из осцилляций кондуктанса в магнитном поле определялась концентрация 2D электронного газа в гетероструктуре. В отсутствие внешнего давления при концентрации 2D электронов  $n_S = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  были обнаружены два пика осцилляций  $g$ -фактора электронов. Первый пик с максимальным значением  $g$ -фактора 15 наблюдался в магнитном поле, соответствующем фактору заполнения уровней Ландау равным 3, и был связан авторами с проявлением обменного взаимодействия. Второй пик с максимальным значением  $g$ -фактора равным 11 наблюдался в магнитном поле, соответствующем фактору заполнения уровней Ландау равным 2. Природа данного пика при чётных факторах заполнения осталась невыясненной.

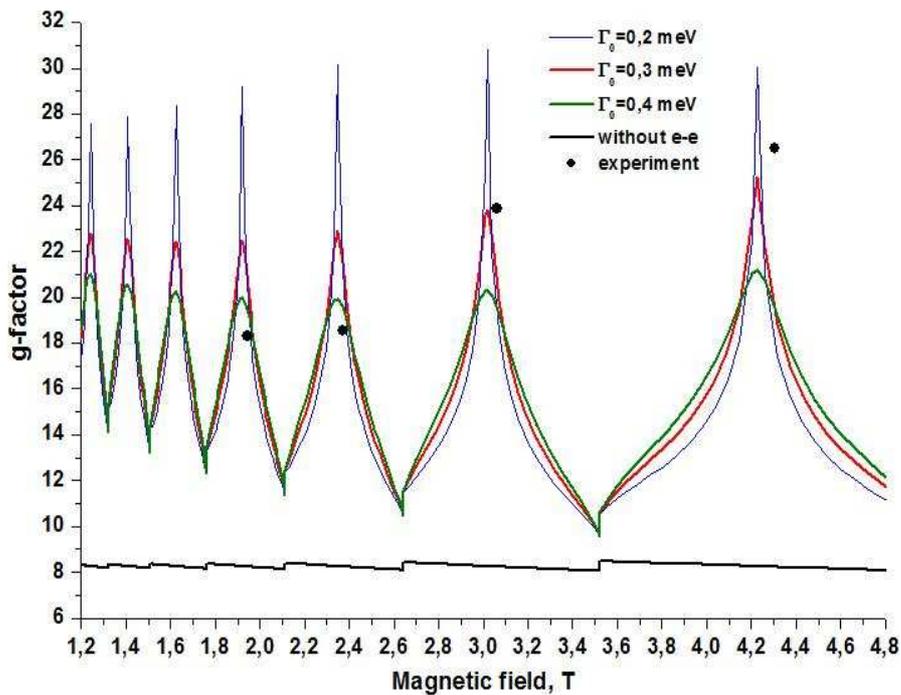


Рис. 3.14 Осцилляции эффективного  $g$ -фактора в образце В824 [16] в зависимости от магнитного поля при концентрации 2D электронов  $5.15 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при различных значениях ширины уровней Ландау.

Как показывают численные расчёты энергетического спектра в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм, характерная длина проникновения волновой функции электронов в барьеры AlSb приблизительно составляет 2 нм. Таким образом, при толщине барьеров AlSb

4 нм и нулевом гидростатическом давлении влиянием слоев GaSb на спектр 2D электронов в гетероструктуре GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb можно пренебречь<sup>6</sup>.

На рис. 3.15 представлены результаты расчётов обменного усиления  $g$ -фактора при различных значениях ширины уровней Ландау в отсутствие гидростатического давления в гетероструктуре GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb с концентрацией 2D электронов  $1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . При расчёте энергетического спектра 2D электронов в приближении Хартри самосогласованный потенциал полагался *симметричным*. Цветные кривые соответствуют усиленному  $g$ -фактору 2D электронов, вычисленному для различных значений уширения уровней Ландау. Чёрная кривая соответствует “одноэлектронным” значениям  $g$ -фактора в приближении Хартри. Точками представлены экспериментальные значения, полученные в работе [77].

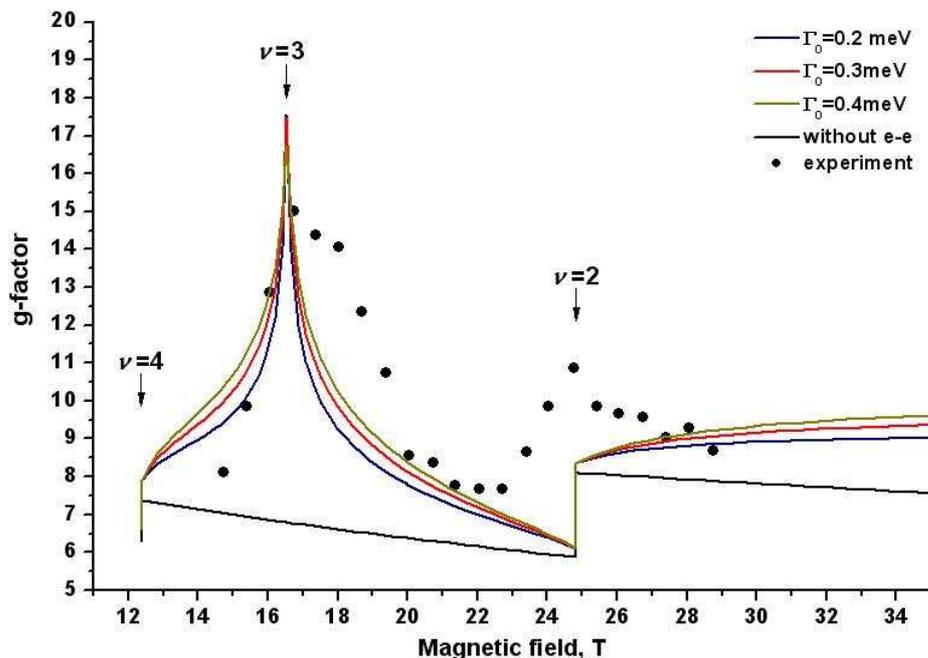


Рис. 3.15. Осцилляции эффективного  $g$ -фактора в гетероструктуре GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb [77] при различных значениях ширины уровней Ландау. Стрелками отмечены магнитные поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Как видно из рис. 3.15, положение пика, наблюдаемого при факторе заполнения равном 3, удовлетворительно описывается теоретической кривой и действительно может быть связано с обменным усилением  $g$ -фактора квазичастиц при нечётных факторах заполнения уровней Ландау. Второй пик на рис. 3.15, соответствующий чётному фактору заполнения уровней Ландау, обусловлен “скачком”  $g$ -фактора на уровне Ферми вследствие непараболичности подзон размерного квантования в гетероструктуре

<sup>6</sup> При ненулевом гидростатическом давлении масштаб проникновения волновых функций в барьеры AlSb увеличивается, и данное приближение может оказаться слишком грубым.

GaSb/AlSb/InAs/AlSb/GaSb. Поскольку в основу расчётов закладывался гауссовский профиль плотности состояний для каждого уровня Ландау (3.1), то различие теоретической и экспериментальной формы кривых на рис. 3.15 может быть связано с асимметрией плотности состояний на уровнях Ландау. Отметим, что симметричный профиль плотности состояний на уровнях Ландау получается только в том случае, если пренебречь перемешиванием электронных состояний на разных уровнях Ландау из-за случайного потенциала [114-117]. В работах [116, 124] было показано, что если учитывать перемешивание состояний различных уровней Ландау, то профиль плотности состояний 2D электронов принимает асимметричный вид и сильно зависит от концентрации рассеивателей и корреляционной длины случайного потенциала.

## ГЛАВА 4. Спиновый резонанс в двумерном электронном газе в гетероструктурах InAs/AlSb.

### 4.1. Магнитоэкситонные возбуждения в 2D электронном газе с непараболическим законом дисперсии. Экситонное представление.

Как отмечалось в **Главе 1**, электрон-электронное взаимодействие в магнитном поле приводит к спин-зависимым явлениям, связанным с коллективными возбуждениями в процессе взаимодействия 2D электронной системы с электромагнитным излучением и проявляющимся в различных магнитооптических экспериментах. Одним из простейших возбуждений 2D электронной системы в магнитном поле является *спиновый экситон*,  $SE$  (или *спиновая волна*), связанный с переходом электрона между уровнями Ландау, расщеплёнными по спину из-за зеемановского взаимодействия. Такое связанное состояние возбуждённых электрона и дырки является нейтральной частицей, которая может двигаться в плоскости двумерной системы, причём из-за силы Лоренца волновой вектор спинового экситона непосредственно связан с расстоянием между электроном и дыркой:

$$k = \frac{r}{a_B^2}.$$

Длинноволновый предел энергии спиновых экситонов определяет резонансную частоту поглощения, измеряемую в спиновом резонансе. В соответствии с теоремой Лармора электрон-электронное взаимодействие в 2D системе с вращательной инвариантностью в спиновом пространстве не оказывает влияния на энергию поглощения при спиновом резонансе. Поскольку спин-орбитальное взаимодействие нарушает вращательную инвариантность, то в 2D системах с относительно сильными эффектами спин-орбитального взаимодействия теорема Лармора должна нарушаться.

В работе [6] впервые были проведены теоретические исследования нарушения теоремы Лармора в 2D системе с параболическим законом дисперсии, вызванные SIA. Результаты, полученные в работе [6], продемонстрировали, что перенормировка значений  $g$ -фактора, измеряемых в спиновом резонансе, зависит как от магнитного поля, так и от константы спинового расщепления Рашбы. Как было продемонстрировано в **Главах 2 и 3**, в гетероструктурах с 2D электронным газом на основе узкозонных полупроводников, таких как КЯ AlSb/InAs/AlSb, закон дисперсии в подзонах размерного квантования характеризуется сильной непараболическостью и хорошо описывается 8-зонным  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтонианом. Поскольку в 8-зонный  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониан автоматически включается спин-орбитальное взаимодействие, приводящее к частичному снятию вырождения в сложной валентной зо-

не, то 2D системы, описываемые таким гамильтонианом, не обладают вращательной инвариантностью в спиновом пространстве. Это приводит к нарушению теоремы Лармора в таких системах и появлению эффектов, связанных с кулоновским взаимодействием, в спиновом резонансе 2D электронов в отсутствие VIA или SIA.

Настоящая глава посвящена теоретическому исследованию влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию поглощения в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb. На примере расчёта энергии спиновых экситонов в длинноволновом пределе в КЯ AlSb/InAs/AlSb с симметричным и асимметричным самосогласованным профилем впервые будет продемонстрировано нарушение теоремы Лармора в квантовых ямах на основе узкозонных полупроводников с учётом и в отсутствие спинового расщепления Рашбы.

Гамильтониан 2D электронного газа в КЯ AlSb/InAs/AlSb в представлении вторичного квантования имеет вид:

$$H_{2DEG} = H_{(0)} + H_{\text{int}},$$

$$H_{(0)} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int d\vec{r} \hat{\Psi}^+(\vec{r}, z) \left[ H_{8 \times 8}^{\vec{k} \cdot \vec{p}} - eE_{\text{Donors}}(z) \cdot z \right] \hat{\Psi}(\vec{r}, z),$$

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \int d^2\vec{r}_1 \int d^2\vec{r}_2 \hat{\Psi}^+(\vec{r}_1, z_1) \hat{\Psi}^+(\vec{r}_2, z_2) V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2, z_1, z_2) \hat{\Psi}(\vec{r}_2, z_2) \hat{\Psi}(\vec{r}_1, z_1), \quad (4.1)$$

где полевые операторы  $\hat{\Psi}(\vec{r}, z)$  и  $\hat{\Psi}^+(\vec{r}, z)$  выражаются через волновые функции (3.8) и фермионные операторы рождения и уничтожения:

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, z) = \sum_{n,k,i} \Psi_{n,k}^{(i)}(x, y, z) a_{n,k,i}, \quad \hat{\Psi}^+(\vec{r}, z) = \sum_{n,k,i} \Psi_{n,k}^{(i)+}(x, y, z) a_{n,k,i}^+. \quad (4.2)$$

Подставляя (4.2) в (4.1), используя преобразования Фурье (2.23) для кулоновской функции Грина и учитывая выражение (3.13) для матричных элементов  $\langle n_1, k_1 | e^{i\vec{q}\vec{r}} | n_2, k_2 \rangle$ ,  $H_{(0)}$  и  $H_{\text{int}}$  можно представить в следующем виде:

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{n_1 \dots n_4} \sum_{i_1 \dots i_4} \sum_{k_1, k_2} \int \frac{d^2\vec{q}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 e^{[iq_x(k_1 - k_2 - q), a_B^2]} \tilde{D}(\vec{q}, z_1, z_2) K_{n_1, n_4}^{(i_1, i_4)}(\vec{q}, z_1, z_1) K_{n_2, n_3}^{(i_2, i_3)}(\vec{q}, z_2, z_2),$$

$$H_{(0)} = \sum_{n,k,i} E_{n,i} a_{n,k,i}^+ a_{n,k,i}, \quad (4.3)$$

где  $K_{n,n'}^{(i,i')}(\vec{q}, z, z')$  даётся выражениями (3.15) и (3.16).

В соответствии со сказанным в **Главе 1**, для связанного состояния, образованного электроном, перемещённым на незаполненный или частично заполненный уровень Ландау  $(n, i)$ , и эффективной дыркой, появляющейся на прежнем уровне  $(n', i')$ , определим оператор рождения магнитного экситона:

$$A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k}) = \frac{1}{\sqrt{N_\phi}} \sum_p \exp \left[ ik_x \left( p + \frac{k_y}{2} \right) a_H^2 \right] a_{n,p,i}^+ a_{n',p+k_y,i'}, \quad (4.4)$$

где  $p$  – проекция квазиимпульса электрона на ось  $y$ ,  $N_\phi = L^2/2\pi a_B^2$ ,  $L \times L$  – площадь системы. Для вычисления энергии одноэкситонных возбуждений  $\hbar\omega(\vec{k})$ , которая определяется разностью между основным  $|0\rangle$  и одноэкситонным возбуждённым состоянием  $A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})|0\rangle$ , в соответствие с (1.30) необходимо сосчитать коммутатор операторов  $H_{2DEG}$  и  $A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})$ :

$$[H_{2DEG}, A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})] = (E_{n,i} - E_{n',i'}) A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k}) + [H_{\text{int}}, A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})]. \quad (4.5)$$

Отметим, что в отсутствие кулоновского взаимодействия энергия магнитного экситона равна разности энергий соответствующих уровней Ландау.

Учитывая коммутационные соотношения для операторов  $a_{n,k,i}$  и  $a_{n,k,i}^+$

$$\begin{aligned} a_{n_1,k_1,i_1} a_{n_2,k_2,i_2}^+ + a_{n_2,k_2,i_2}^+ a_{n_1,k_1,i_1} &= \delta_{n_1,n_2} \delta_{k_1,k_2} \delta_{i_1,i_2}, \\ a_{n_1,k_1,i_1} a_{n_2,k_2,i_2} + a_{n_2,k_2,i_2} a_{n_1,k_1,i_1} &= 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

можно показать, что

$$\begin{aligned} [H_{\text{int}}, A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})] &= \sum_{\substack{n_1 \dots n_3 \\ i_1 \dots i_3}} \sum_{p,p_2} \int \frac{d^2\vec{q}}{(2\pi)^2} \tilde{V}_{n_1,n_2,n_3}^{(i_1,i_2,i_3,i)}(\vec{q}) e^{[iq_x(p-p_2)a_H^2]} e^{ik_x\left(p+\frac{k_y}{2}\right)a_H^2} a_{n_1,p+q_y,i_1}^+ a_{n_2,p_2,i_2}^+ a_{n_3,p_2+q_y,i_3} a_{n',p+k_y,i'} + \\ &+ \sum_{\substack{n_1,n_3,n_4 \\ i_1,i_3,i_4}} \sum_{p,p_1} \int \frac{d^2\vec{q}}{(2\pi)^2} \tilde{V}_{n_1,n',n_3,n_4}^{(i_1,i',i_3,i_4)}(\vec{q}) e^{[iq_x(p_1-p-q_y-k_y)a_H^2]} e^{ik_x\left(p+\frac{k_y}{2}\right)a_H^2} a_{n,p,i}^+ a_{n_1,p_1,i_1}^+ a_{n_3,p+k_y+q_y,i_3} a_{n_4,p_1-q_y,i_4}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Здесь матричный элемент кулоновского взаимодействия  $\tilde{V}_{n_1,n_2,n_3,n_4}^{(i_1,i_2,i_3,i_4)}(\vec{q})$  определяется следующим выражением:

$$\tilde{V}_{n_1,n_2,n_3,n_4}^{(i_1,i_2,i_3,i_4)}(\vec{q}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(q, z_1, z_2) K_{n_1,n_4}^{(i_1,i_4)}(\vec{q}, z_1, z_1) K_{n_2,n_3}^{(i_2,i_3)}(\vec{q}, z_2, z_2). \quad (4.8)$$

Полученное выражение для коммутатора  $[H_{\text{int}}, A_{n,n',i,i'}^+(\vec{k})]$  представляет собой сумму всевозможных произведений двух операторов рождения и двух уничтожения. Если ограничиться низшим приближением по кулоновскому взаимодействию, то из всех слагаемых в (4.7) можно рассмотреть только члены, содержащие один оператор рождения и один оператор уничтожения, умноженные на оператор числа частиц  $a_\xi^+ a_\xi$ <sup>7</sup>:

<sup>7</sup> Такой способ полностью эквивалентен подходу, развитому в [88] и основанному на диаграммном представлении.

$$\begin{aligned}
& \sum_{\xi_1 \dots \xi_4} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) a_{\xi_1}^+ a_{\xi_2}^+ a_{\xi_3} a_{\xi_4} \approx \sum_{\xi_1 \dots \xi_4} (f(\xi_4, \xi_2, \xi_3, \xi_4) a_{\xi_4}^+ a_{\xi_2}^+ a_{\xi_3} a_{\xi_4} \delta_{\xi_1 \xi_4} + \\
& + f(\xi_1, \xi_4, \xi_3, \xi_4) a_{\xi_1}^+ a_{\xi_4}^+ a_{\xi_3} a_{\xi_4} \delta_{\xi_2 \xi_4} + f(\xi_3, \xi_2, \xi_3, \xi_4) a_{\xi_3}^+ a_{\xi_2}^+ a_{\xi_3} a_{\xi_4} \delta_{\xi_1 \xi_3} + \\
& + f(\xi_1, \xi_3, \xi_3, \xi_4) a_{\xi_1}^+ a_{\xi_2}^+ a_{\xi_3} a_{\xi_4} \delta_{\xi_2 \xi_3} , \tag{4.9}
\end{aligned}$$

где  $\xi$  – мультииндекс.

Принимая во внимание (4.9) и учитывая стандартное правило:

$$\langle 0 | a_{n_1, p_1, i_1}^+ a_{n_2, p_2, i_2} | 0 \rangle = \delta_{n_1, n_2} \delta_{p_1, p_2} \delta_{i_1, i_2} \nu_{n_1}^{(i_1)} , \tag{4.10}$$

где  $\nu_n^{(i)}$  – фактор заполнения уровня Ландау с номером  $n$  и “спином”  $i$ , после довольно трудоёмких математических преобразований приходим к следующему выражению для коммутатора  $[H_{\text{int}}, A_{n, n', i, i'}^+(\vec{k})]$ :

$$\begin{aligned}
& [H_{\text{int}}; A_{n, n', i, i'}^+(\vec{k})] = -(\nu_n^{(i)} - \nu_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_3, i_2, i_3} \frac{\tilde{V}_{n', n_2, n_3, n}^{(i', i_2, i_3, i)}(-k_x, k_y)}{2\pi} A_{n_2, n_3, i_2, i_3}^+(\vec{k}) | 0 \rangle + \\
& + (\nu_n^{(i)} - \nu_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_4, i_2, i_4} \tilde{E}_{n', n_2, n, n_4}^{(i', i_2, i, i_4)}(k_y, k_x) A_{n_2, n_4, i_2, i_4}^+(\vec{k}) | 0 \rangle + \\
& + \left( \sum_{n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n, n_2, n_2, n}^{(i_1, i_2, i_2, i)}(0, 0)}{2\pi} A_{n, n', i_1, i'}^+(\vec{k}) - \sum_{n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n', n_2, n_2, n'}^{(i', i_2, i_2, i_1)}(0, 0)}{2\pi} A_{n, n', i, i_1}^+(\vec{k}) \right) | 0 \rangle - \\
& - \left( \sum_{n_1, n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n_1, n_2, n, n_2}^{(i_1, i_2, i, i_2)}(0) A_{n_1, n', i_1, i'}^+(\vec{k}) - \sum_{n_1, n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n', n_2, n_1, n_2}^{(i', i_2, i_1, i_2)}(0) A_{n, n_1, i, i_1}^+(\vec{k}) \right) | 0 \rangle . \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Здесь

$$\tilde{E}_{n_1, n_2, n_3, n_4}^{(i_1, i_2, i_3, i_4)}(\vec{k}) = \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^2} \tilde{V}_{n_1, n_2, n_3, n_4}^{(i_1, i_2, i_3, i_4)}(\vec{q}) e^{i\vec{k}\vec{q}a_B^2} . \tag{4.12}$$

Таким образом, в низшем приближении по взаимодействию уравнение Шрёдингера для магнитного экситона принимает вид:

$$\begin{aligned}
& \hbar\omega(\vec{k}) A_{n, n', i, i'}^+(\vec{k}) | 0 \rangle = (E_{n, i} - E_{n', i'}) A_{n, n', i, i'}^+(\vec{k}) | 0 \rangle + \\
& + \left( \sum_{n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n, n_2, n_2, n}^{(i_1, i_2, i_2, i)}(0, 0)}{2\pi} A_{n, n', i_1, i'}^+(\vec{k}) - \sum_{n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n', n_2, n_2, n'}^{(i', i_2, i_2, i_1)}(0, 0)}{2\pi} A_{n, n', i, i_1}^+(\vec{k}) \right) | 0 \rangle - \\
& - \left( \sum_{n_1, n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n_1, n_2, n, n_2}^{(i_1, i_2, i, i_2)}(0) A_{n_1, n', i_1, i'}^+(\vec{k}) - \sum_{n_1, n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n', n_2, n_1, n_2}^{(i', i_2, i_1, i_2)}(0) A_{n, n_1, i, i_1}^+(\vec{k}) \right) | 0 \rangle - \\
& - (\nu_n^{(i)} - \nu_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_3, i_2, i_3} \frac{\tilde{V}_{n', n_2, n_3, n}^{(i', i_2, i_3, i)}(-k_x, k_y)}{2\pi} A_{n_2, n_3, i_2, i_3}^+(\vec{k}) | 0 \rangle + \\
& + (\nu_n^{(i)} - \nu_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_4, i_2, i_4} \tilde{E}_{n', n_2, n, n_4}^{(i', i_2, i, i_4)}(k_y, k_x) A_{n_2, n_4, i_2, i_4}^+(\vec{k}) | 0 \rangle . \tag{4.13}
\end{aligned}$$

Второе и третье слагаемые в (4.13) соответствуют разности поправок к энергии уровней Ландау возбужденных электрона и дырки, вычисленных в приближении Хартри-Фока. Эти слагаемые описывают прямое и обменное взаимодействие возбужденной пары квази-частиц с 2D электронным газом. Четвёртое слагаемое описывает прямое кулоновское взаимодействие электрона и дырки между собой. Пятое слагаемое в (4.13) соответствует нелокальному обменному взаимодействию между электроном и дыркой. Как видно из (4.13) кулоновское взаимодействие перемешивает возможные одноэкситонные состояния 2D системы.

Рассмотрим подробно возбуждение спинового экситона, связанного с переходом электрона с уровня Ландау  $(n, a)$  на уровень  $(n-1, b)$  (см. рис. 3.1). Очевидно, что такой переход будет возможным, если фактор заполнения  $\nu_{n-1}^{(b)} < 1$ . Как правило,  $\hbar\omega_C$  значительно превосходит зеемановское расщепление  $g_C\mu_B B$ , поэтому возбуждения, отличные от  $SE$ , лежат значительно выше области энергий, характерных для спиновых экситонов. Пренебрегая выше лежащими возбуждениями, систему уравнений (4.13) можно упростить:

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{SE}(\vec{k})A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle &= (E_{n-1,b} - E_{n,a})A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle + \\ &+ \sum_{n_2, i_1, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \left( \frac{\tilde{V}_{n-1, n_2, n_2, n-1}^{(b, i_2, i_2, b)}(0,0)}{2\pi} - \frac{\tilde{V}_{n, n_2, n_2, n}^{(a, i_2, i_2, a)}(0,0)}{2\pi} \right) A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle - \\ &- \sum_{n_2, i_2} \nu_{n_2}^{(i_2)} \left( \tilde{E}_{n-1, n_2, n-1, n_2}^{(b, i_2, b, i_2)}(0) - \tilde{E}_{n, n_2, n, n_2}^{(a, i_2, a, i_2)}(0) \right) A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle - \\ &- (\nu_{n-1}^{(b)} - \nu_n^{(a)}) \frac{\tilde{V}_{n, n-1, n, n-1}^{(a, b, a, b)}(-k_x, k_y)}{2\pi} A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle + \\ &+ (\nu_{n-1}^{(b)} - \nu_n^{(a)}) \tilde{E}_{n, n-1, n-1, n}^{(a, b, b, a)}(k_y, k_x) A_{n-1,n,b,a}^+(\vec{k})|0\rangle. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Считая, что энергии уровней Ландау  $(n, a)$  и  $(n-1, b)$  найдены в приближении Хартри, второе слагаемое в (4.14) мы будем опускать, включая его в определение  $E_{n,a}$  и  $E_{n-1,b}$ . Переходя в полярную систему координат и представляя (3.15) в виде (3.17), можно упростить выражения (4.8) и (4.12) и записать энергию спинового экситона в виде:

$$\hbar\omega_{SE}(k) = E_{n-1,b} - E_{n,a} + \sum_{n-1}^{(b)} - \sum_n^{(a)} - \frac{\nu_{n-1}^{(b)} - \nu_n^{(a)}}{2\pi} V_{n, n-1, n, n-1}^{(a, b, a, b)}(k) + (\nu_{n-1}^{(b)} - \nu_n^{(a)}) \tilde{E}_{n, n-1, n-1, n}^{(a, b, b, a)}(k), \quad (4.15)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{n, n-1, n-1, n}^{(a, b, b, a)}(k) &= \int \frac{qdq}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(q, z_1, z_2) \tilde{L}_{n,n}^{(a,a)}\left(\frac{a_B^2 q^2}{2}, z_1, z_1\right) \tilde{L}_{n-1, n-1}^{(b,b)}\left(\frac{a_B^2 q^2}{2}, z_2, z_2\right) e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} J_0(kqa_B^2), \\ V_{n, n-1, n, n-1}^{(a, b, a, b)}(k) &= - \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(k, z_1, z_2) \tilde{L}_{n, n-1}^{(a,b)}\left(\frac{k^2 a_B^2}{2}, z_1, z_1\right) \tilde{L}_{n-1, n}^{(b,a)}\left(\frac{k^2 a_B^2}{2}, z_2, z_2\right) \frac{k^2 a_B^2}{2} e^{-\frac{k^2 a_B^2}{2}}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

а обменная поправка к энергии  $\Sigma_n^{(i)}$  определяется выражением (3.18). В выражениях (4.16)  $J_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Отметим, что в пределе бесконечно больших волновых векторов энергия взаимодействия возбуждённых электрона и дырки стремится к нулю, т. е. спиновый экситон при больших значениях импульса распадается на невзаимодействующий электрон и дырку.

Рассмотрим предельный переход к параболическому закону дисперсии *в отсутствие спин-орбитального взаимодействия* для энергии спинового экситона (4.15). Замена 8-компонентной волновой функции (3.8) на волновую функцию в параболической зоне:

$$\Psi_{n_z, n, k}^{(i)}(x, y, z) \rightarrow \tilde{c}(z)\sigma_z|n, k\rangle$$

приводит к замене

$$\tilde{L}_{n, n'}^{(i, i')} \left( \frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z \right) \rightarrow \delta_{i, i'} |\tilde{c}(z)|^2 \begin{cases} \sqrt{\frac{n!}{n'}} L_{n-n'}^{n-n'} \left( \frac{q^2 a_B^2}{2} \right), n \geq n' \\ \sqrt{\frac{n!}{n'}} L_n^{n'-n} \left( \frac{q^2 a_B^2}{2} \right), n < n' \end{cases} \quad (4.17)$$

в выражениях (3.18) и (4.16). В результате разность обменных энергий полностью заполненных расщеплённых по спину уровней Ландау равна нулю, и выражение (4.15) в параболической подзоне принимает вид:

$$\hbar\omega_{SE}(k) = E_{n, \uparrow} - E_{n, \downarrow} + (v_n^{(\uparrow)} - v_n^{(\downarrow)}) \int \frac{q dq}{2\pi} V_p(q) L_n^0 \left( \frac{a_B^2 q^2}{2} \right) L_n^0 \left( \frac{a_B^2 q^2}{2} \right) e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} [1 - J_0(kq a_B^2)],$$

$$V_p(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(q, z_1, z_2) |\tilde{c}(z_1)|^2 |\tilde{c}(z_2)|^2. \quad (4.18)$$

При смене обозначений с  $(n-1, b)$  и  $(n, a)$  на  $(n, \uparrow)$  и  $(n, \downarrow)$  в (4.18) было учтено, что  $g$ -фактор в КЯ AlSb/InAs/AlSb является отрицательным. Если игнорировать эффекты, связанные с силами электростатических изображений и использовать соотношение

$$\tilde{D}(q, z_1, z_2) = \frac{2\pi e^2}{q\epsilon} \quad (4.18a)$$

для кулоновской функции Грина, то выражение для энергии спинового экситона на нулевом уровне Ландау принимает вид:

$$\hbar\omega_{SE}(k) = E_{0, \uparrow} - E_{0, \downarrow} + (v_0^{(\uparrow)} - v_0^{(\downarrow)}) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2}{\epsilon a_B} \left[ 1 - J_0 \left( \frac{a_B^2 k^2}{4} \right) e^{-\frac{a_B^2 k^2}{4}} \right]. \quad (4.19)$$

Формула (4.19) совпадает с выражением для энергии спинового экситона на нулевом уровне Ландау, полученным в работах [86, 88]. Отметим, что в соответствии с теоремой

Лармора в пределе  $k \rightarrow 0$ , кулоновское взаимодействие не оказывает влияние на энергию спинового экситона (4.19) в отсутствие спин-орбитального взаимодействия.

Вернёмся к выражениям (4.15) и (4.16), справедливым в узкозонных гетероструктурах. Частота, соответствующая спиновому резонансу, определяется длинноволновым пределом энергии возбуждаемых спиновых экситонов:

$$\hbar\omega_{SR} = E_{n-1,b} - E_{n,a} + \Sigma_{n-1}^{(b)} - \Sigma_n^{(a)} + (v_{n-1}^{(b)} - v_n^{(a)}) \tilde{E}_{n,n-1,n-1,n}^{(a,b,b,a)}(0). \quad (4.20)$$

С помощью выражения (4.20) можно определить “магнитооптический”  $g$ -фактор, значения которого получают из измерений спинового резонанса:

$$g_{SR} = g_{(1e)} + \frac{1}{\mu_B B} \left[ (v_{n-1}^{(b)} - v_n^{(a)}) \tilde{E}_{n,n-1,n-1,n}^{(a,b,b,a)}(0) - \Sigma_{n-1}^{(b)} + \Sigma_n^{(a)} \right], \quad (4.21)$$

где “одноэлектронный”  $g$ -фактор  $g_{(1e)}$ , вычисленный в приближении Хартри, определяется выражением (3.22). Отметим, что при чётных факторах заполнения уровней Ландау, значения “магнитооптического”  $g$ -фактора  $g_{SR}$  совпадают со значениями  $g$ -фактора квазичастиц  $g^*$ , определяемого формулой (3.21) и измеряемого в магнитотранспортных экспериментах. Различие  $g_{SR}$  и  $g^*$  при нечётных факторах заполнения обусловлено энергией связи спинового экситона, которая полностью компенсирует обменное усиление, связанное с взаимодействием возбуждаемых электрона и дырки с 2D электронным газом в параболической подзоне в отсутствие спин-орбитального взаимодействия.

## 4.2. Энергия спиновых экситонов в коротковолновом и длинноволновом пределах в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. Нарушение теоремы Лармора.

В предыдущем разделе отмечалось, что частота спинового резонанса соответствует длинноволновому пределу в энергии спиновых экситонов. На рис. 4.1 представлены результаты численных расчётов энергии поглощения от магнитного поля в гетероструктурах InAs/AlSb с шириной КЯ 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , выполненные с использованием 8-зонного  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтониана. Чёрная и коричневая кривые на рис. 4.1 соответствуют значениям, полученным в “одноэлектронном” приближении Хартри в симметричной и антисимметричной квантовой яме. Зелёные кривые соответствуют энергиям поглощения в спиновом резонансе, рассчитанные с учётом электрон-электронного взаимодействия. Энергия поглощения в спиновом резонансе в КЯ AlSb/InAs/AlSb с симметричным профилем изображена тёмно-зелёной кривой, в КЯ с асимметричным профилем – светло-зелёной кривой. Стрелками отмечены значения магнитного поля, соответствующие чётным факторам заполнения уровней Ландау. Как показывают проделанные расчёты, энергия поглощения в спиновом резонансе в интервале изменения параметра  $\Gamma_0 = 0.2\text{-}1.0 \text{ мэВ}$  практически не зависит от ширины уровней Ландау.

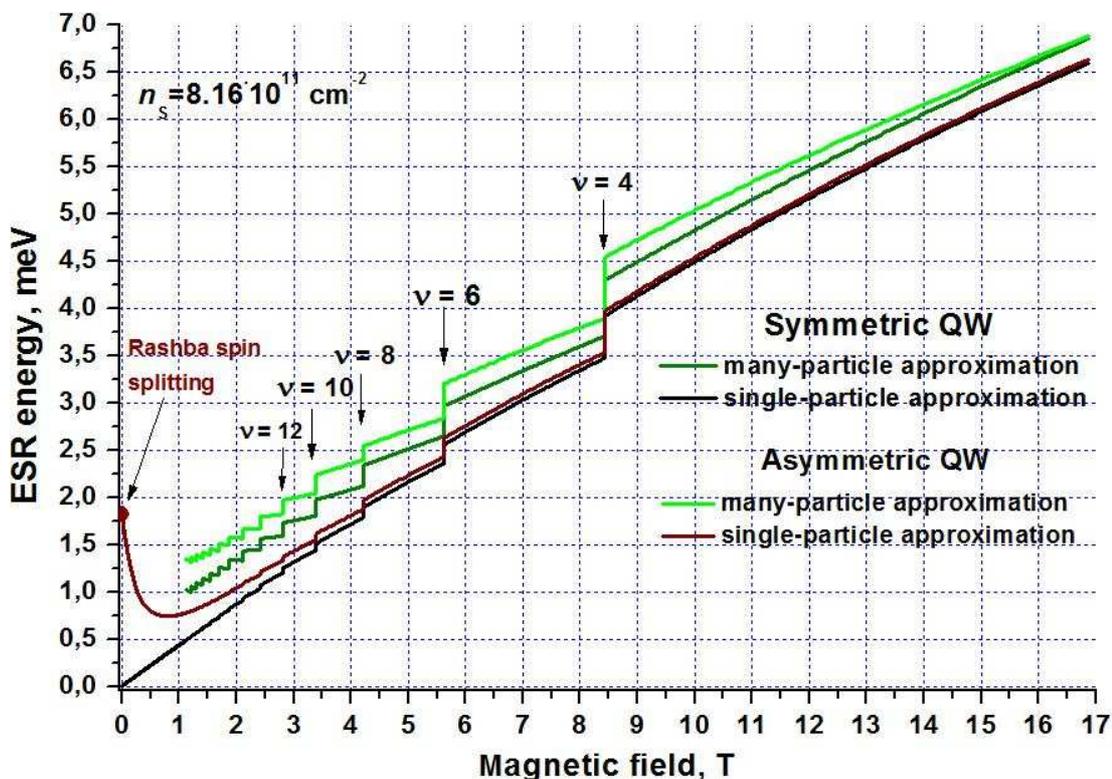


Рис. 4.1. Энергия поглощения в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb с шириной КЯ 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ .

Наблюдаемые особенности, возникающие при чётных факторах заполнения уровней Ландау, связанные с осцилляциями уровня Ферми в магнитном поле в условии непараболичности закона дисперсии в подзонах размерного квантования, подробно обсуждались в **Главе 3** настоящей диссертации. Как отмечалось в **Главе 2**, асимметричное “встроенное” электрическое поле не только искажает профиль квантовой ямы, но и через спинорбитальное взаимодействие приводит к расщеплению энергетического спектра в подзонах размерного квантования в нулевом магнитном поле – спиновому расщеплению Рашбы. Расщепление Рашбы проявляется не только в виде биений осцилляций Шубникова-де Гааза и де Гааза-ван Альфена, но и приводит к изменению энергии поглощения в спиновом резонансе. В 2D электронном газе в параболической подзоне со спиновым расщеплением Рашбы энергия спинового резонанса в “одноэлектронном” приближении равна

$$\omega_{SR} = \sqrt{(\omega_C + |g^* \mu_B B|)^2 + \Delta_R^2} - \omega_C,$$

где  $\omega_C$  – циклотронная частота, а  $\Delta_R$  – величина спинового расщепления Рашбы [6]. В слабых магнитных полях спиновое расщепление Рашбы оказывает значительное влияние на энергию поглощения в спиновом резонансе, а в сильных магнитных полях величиной  $\Delta_R$  можно пренебречь. Кроме этого, расщепление Рашбы приводит к немонотонной зависимости энергии поглощения спинового резонанса от магнитного поля, и наличие выраженного минимума  $\omega_{SR}$  в области слабых магнитных полей. В отсутствие спинового расщепления Рашбы энергия поглощения в спиновом резонансе в параболической подзоне размерного квантования определяется величиной  $|g^* \mu_B B|$  и не зависит от электрон-электронного взаимодействия.

На рис. 4.1 представлены значения энергии поглощения в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb с КЯ шириной 15 нм. При концентрации 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и максимальной асимметрии “встроенного” электрического поля в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм спиновое расщепление Рашбы при фермиевском волновом векторе составляет 1.82 мэВ (см. **Главу 2**). К этому значению (коричневая точка на рис. 4.1) в области слабых магнитных полей будет стремиться коричневая кривая, соответствующая “одноэлектронному” расчёту в асимметричной квантовой яме. Таким образом, при заданном значении параметров в КЯ AlSb/InAs/AlSb с асимметричным “встроенным” электрическим полем минимум энергии поглощения в спиновом резонансе должен наблюдаться в магнитных полях менее 1 Т. Энергия спинового резонанса в симметричной квантовой яме, т. е. в отсутствие расщепления Рашбы, описываемая в “одноэлектронном”

приближении чёрной кривой, демонстрирует линейную зависимость от магнитного поля в области слабых магнитных полей.

Из рис. 4.1 легко видеть, что сильное спин-орбитальное взаимодействие, автоматически включённое в 8-зонный  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониан, и непараболичность подзон размерного квантования в узкозонных гетероструктурах InAs/AlSb приводят к нарушению теоремы Лармора даже в отсутствие спинового расщепления Рашбы (тёмно-зелёная кривая). Кроме этого результаты расчётов показывают, что расщепление Рашбы оказывает также влияние и на величину поправок к энергии экситона в длинноволновом пределе (4.20), связанных с электрон-электронным взаимодействием. Легко видеть, что зелёные кривые, соответствующие результатам расчётов с учётом кулоновского взаимодействия, различаются даже в сильных магнитных полях, в то время, как чёрная и коричневая кривые в магнитных полях свыше 4-5 Т практически совпадают. В магнитных полях менее 1 Т при численном расчёте энергий поглощения в спиновом резонансе возникают технические трудности, связанные с большими значениями факторов заполнения уровней Ландау, поэтому в области слабых магнитных полей мы ограничимся качественным анализом полученных кривых.

Зависимость поправок, связанных с электрон-электронным взаимодействием, от магнитного поля при фиксированном номере уровня Ландау  $n$  в области слабых магнитных полей можно оценить, используя соотношения (3.18), (4.16) и (4.21). Для простоты пренебрежём эффектами, связанными с силами электростатических изображений, т. е. будем использовать выражение (4.18а) для кулоновской функции Грина. Также будем полагать, что уровни Ландау перекрываются слабо, и зависимость фактора заполнения от магнитного поля для верхнего частично заполненного уровня можно считать линейной, а все нижележащие уровни при этом оказываются *полностью* заполненными<sup>8</sup>. Тогда

$$\begin{aligned}\Sigma_{n-1}^{(b)} - \Sigma_n^{(a)} &\approx C_1 \sqrt{B} + C_2 B^{3/2}, \\ (V_{n-1}^{(b)} - V_n^{(a)}) \tilde{E}_{n,n-1,n-1,n}^{(a,b,b,a)}(0) &\approx C_3 \sqrt{B} + C_4 B^{3/2},\end{aligned}\quad (4.22)$$

где слагаемые, пропорциональные  $\sqrt{B}$ , соответствуют вкладу *полностью* заполненных уровней Ландау, а слагаемые, пропорциональные  $B^{3/2}$ , описывают вклад *верхнего частично заполненного* уровня. В результате получаем

$$\hbar\omega_{SR} = \Delta_Z(B) + \tilde{C}_1 \sqrt{B} + \tilde{C}_2 B^{3/2}, \quad (4.23)$$

---

<sup>8</sup> При сильном перекрытии плотностей состояний на уровнях Ландау зависимость факторов заполнения спин-расщеплённых уровней, пересекающихся с уровнем Ферми, от магнитного поля становится нелинейной (см. рис. 3.6).

где  $\Delta_z(B)$  описывает “одночастичный” вклад зеемановского расщепления и расщепления Рашбы. При целочисленных факторах заполнения уровней Ландау  $\tilde{C}_2 = 0$ , и вид поправок к энергии поглощения определяется характерным масштабом кулоновского взаимодействия

$$\Delta_c(B) \sim \frac{2\pi e^2}{a_B} \sim \sqrt{B}.$$

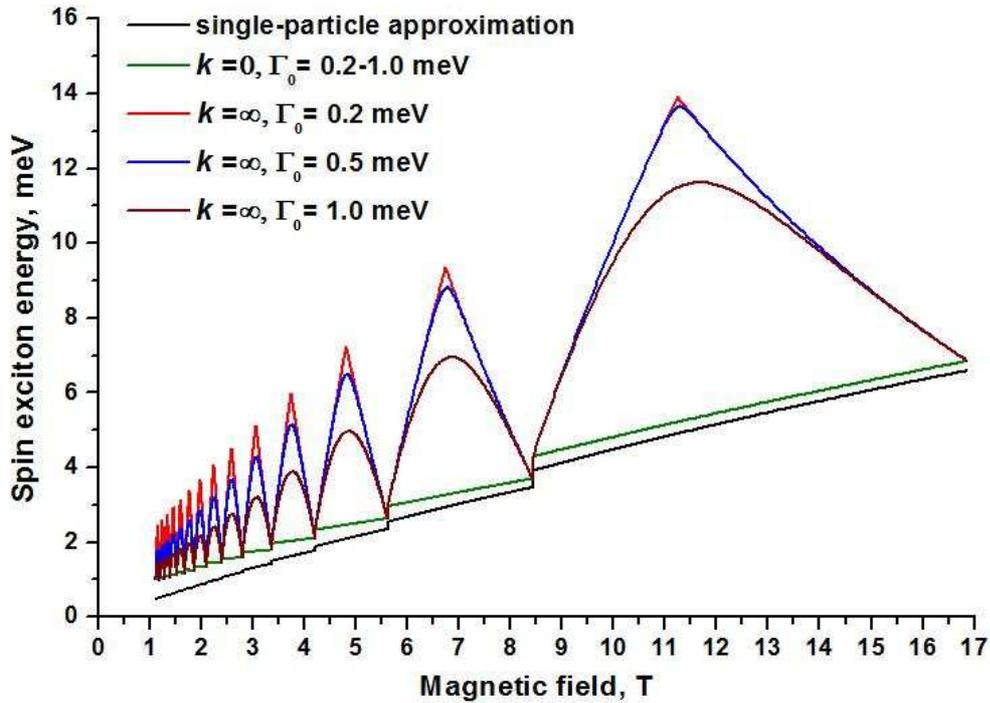


Рис. 4.2. Энергия спиновых экситонов в коротковолновом и длинноволновом пределе в гетероструктурах InAs/AlSb с “симметричной” КЯ шириной 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при различных значениях ширины уровней Ландау. Чёрная кривая соответствует зеемановской энергии в “одноэлектронном” приближении Хартри.

Отметим, что данный вид поправок  $\Delta_c(B)$  первого порядка по кулоновскому взаимодействию к энергии поглощения при целочисленных факторах заполнения является общим для всех “одноэкситонных” возбуждений. Таким образом, энергия поглощения в спиновом резонансе в узкозонных квантовых ямах с симметричным “встроенным” электрическим полем стремится к нулю с уменьшением магнитного поля, а в узкозонных квантовых ямах с асимметричным “встроенным” электрическим полем – к величине спинового расщепления Рашбы.

Как отмечалось в разделе 4.1, в пределе бесконечно больших волновых векторов спиновый экситон распадается на пару невзаимодействующих квазичастиц, энергия которых определяется взаимодействием возбуждённых электрона и дырки с 2D электронным газом. Формально энергия возбуждённых квазичастиц в коротковолновом пределе равна

энергии зеемановского расщепления на уровне Ферми в спектре квазичастиц в отсутствие экранировки. Однако необходимо отметить, что если в первом случае речь идёт о *возбуждённом* состоянии, то во втором случае – об *основном* состоянии 2D системы.

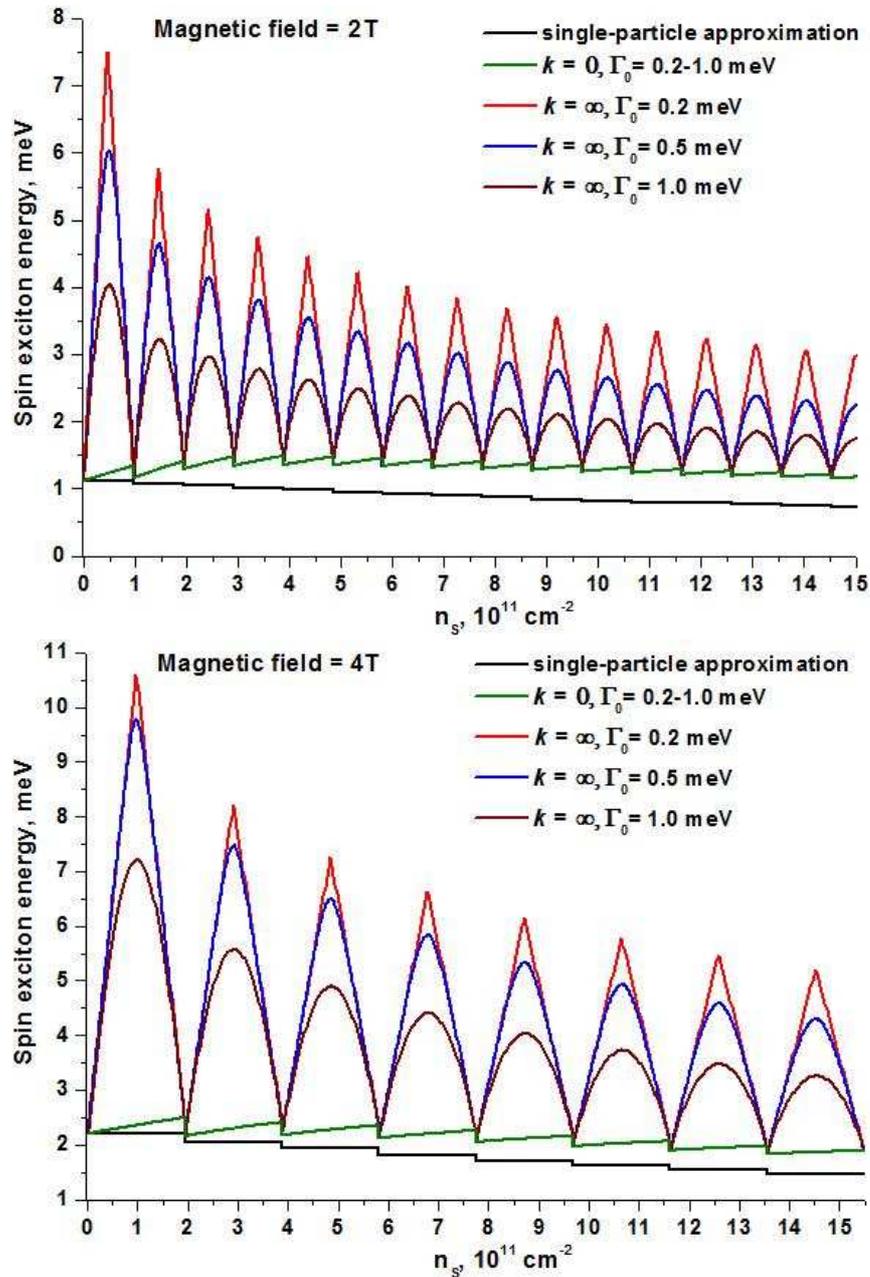


Рис. 4.3. Энергия спинового экситона в зависимости от концентрации 2D электронов в “симметричной” КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при различных значениях ширины уровней Ландау в магнитном поле 2 Т и 4 Т.

На рис. 4.2 представлены результаты расчёта энергии спинового экситона в длинноволновом (зелёная кривая) и коротковолновом (красная, синяя и коричневая кривые) пределе при различных значениях ширины уровней Ландау. Видно, что энергия спинового экситона при  $k \rightarrow \infty$  зависит от степени перекрытия плотностей состояний на уровнях Ландау. Осциллирующее поведение энергии спинового экситона в коротковолновом пределе связано с осцилляцией уровня Ферми в магнитном поле и аналогично осцилляциям

зеemanовского расщепления на уровне Ферми в спектре квазичастиц, которые рассматривались в **Главе 3**. Максимум энергии соответствует нечётному фактору заполнения уровней Ландау и обусловлен максимальным значением разности в концентрациях 2D электронов с противоположными спинами  $|n_{\uparrow} - n_{\downarrow}|$ . При чётном факторе заполнения количество 2D электронов с противоположными спинами на спин-расщеплённых уровнях Ландау одинаково, и энергия спинового экситона в коротковолновом пределе принимает минимальное значение.

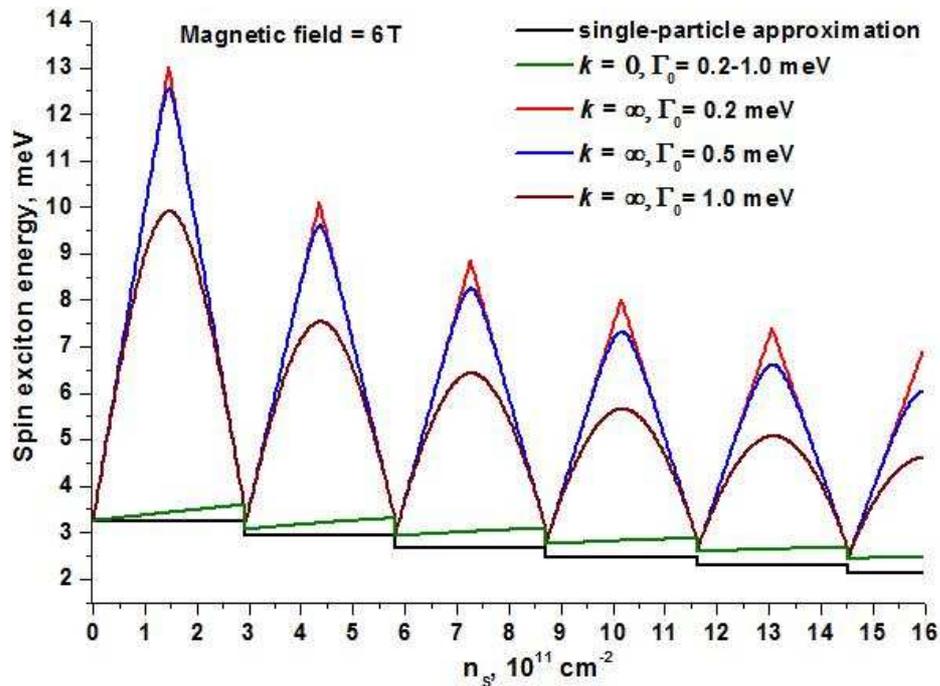


Рис. 4.4. Энергия спинового экситона в зависимости от концентрации 2D электронов в “симметричной” КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм при различных значениях ширины уровней Ландау в магнитном поле 6 Т.

На рис. 4.3 и 4.4 представлены результаты расчёта энергии спинового экситона как функции концентрации 2D электронов, при которой в “симметричной” КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм заполнена только одна подзона размерного квантования, при различных значениях магнитного поля и ширине уровней Ландау. Зелёная кривая соответствует энергии спинового экситона в длинноволновом пределе. Красная, синяя и коричневая кривые соответствуют коротковолновому пределу. Зеemanовская энергия в “одноэлектронном” приближении Хартри представлена чёрной кривой. Как и на рис. 4.2, уменьшение ширины плотности состояний на уровнях Ландау приводит к возрастанию максимального значения и изменению формы осцилляций энергии спинового экситона в коротковолновом пределе. Из рис. 4.3 и 4.4 легко видеть, что учёт электрон-электронного взаимодействия в непараболической подзоне размерного квантования в “симметричной” КЯ AlSb/InAs/AlSb приводит к сублинейной зависимости энергии спинового экситона при  $k = 0$ , измеряемой в спиновом резонансе, от концентрации 2D электронов.

### 4.3. Усиление g-фактора 2D электронов в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb.

Энергию поглощения в спиновом резонансе традиционно описывают в терминах эффективного “магнитооптического” g-фактора (4.21). На рис. 4.5 представлены результаты расчёта “магнитооптических” значений g-фактора  $g_{SR}$ , измеряемого в спиновом резонансе, в узкозонных гетероструктурах InAs/AlSb с “симметричной” КЯ как функции магнитного поля. Чёрная кривая соответствует “одноэлектронным” значениям g-фактора, полученным в приближении Хартри. Зелёная кривая соответствует значениям, полученным с учётом электрон-электронного взаимодействия. Стрелками отмечены значения магнитного поля, соответствующие чётным факторам заполнения уровней Ландау. Сильное спин-орбитальное взаимодействие и непараболичность подзон размерного квантования в гетероструктурах InAs/AlSb, которые учитываются с помощью 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, приводят к усилению “магнитооптического” g-фактора по отношению к одноэлектронным значениям, т. е. к нарушению теоремы Лармора. Легко видеть, что при увеличении магнитного поля величина усиления, связанного с электрон-электронным взаимодействием, уменьшается.

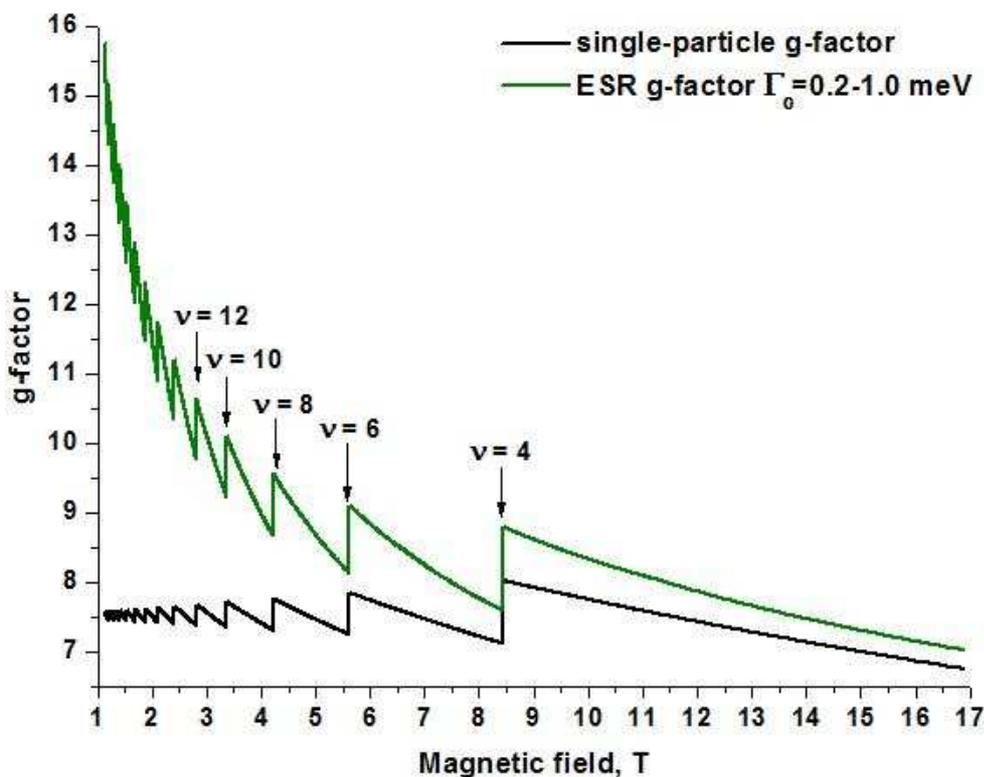


Рис. 4.5. Значения g-фактора 2D электронов, измеряемого в спиновом резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb с “симметричной” КЯ шириной 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ .

В разделе 4.2 было показано, что поправки  $\Delta_C(B)$  первого порядка по кулоновскому взаимодействию к энергии поглощения в спиновом резонансе при фиксированном номере уровня Ландау  $n$  имеют следующий вид:

$$\Delta_C(B) \approx \tilde{C}_1 \sqrt{B} + \tilde{C}_2 B^{3/2}, \quad (4.24)$$

что приводит к расходимости значений  $g_{SR}$  в слабых магнитных полях, наблюдаемому на рис. 4.5.

Как отмечалось выше, если пренебречь эффектами, связанными с силами электростатических изображений, то поправки к энергии для всех “одноэкситонных” возбуждений в длинноволновом пределе имеют вид (4.24). В 2D системах значения эффективного “магнитооптического”  $g_{SF}$   $g$ -фактора<sup>9</sup> могут быть определены также из измерений энергий  $SF$ -возбуждений (см. раздел 1.4). Качественные рассуждения, представленные выше, позволяют утверждать, что значения  $g_{SF}$  в 2D системах с электронным газом в слабых магнитных полях также расходятся. В частности, в работе [99] с помощью методов неупругого рассеяния света измерялась энергия  $SF$ - и  $MP$ -возбуждений (см. рис. 1.17) при факторе заполнения  $\nu = 1$  в образцах с КЯ  $Al_{0.33}Ga_{0.67}/GaAs$  различной ширины. Из разности энергий  $SF$ - и  $MP$ -возбуждений в длинноволновом пределе определялись значения  $g$ -фактора  $g_{SF}$  2D электронов (см. рис. 3 в работе [99]). Авторами была обнаружена расходимость значений  $g_{SF}$   $g$ -фактора в слабых магнитных полях, аналогичная расходимости  $g_{SR}$ , представленной на рис. 4.5. Таким образом, любые “магнитооптические” значения  $g$ -фактора, определённые из спинового резонанса или из измерений энергий различных возбуждений с переворотом спина, имеют расходимость в слабых магнитных полях, связанную с вкладом электрон-электронного взаимодействия. Далее под “магнитооптическим”  $g$ -фактором будут пониматься значения  $g_{SR}$ , измеряемые в спиновом резонансе.

На рис. 4.6 представлены значения  $g$ -фактора квазичастиц, измеряемые в магнито-транспортных экспериментах (см. Главу 3), и значения “магнитооптического”  $g$ -фактора  $g_{SR}$  в гетероструктурах  $InAs/AlSb$  при различной ширине уровней Ландау. Видно, что при чётных факторах заполнения уровней Ландау значения “магнитооптического”  $g$ -фактора  $g_{SR}$  совпадают со значениями  $g$ -фактора квазичастиц  $g^*$ , определяемого формулой (3.21). Отметим, что наблюдаемое совпадение будет иметь место до тех пор, пока

---

<sup>9</sup> Из-за влияния электрон-электронного взаимодействия значения “магнитооптического”  $g$ -фактора  $g_{SR}$ , измеряемые в спиновом резонансе, и  $g_{SF}$ , определяемые разностью энергий  $SF$ - и  $MP$ -возбуждений, различаются.

плотности состояний соседних пар спин-расщеплённых уровней Ландау не перекрываются. Различие  $g_{SR}$  и  $g^*$  обусловлено энергией связи спинового экситона, которая частично компенсирует усиление, связанное с обменным взаимодействием возбуждённых электрона и дырки с 2D электронным газом.

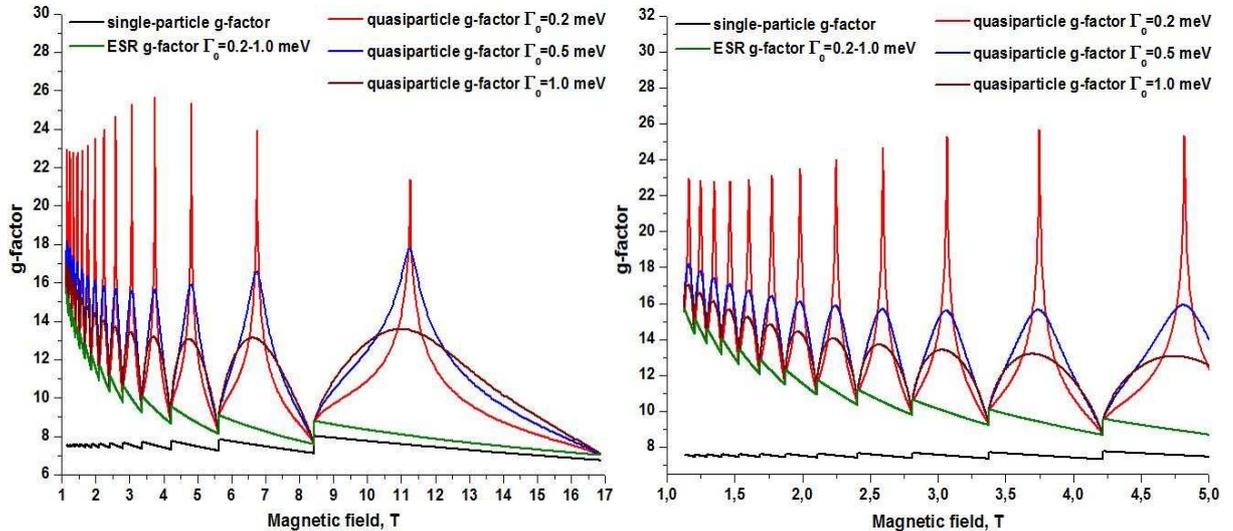


Рис. 4.6. Значения  $g$ -фактора 2D электронов, измеряемого в спиновом резонансе и в магнитотранспортных экспериментах, в гетероструктурах InAs/AlSb с “симметричной” КЯ шириной 15 нм и концентрацией 2D электронного газа  $8.16 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ .

Значения  $g_{SR}$  и  $g^*$  как функции концентрации 2D электронов при различной ширине уровней Ландау и значениях магнитного поля представлены на рис. 4.7. Красная, синяя и коричневая кривые соответствуют  $g$ -фактору квазичастиц, вычисленному при различных значениях параметра  $\Gamma_0$ . Зелёная кривая описывает поведение “магнитооптического”  $g$ -фактора, измеряемого в спиновом резонансе. Чёрная кривая на рис. 4.7 соответствует “одноэлектронному”  $g$ -фактору на уровне Ферми в “симметричной” КЯ AlSb/InAs/AlSb. Видно, и электрон-электронное взаимодействие в узкозонных гетероструктурах InAs/AlSb приводит к сублинейному возрастанию  $g_{SR}$  при увеличении концентрации 2D электронов.

К сожалению, в настоящее время в литературе отсутствуют результаты экспериментальных исследований спинового резонанса в узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами в перпендикулярных магнитных полях. Несмотря на то, что в настоящей главе представлены расчёты энергий спиновых экситонов и  $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb, наши результаты могут быть использованы для анализа измерений спинового резонанса в любых узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами, зонный спектр в которых удовлетворительно описывается 8-зонным  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтонианом.

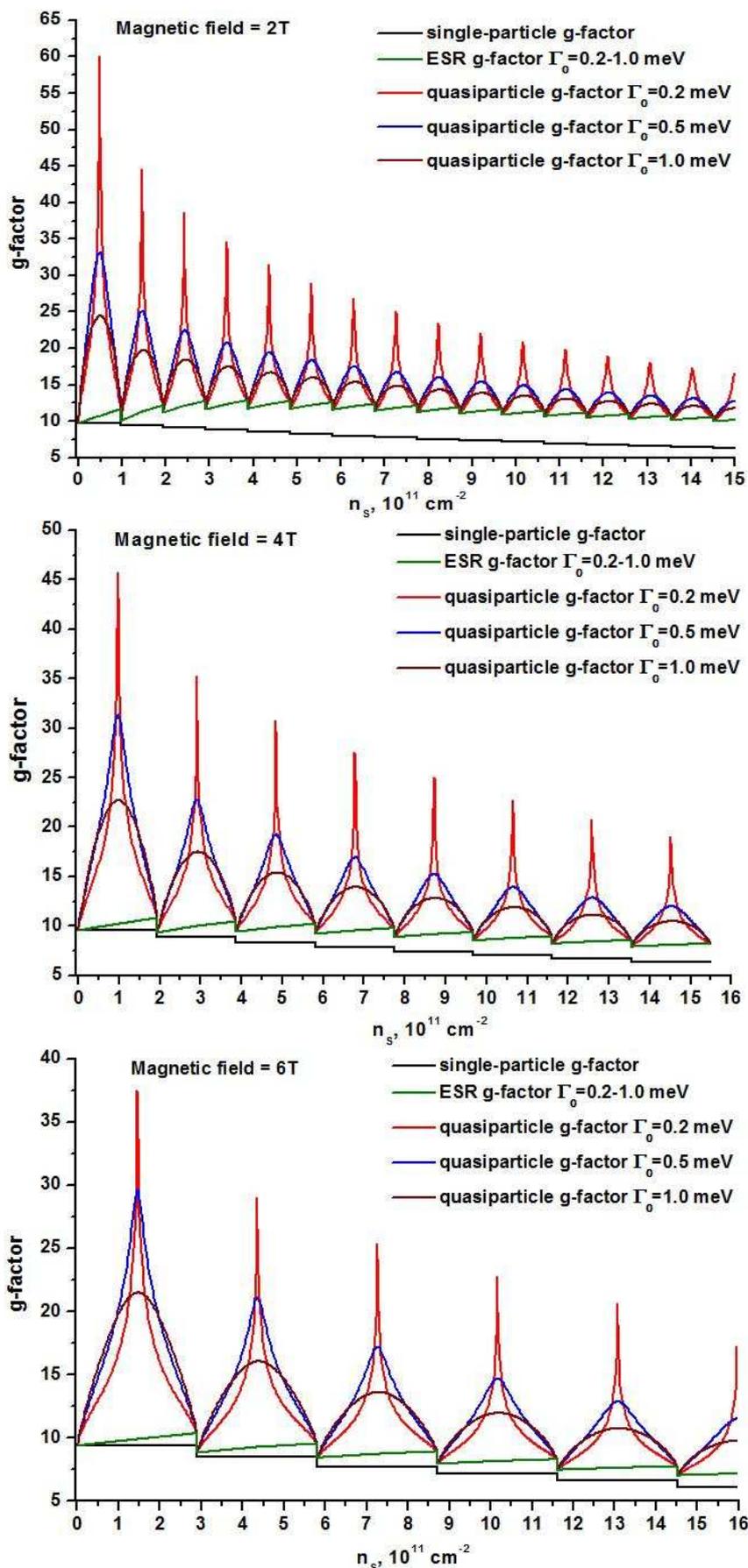


Рис. 4.7. Значения  $g$ -фактора 2D электронов, измеряемого в спиновом резонансе, и  $g$ -фактора квазичастиц, в гетероструктурах InAs/AlSb с “симметричной” КЯ шириной 15 нм как функции концентрации 2D электронного газа в магнитных полях 2 Т, 4 Т и 6 Т.

## ГЛАВА 5. Циклотронный резонанс в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами.

### 5.1. Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с одной заполненной подзоной размерного квантования.

Циклотронный резонанс (ЦР) является эффективным методом исследования различных спин-зависимых эффектов в 2D системах, связанных со спин-орбитальным взаимодействием и непараболичностью подзон размерного квантования. Как отмечалось в Главе 1 и 2, в отсутствие центра инверсии спин-орбитальное взаимодействие снимает спиновое вырождение в спектре носителей заряда в 2D системе в нулевом магнитном поле. Во внешнем магнитном поле вместо двух спиновых подзон появляются две “лестницы” уровней Ландау с различающимися циклотронными энергиями. Эта разница в циклотронных энергиях двух спиновых подзон может быть измерена экспериментально. Узкозонные гетероструктуры  $A_3B_5$  характеризуются сравнительно малой эффективной массой носителей и, соответственно, большой циклотронной энергией в данном магнитном поле, поэтому такие 2D системы представляются особенно перспективными для таких экспериментов.

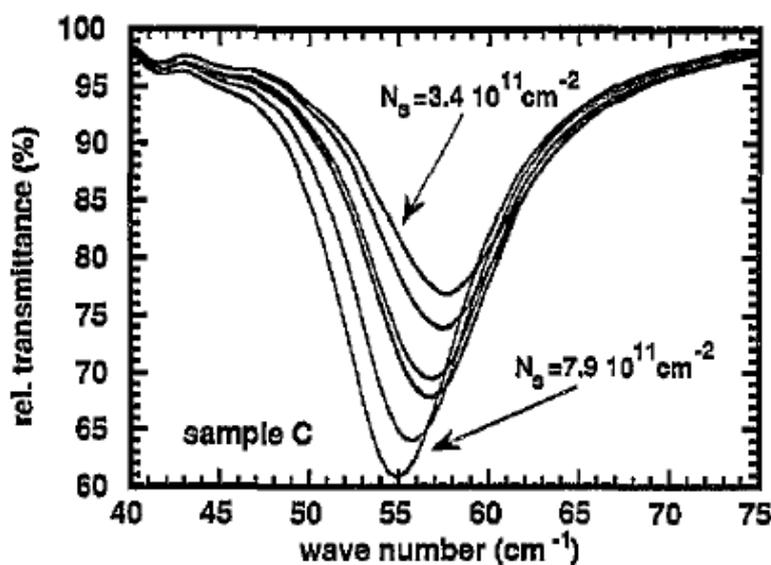


Рис. 5.1 Типичные спектры ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb в магнитном поле 2 Т при различной концентрации носителей, изменяемой за счёт эффекта отрицательной ОФП [126]. Видно, что с ростом концентрации линия ЦР смещается в низкочастотную область, что означает увеличение циклотронной массы.

В соответствии с теоремой Кона [1] в 2D системе с полной трансляционной симметрией электрон-электронное взаимодействие не влияет на частоту поглощения в ЦР. Однако, как отмечалось в Главе 1, эффекты кулоновского взаимодействия в спектрах ЦР принципиально возможно наблюдать в 2D системах с непараболичным законом диспер-

сии в подзонах размерного квантования [2-5]. Все узкозонные полупроводники InAs, InSb, CdHgTe и т. д. характеризуются выраженной зависимостью эффективной массы носителей заряда от энергии. Поэтому гетероструктуры, выращенные на основе узкозонных полупроводников, представляются наиболее подходящими объектами для изучения влияния электрон-электронного взаимодействия на положение линии ЦР 2D электронов в непараболической подзоне размерного квантования (нарушение теоремы Кона). Настоящая глава посвящена исследованию ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb, в которых подзоны размерного квантования характеризуются выраженной непараболическостью закона дисперсии (см. **Главу 1**).

Исследования ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb проводились в работах [18-21, 56, 125-129]. В слабых магнитных полях наблюдалась связанная с непараболическостью зоны проводимости зависимость циклотронной массы 2D электронов от концентрации [19, 21, 56, 125, 126]. Концентрация в структурах изменялась за счёт эффекта остаточной фотопроводимости (см. **Главу 2**) при освещении светом различных длин волн (Рис. 5.1). Типичные величины циклотронных масс в образце с толщиной квантовой ямы 15 нм и концентрацией  $10^{11}$ - $10^{12}$  см<sup>-2</sup> составили  $0.032m_0$ - $0.037m_0$ .

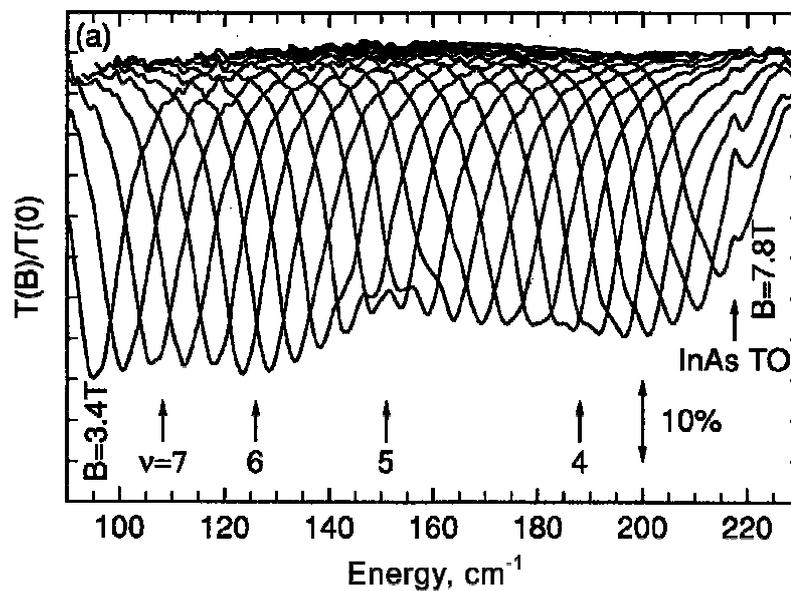


Рис. 5.2. Спектры ЦР, снятые с шагом 0.2 Тл в структуре InAs/AlSb [20]. Стрелками отмечены спектры, измеренные в магнитных полях, соответствующих целочисленным значениям фактора заполнения уровней Ландау  $\nu$ .

В работах [20, 56, 127, 128] в квантующих магнитных полях было обнаружено расщепление линий ЦР, которое коррелировало с фактором заполнения уровней Ландау. На рис. 5.2 представлены типичные спектры, в которых наблюдается расщепление линий ЦР, причём это расщепление коррелирует с фактором заполнения уровней Ландау [20]. Сильное расщепление линии ЦР, связанное с неэквидистантностью уровней Ландау ( $\Delta m^*$  -

расщепление), наблюдалось при нечетных факторах заполнения. При чётных факторах заполнения наблюдалось слабое расщепление, связанное с отличием  $g$ -фактора на уровнях Ландау с разными номерами ( $\Delta g^*$ -расщепление) вследствие непараболичности зоны проводимости. Положение и величина расщепления линий ЦР хорошо совпадали с результатами самосогласованного расчета, выполненного в приближении Хартри [130]. В работе [129] исследовалось расщепление линии ЦР, связанной с переходами с нижней пары, расщеплённых по спине, уровней Ландау в импульсных магнитных полях ( $B = 40-50$  Т) в зависимости от температуры ( $T = 13-300$  К). Максимум линии, соответствующей переходу с верхнего расщеплённого уровня Ландау, при понижении температуры от 300 К до 13 К (концентрация 2D электронов уменьшалась примерно в 2 раза) смещался в сторону слабых магнитных полей, при этом амплитуда линии уменьшалась до нуля. Основываясь на результатах теории Асано и Андо [3], наблюдаемые особенности в спектрах ЦР были связаны с проявлением электрон-электронного взаимодействия в ЦР.

На рис. 5.3 представлены результаты исследований ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb с КЯ шириной 15 нм, полученные в ИФМ РАН. На правой панели рис. 5.3 представлены типичные спектры ЦР в слабых магнитных полях при различных значениях энергии кванта излучения лампы обратной волны (ЛОВ). Параметры исследованных образцов представлены в Табл. 5.1 в порядке возрастания концентрации 2D электронного газа. Технология роста образцов с одиночными квантовыми ямами [56] аналогична технологии роста гетероструктур InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами, описанной в **Главе 2**. Для исследования ЦР использовались образцы квадратной формы размерами  $5 \times 5$  мм<sup>2</sup> с двумя полосковыми омическими контактами. Образцы размещались в криомагнитной вставке, размещённой в транспортном гелиевом сосуде Дьюара СТГ-40. В качестве источников излучения использовались две ЛОВ ОВ-30 и ОВ-74, перекрывающие диапазоны частот 160-340 и 490-710 ГГц соответственно. Измерения проводились при температуре  $T = 4.2$  К при постоянной частоте излучения ЛОВ и развёртке магнитного поля, направленного перпендикулярно поверхности образцов и параллельно направлению распространения излучения ЛОВ. Излучение модулировалось с помощью механического прерывателя с частотой вращения 200 Гц. Прошедшее через структуру излучение детектировалось приёмником  $n$ -InSb. Использовалась стандартная схема синхронного детектирования, сигнал с выхода синхродетектора оцифровывался аналого-цифровым преобразователем и записывался как функция магнитного поля. Для уменьшения эффектов интерференции подложки образцов стачивались на клин с углом  $2^\circ$ . Наряду с полной концентрацией, определенной из измерений эффекта Холла  $n_s^{Hall}$ , в таблице 5.1 представлены концентрации электронов, определенные с помощью фурье-анализа осцилляций Шубникова-де-Гааза

$n_s^{SDH}$  и осцилляций субмиллиметровой фотопроводимости  $n_s^{PC}$ . По положению линии в спектре ЦР определялась циклотронная масса 2D электронов. Наблюдаемое возрастание циклотронной массы с ростом концентрации является типичным для 2D систем с непараболическим законом дисперсии в подзонах размерного квантования. В гетероструктурах InAs/AlSb с КЯ данная зависимость также наблюдалась в работах [19, 21, 56, 125, 126].

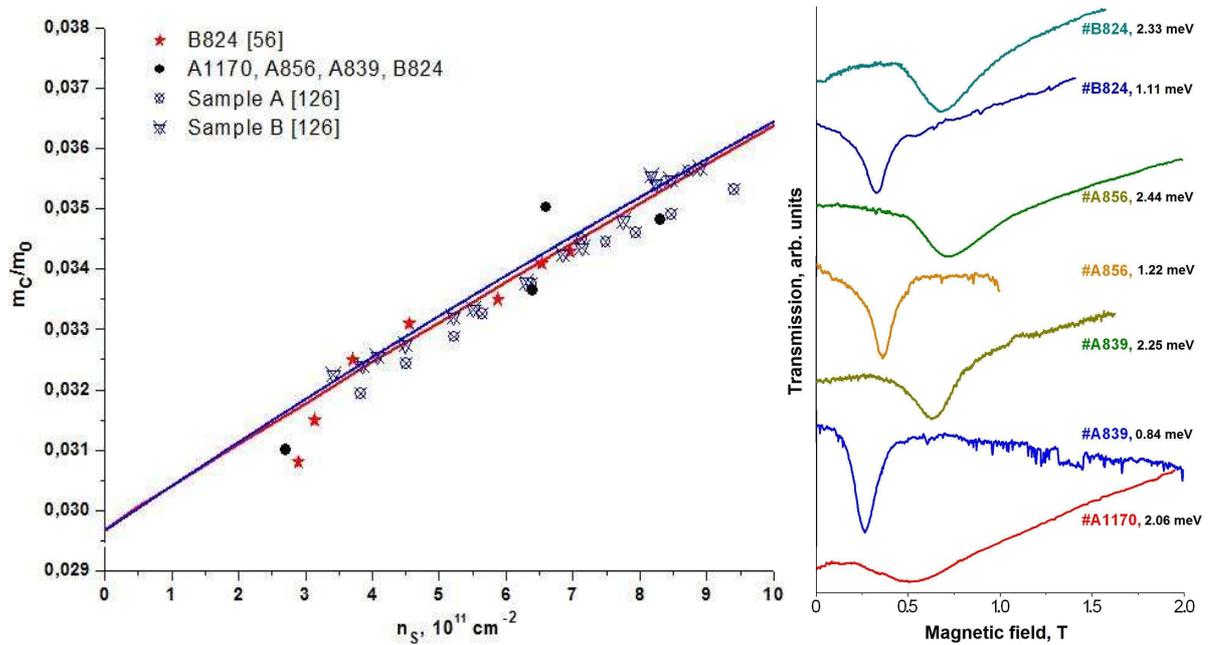


Рис. 5.3. Циклотронная масса на уровне Ферми в гетероструктурах InAs/AlSb с шириной КЯ 15 нм от концентрации 2D электронного газа (левая панель). Типичные спектры ЦР в нелегированных гетероструктурах InAs/AlSb в слабых магнитных полях (правая панель). После номера образца указана энергия кванта излучения, при которой был получен данный спектр.

Для интерпретации полученных экспериментальных результатов в рамках описанного в **разделе 2.1** приближения Хартри были проведены расчеты циклотронных масс на уровне Ферми в первой подзоне размерного квантования, расщепленной вследствие спин-орбитального взаимодействия (см. **раздел 2.3**). Красная и синяя кривая на левой панели рис. 5.3 соответствуют циклотронной массе на уровне Ферми в верхней и нижней спиновых подзонах соответственно. Помимо значений циклотронных масс, измеренных в ИФМ РАН в образцах A1170, A856, A839, B824, на рис. 5.3 представлены результаты измерений ЦР в КЯ AlSb/InAs/AlSb шириной 15 нм, полученные в работе [126]. Как видно из этого рисунка, наблюдается хорошее согласие теоретических расчётов с экспериментальными данными во всём диапазоне значений концентрации 2D электронов, при которой заполнена первая подзона размерного квантования. К сожалению, во всех исследуемых образцах ширина линии не позволила наблюдать проявление спинового расщепления Рашбы в спектрах ЦР, которое при типичных значений концентрации 2D электронного газа в гетероструктурах InAs/AlSb с КЯ шириной 15 нм составляет  $\sim 1$  мэВ (см. **раздел 2.3**).

Табл. 5.1. Параметры исследованных нелегированных образцов при  $T = 4.2$  К

Образец	$n_s^{Hall},$ $10^{12} \text{ см}^{-2}$	$n_s^{SdH},$ $10^{12} \text{ см}^{-2}$	$n_s^{PC},$ $10^{12} \text{ см}^{-2}$	$\mu,$ $10^5 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$	$m_c/m_0$
A1170	–	–	0.27	–	0.029 – 0.031
A856	0.65	0.64	0.63	3.9	0.032 – 0.036
A839	0.68	0.66	0.67	2.5	0.033 – 0.037
B824	0.95	0.83	0.82	4.4	0.034 – 0.036

Представленные выше результаты исследования ЦР относятся к области слабых магнитных полей, в которых выполняется условие

$$\nu \gg 1, \quad (5.1)$$

где  $\nu$  – фактора заполнения уровней Ландау. Особый интерес представляет исследование циклотронных переходов в магнитных полях, где условие (5.1) нарушается, т. е. в 2D системе заполнено небольшое число уровней Ландау,  $\nu \geq 1$ . Такие магнитные поля обычно называют квантуемыми. Отметим, что в квантуемых магнитных полях форма и положение линии в спектре ЦР определяется не только энергией циклотронного перехода, но и плотностью состояний уровней Ландау, участвующих в переходе. Как отмечалось в **Главе 3**, плотность состояний на уровнях Ландау определяется случайным потенциалом примесей, присутствующих в реальных структурах. Поскольку характеристики случайного потенциала могут изменяться от образца к образцу, то при интерпретации результатов экспериментальных исследований в гетероструктурах InAs/AlSb важнейшим критерием для нас являлась повторяемость эффектов, наблюдаемых в спектрах ЦР в области квантуемых магнитных полей.

На рис. 5.4-5.6 представлены типичные спектры ЦР в образцах T336, T338, T340 (см. Табл. 5.2) с различной шириной КЯ, измеренные в статических магнитных полях до 10 Т. Измерения проводились в Национальной лаборатории сильных магнитных полей в Гренобле (LNCMI-G). Образцы располагались в световодной вставке в гелиевом криостате в центре сверхпроводящего соленоида. Исследования ЦР проводились с помощью фурье-спектрометра BRUKER 113V при температуре  $T = 2$  К. Магнитное поле было направлено перпендикулярно поверхности образцов (конфигурация Фарадея). Прошедшее через структуру излучение детектировалось с помощью кремниевого болометра. Все спектры пропускания, измеренные в магнитном поле, нормировались на спектр пропускания в ну-

левом магнитном поле. Для освещения гетероструктур излучением светодиода использовалось оптическое волокно. В наших экспериментах из-за паразитного ИК излучения, проникающего в световодную вставку, для значительного уменьшения концентрации 2D электронов в исследуемых образцах InAs/AlSb мы вынуждены были использовать непрерывную подсветку образцов в отличие от [16, 21, 32]. Во время проведения экспериментов также в двухконтактной геометрии измерялось магнетосопротивление образцов (осцилляции Шубникова-де-Гааза), что позволяло определять концентрацию 2D электронов в квантовой яме AlSb/InAs/AlSb в условиях измерения ЦР. Особенности в прохождении, наблюдаемые при  $218 \text{ см}^{-1}$  и  $230.5 \text{ см}^{-1}$ , связаны с поглощением излучения ТО фононами в InAs и покрывающем слое GaSb соответственно [131]. В интервалах энергий от  $250 \text{ см}^{-1}$  до  $300 \text{ см}^{-1}$  и от  $320 \text{ см}^{-1}$  до  $330 \text{ см}^{-1}$ , соответствующих полосам фононного положения в слоях GaAs и AlSb, зарегистрировать прошедшее через образец излучение не удалось.

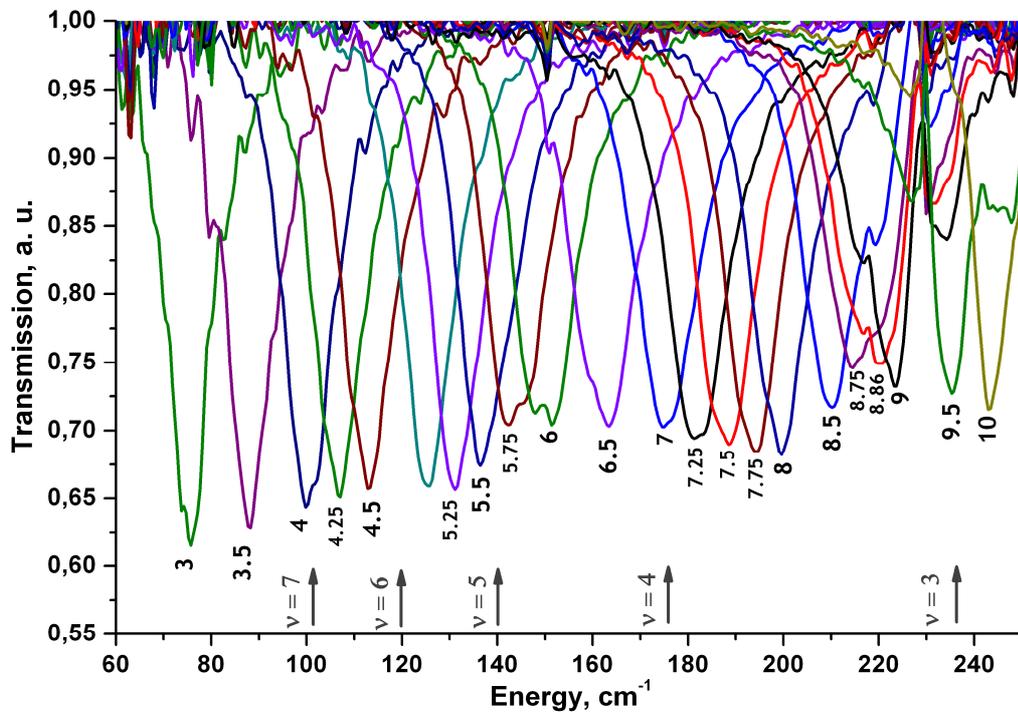


Рис. 5.4. Спектры циклотронного резонанса в образце Т336. Под линиями ЦР указаны значения магнитных полей в Тесла. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Как видно из рис. 5.4-5.6, в магнитных полях, соответствующих нечётным факторам заполнения, наблюдается расщепление линий ЦР, связанное с неэквидистантностью уровней Ландау ( $\Delta m^*$ -расщепление). В полях, соответствующих чётным факторам заполнения уровней Ландау для образцов Т338 и Т340 с большей подвижностью (см. Табл. 5.2), наблюдается расщепление линий ЦР, связанное с различием эффективного  $g$ -фактора на уровнях Ландау с разными номерами ( $\Delta g^*$ -расщепление). Линии ЦР, соответствующие переходам с частично заполненных уровней Ландау, расщепляются на три пика, особенно

хорошо это наблюдается в спектрах ЦР образцов Т338 (рис. 5.5) и Т340 (рис. 5.6). Раскладывая “почти” расщепившиеся линии в спектрах ЦР на две или три лоренцевских линии, мы определяли значения энергий циклотронных переходов.

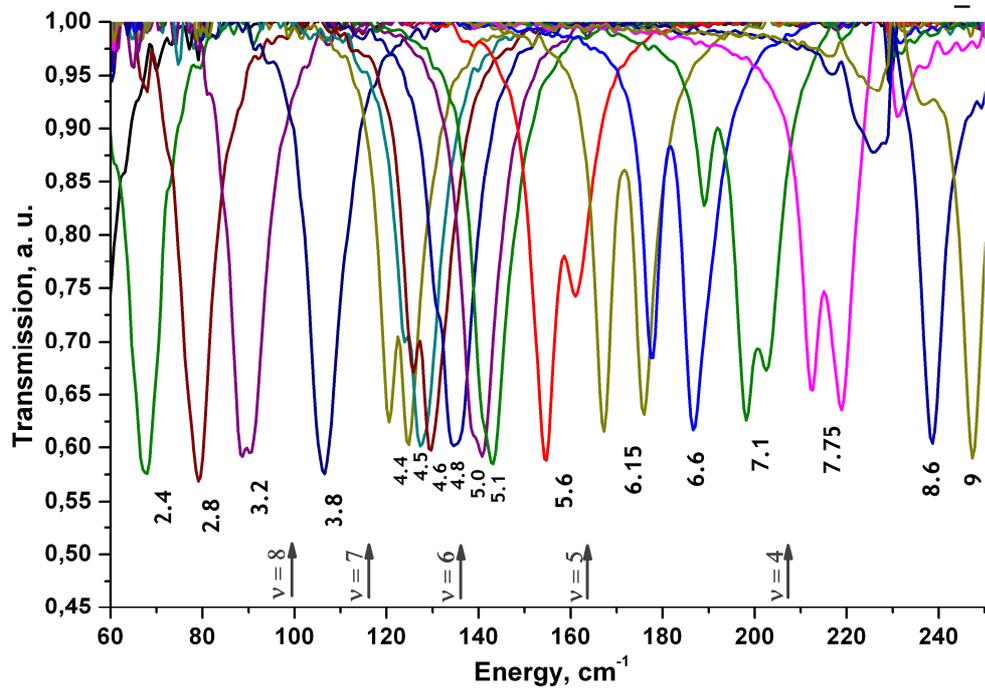


Рис. 5.5. Спектры циклотронного резонанса в образце Т338. Под линиями ЦР указаны значения магнитных полей в Тесла. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

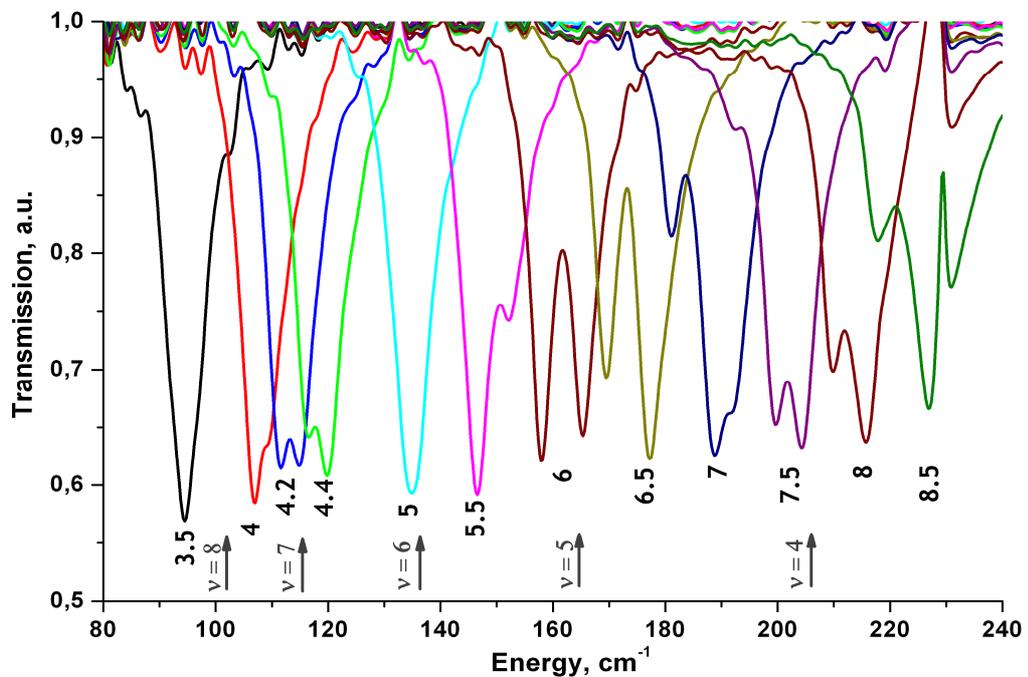


Рис. 5.6. Спектры циклотронного резонанса в образце Т340. Под линиями ЦР указаны значения магнитных полей в Тесла. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Табл. 5.2. Параметры исследованных нелегированных образцов при  $T = 2.0$  К

Образец	Ширина КЯ, нм	$n_s^{SdH}$ , $10^{11}$ см $^{-2}$	$\mu$ , $10^5$ см $^2$ /В·с
Т336	12	6.9	1.1
Т338	18	7.1	4.4
Т340	15	7.3	4.5

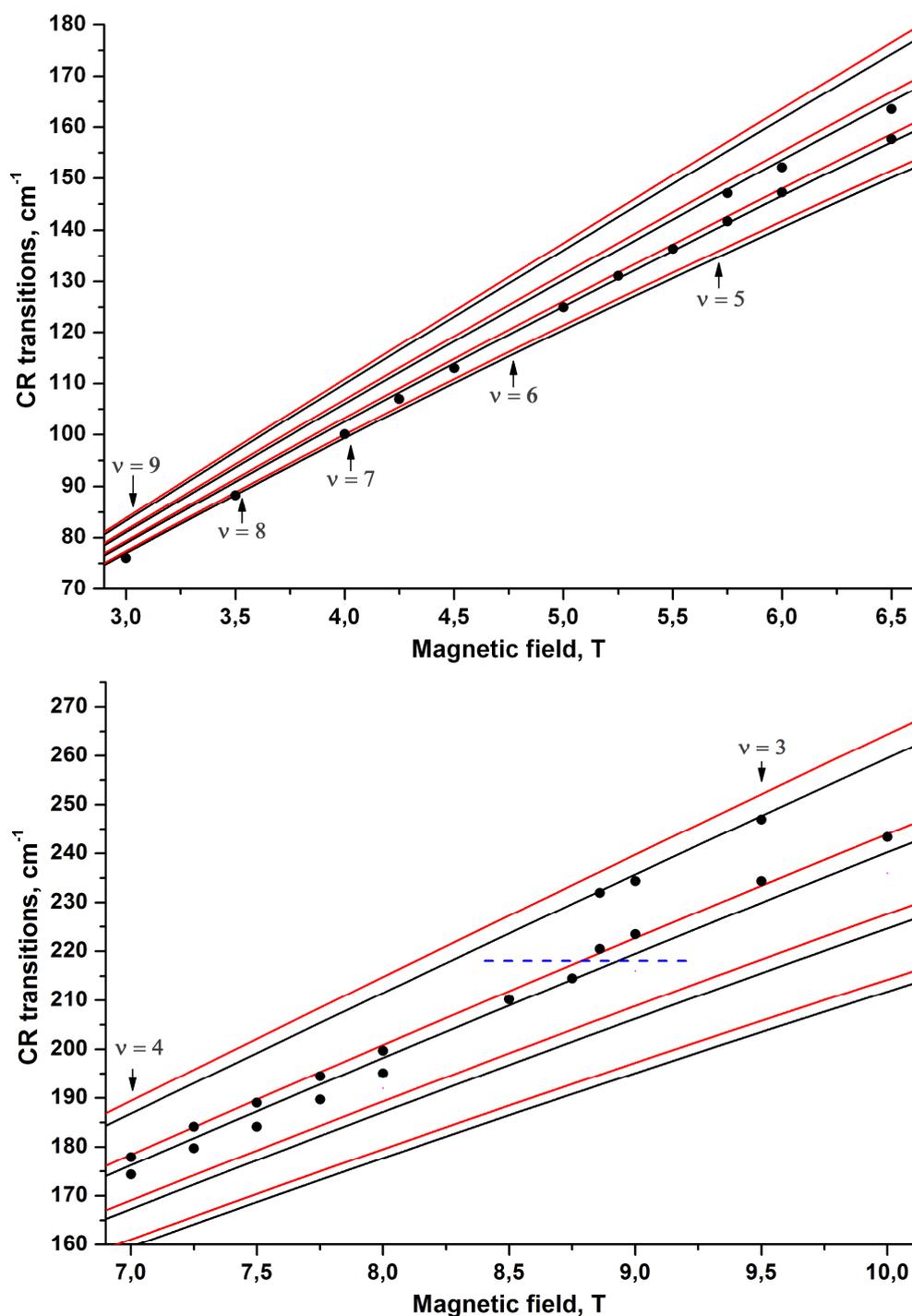


Рис. 5.7. Энергии циклотронных переходов в образце Т336. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау. Синяя пунктирная линия соответствует энергии ТО-фона в InAs.

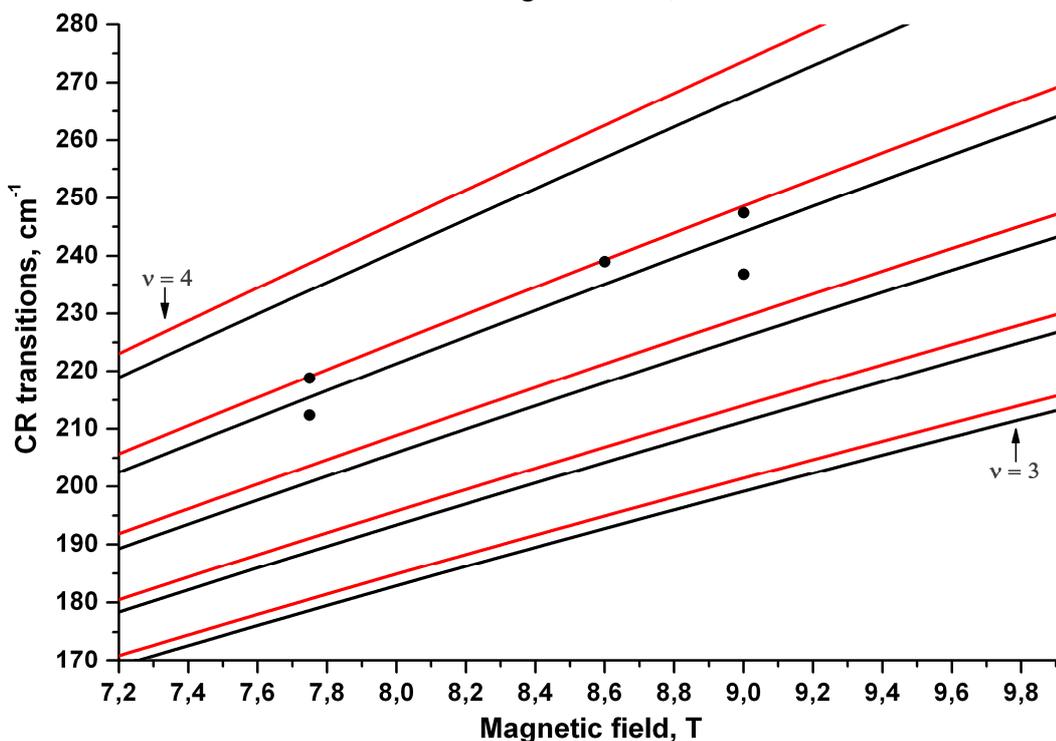
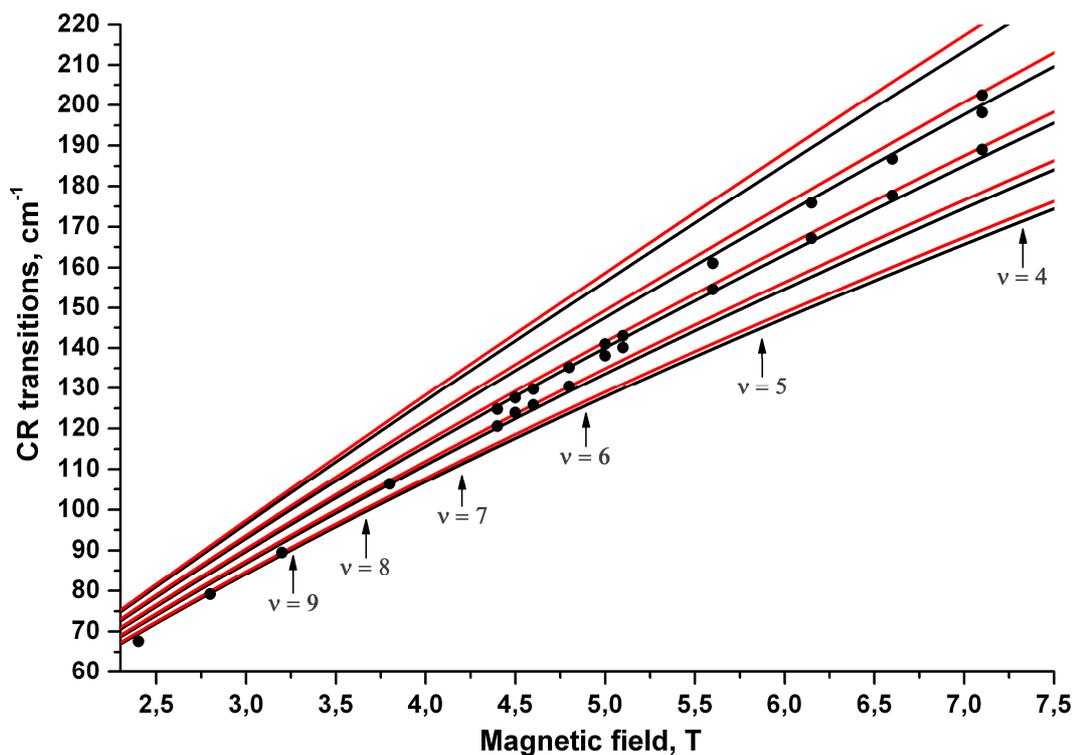


Рис. 5.8. Энергии циклотронных переходов в образце Т338. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Для описания положения линий поглощения в спектрах ЦР, в самосогласованном приближении Хартри были рассчитаны энергии циклотронных переходов. Детали расчёта представлены в **Главе 3 (раздел 3.1)** настоящей диссертации. На рис. 5.7-5.9 представлены экспериментальные и рассчитанные энергии циклотронных переходов между различными уровнями Ландау в образцах Т336, Т338, Т340 в зависимости от магнитного поля.

При факторах заполнения  $\nu > 4$  для всех образцов наблюдается хорошее согласие теоретических и экспериментальных значений. Это позволило нам однозначно идентифицировать циклотронные переходы, наблюдаемые в спектрах ЦР. Отметим, что при расчёте уровней Ландау в гетероструктурах InAs/AlSb в приближении Хартри, в качестве возможных “поставщиков” электронов в квантовую яму рассматривались только доноры в покрывающем слое GaSb. Важной особенностью в спектрах ЦР, на которую следует обратить особое внимание, является зависимость энергии циклотронных переходов от магнитного поля при  $3 \leq \nu \leq 4$ . Видно, что энергия перехода с нижнего уровня Ландау (коротковолновый переход) с ростом магнитного поля возрастает и находится в согласии с “одноэлектронным” расчётом. Однако энергия циклотронного перехода с верхнего, частично заполненного уровня Ландау, становится все меньше вычисленного в “одноэлектронном” приближении значения. Этот эффект наиболее ярко выражен в спектрах ЦР образцов T338 (рис. 5.8) и T340 (рис. 5.9). В спектрах ЦР образца T336 эффект можно обнаружить только при анализе формы линий ЦР, раскладывая уширенные линии в спектрах ЦР на две лоренцевские линии.

Уменьшая концентрацию 2D электронов за счёт эффекта отрицательной ОФП, можно добиться сдвига линий ЦР в коротковолновую область спектра вследствие непараболичности закона дисперсии в подзонах размерного квантования в КЯ AlSb/InAs/AlSb. На 5.10 представлены спектры ЦР и результаты теоретических расчетов энергий циклотронных переходов в образце T338 при подсветке синим светодиодом, приводящей к уменьшению концентрации 2D электронов до  $n_S = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Отметим, что во всем в интервале магнитных полей, соответствующих факторам заполнения уровней Ландау  $\nu > 4$ , здесь также наблюдается хорошее согласие положения линий в спектрах ЦР и значений энергий циклотронных переходов, рассчитанных в приближении Хартри.

Особенности в спектрах ЦР образца T338, связанные с “усиленным” расщеплением линии ЦР при факторах заполнения уровней Ландау  $3 \leq \nu \leq 4$ , после подсветки синим светодиодом становятся более выраженными (см. рис. 5.10). Таким образом, наблюдаемый нами эффект “усиления” расщепления линии ЦР в образцах T336, T338, T340 при темновой концентрации, воспроизводится также и при подсветке образца T338 синим светом в длинноволновой области спектра ЦР. Это указывает на то, что эффект “усиления” расщепления линии ЦР не может быть связан с электрон-фононным взаимодействием, которое должно проявляться в спектральной полосе вблизи частот LO-фононов в слое InAs ( $242 \text{ см}^{-1}$ ) и барьерах AlSb ( $334 \text{ см}^{-1}$ ) [18, 20], куда проникает волновая функция электронов.

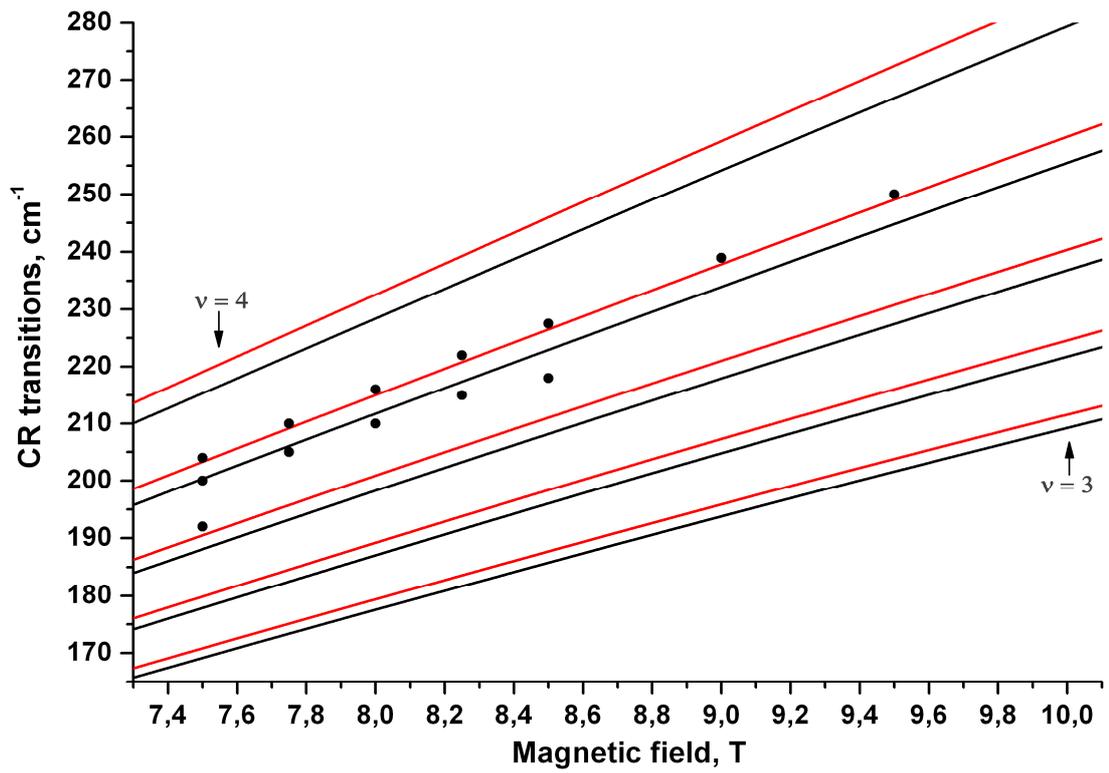
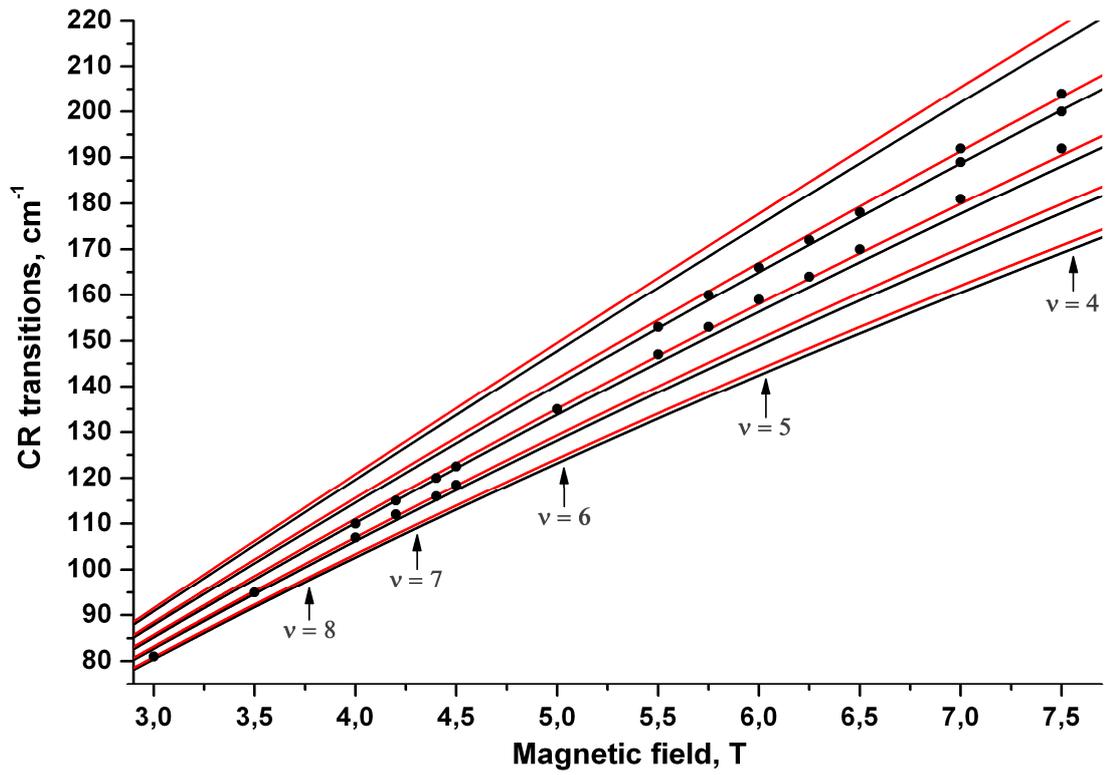


Рис. 5.9. Энергии циклотронных переходов в образце Т340. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

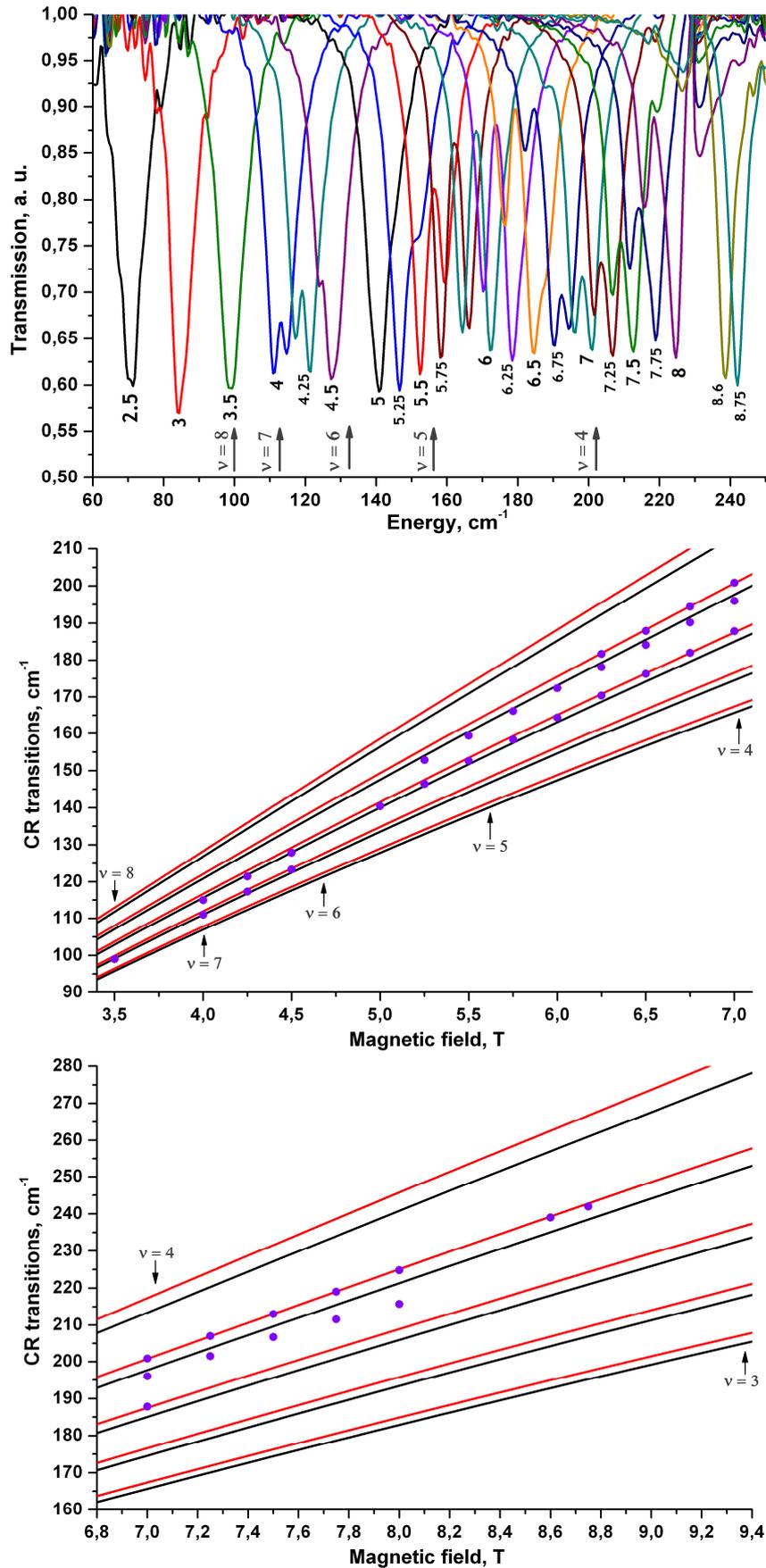


Рис. 5.10. Спектры ЦР и рассчитанные энергии циклотронных переходов в образце Т338 с концентрацией 2D электронов  $n_S = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , уменьшенной при подсветке синим светодиодом. Под линиями ЦР указаны значения магнитных полей в Тесла. Стрелками отмечены поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

Наблюдаемое в эксперименте “усиленное” расщепление линии ЦР при факторах заполнения  $3 \leq \nu \leq 4$  (см. рис. 5.7-5.10), обусловленное сдвигом циклотронного перехода с частично заполненного уровня Ландау в длинноволновую область спектра, мы связываем с проявлением электрон-электронного взаимодействия. Гетероструктуры InAs/AlSb с квантовыми ямами характеризуются сильной непараболичностью закона дисперсии в подзонах размерного квантования. В таких 2D системах теорема Кона [1] нарушается, что приводит к тому, что электрон-электронное взаимодействие может оказывать влияние на энергию поглощения в ЦР. В 2D системах с параболическим законом дисперсии расстояние между уровнями Ландау с один и тем же направлением спина одинаковое, и высокочастотная проводимость в ЦР определяется длинноволновым пределом магнитоплазменной моды (см. **Главу 1**). Другие моды в длинноволновом пределе оптически не активны и не вносят вклад в высокочастотную проводимость, которая определяет поглощение электромагнитной волны в образце. В 2D системах с непараболическим законом дисперсии, таких как КЯ AlSb/InAs/AlSb, вследствие неэквидистантности уровней Ландау, возникает несколько оптически активных магнитоплазменных мод. Вследствие нарушения теоремы Кона электрон-электронное взаимодействие приводит к перемешиванию магнитоплазменных мод в таких системах и, как результат, к изменению положения линий в спектре ЦР. Детально этот вопрос будет исследоваться в **разделе 5.3**, где на основе 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана будет выполнено обобщение “одноэкситонной” модели Макдоналда-Каллина-Бычкова для описания влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию поглощения в ЦР.

Отдельно следует рассмотреть ЦР в области энергий, лежащих выше полос фононного поглощения в слоях AlSb и GaAs. На рис. 5.11 и 5.12 представлены спектры ЦР в образца T338 в магнитном поле 12 Т и 13 Т соответственно при различных значениях концентрации 2D электронов, уменьшаемой за счёт эффекта ОФП. В магнитном поле 12 Т в спектрах наблюдаются один или два пика, соответствующих переходам с двух нижних уровней Ландау. Темновая концентрация электронов в КЯ AlSb/InAs/AlSb при этих измерениях составляла  $7.1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , что в магнитном поле 12 Т соответствует фактору заполнения  $\nu \approx 2.45$ . Линия, соответствующая переходу с третьего частично заполненного уровня Ландау, попадает в полосу фононного поглощения, и её в заданном магнитном поле наблюдать не удалось. При уменьшении концентрации за счёт освещения структуры синим светом, правый пик становится более интенсивным, что связано с уменьшением заселенности верхнего (третьего) уровня Ландау, и смещается в коротковолновую область спектра. Отметим, что аналогичное поведение линий при близких факторах заполнения уровней Ландау наблюдалось в работе [18] в спектрах ЦР образца T340.

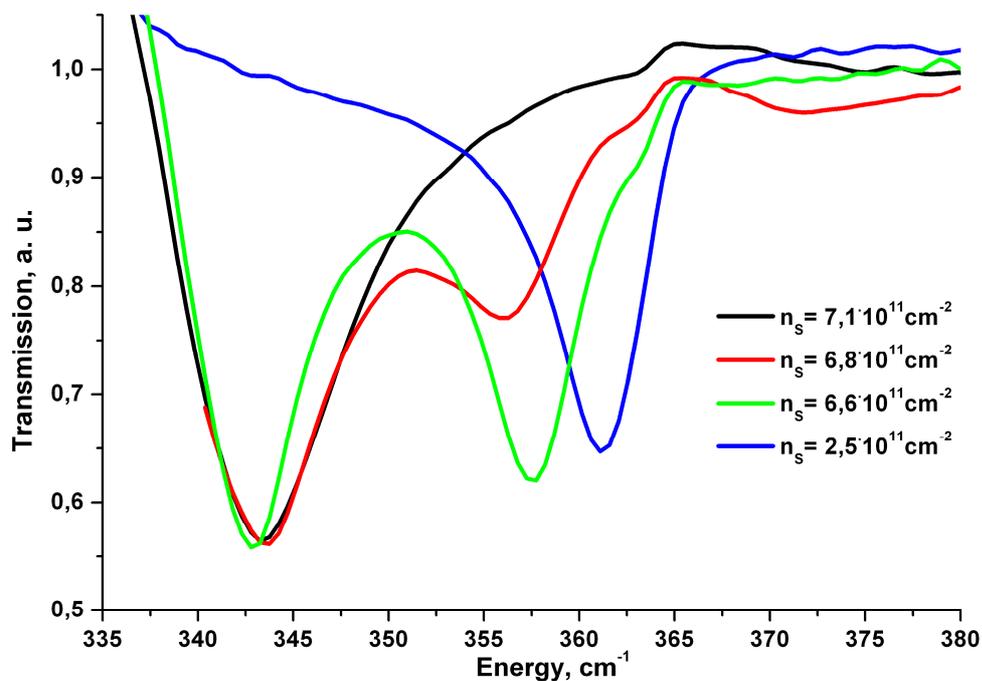


Рис. 5.11. Спектры ЦР в образце Т338 в магнитном поле  $B = 12$  Т при различных концентрациях 2D электронов.

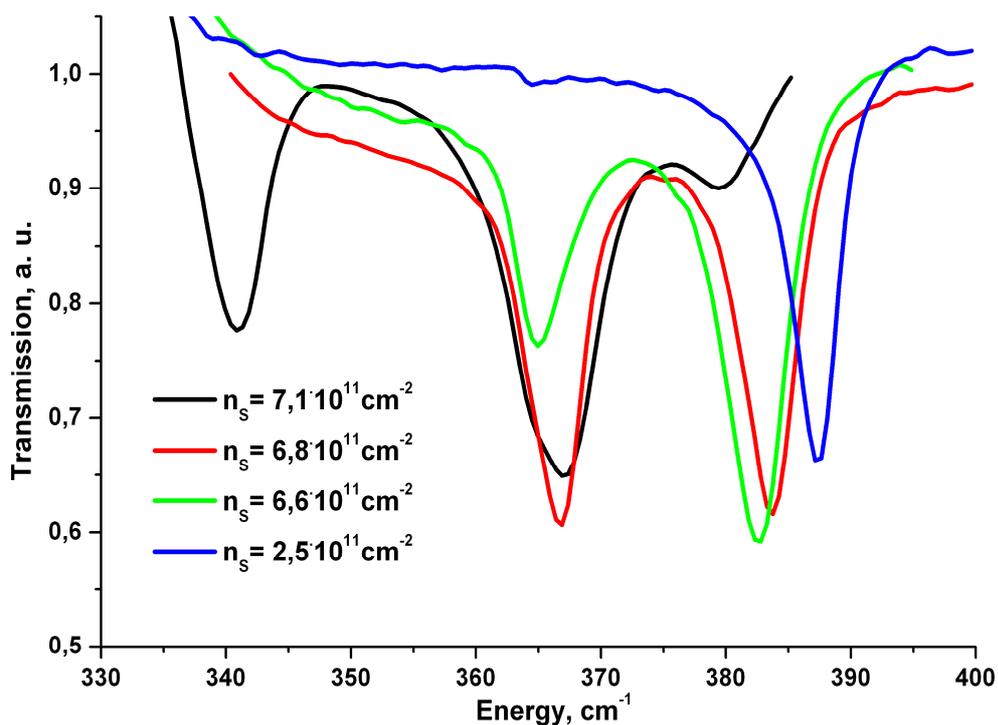


Рис. 5.12 Спектры ЦР в образце Т338 в магнитном поле  $B = 13$  Т при различных уровнях подсветки синим светодиодом.

На рис 5.12 представлены спектры ЦР образца Т338 в магнитном поле 13 Т при различных значениях концентрации 2D электронов, уменьшаемой за счёт эффекта ОФП. При темновой концентрации 2D электронов  $7.1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , что в заданном магнитном поле соответствует фактору заполнения  $\nu \approx 2.26$ , в спектре ЦР наблюдаются три пика, соответствующие переходам с трёх нижних уровней Ландау. При уменьшении фактора

заполнения до  $\nu \approx 2.16$  ( $n_S = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) за счет освещения структуры синим светом в спектре ЦР остаются только два пика, соответствующие переходам с двух нижних уровней Ландау. При дальнейшем уменьшении концентрации левый пик становится менее интенсивным и смещается в длинноволновую область спектра ЦР, в то время как, правый пик смещается в сторону более высоких энергий.

Для теоретического описания спектра ЦР необходимо рассчитать форму и положение линий ЦР, которые определяется реальной частью динамической проводимости [132]. В модели  $\delta$ -коррелированного случайного потенциала выражение для высокочастотной проводимости 2D системы при нулевой температуре имеет вид [132, 133]:

$$\text{Re} \sigma_{xx}(\omega) = \frac{e^2 \pi}{\hbar S} \sum_{i,f} \frac{(E_f - E_i)^2}{\hbar \omega} \int_{E_f - \hbar \omega}^{E_f} \left| \langle i | \hat{X} | f \rangle \right|^2 D(E - E_f + \hbar \omega) D(E - E_i) dE, \quad (5.2)$$

где  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  соответствуют начальному и конечному состояниям системы с энергиями  $E_i$  и  $E_f$ ,  $S$  – площадь 2D системы в плоскости КЯ,  $E_f$  – энергия Ферми, отсчитанная от  $E_i$ ,  $\hat{X}$  – оператор координаты, а  $D(E)$  соответствует плотности состояний на уровнях Ландау (3.1). При записи выражения для высокочастотной проводимости в виде (5.2) использовалась связь матричных элементов координаты и скорости  $\langle i | \widehat{V}_x | f \rangle$ :

$$\langle i | \widehat{V}_x | f \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle i | \widehat{x} | f \rangle (E_i - E_f).$$

Детали расчёта высокочастотной проводимости в КЯ AlSb/InAs/AlSb приводятся в **разделе 5.3** настоящей главы.

На рис. 5.13 представлены результаты численных расчётов высокочастотной проводимости, выполненных в “одноэлектронном” приближении в магнитном поле 12 Т (левая панель) и 13 Т (правая панель). Видно, что при уменьшении концентрации 2D электронов с  $7.0 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до  $6.0 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  правый пик, соответствующий переходу с нижнего уровня Ландау, демонстрирует слабый сдвиг в длинноволновую область спектра, связанный с проявлением спин-орбитального взаимодействия при изменении “встроенного” электрического поля. Средний пик при этом демонстрирует сдвиг в коротковолновую область. Положение линии ЦР при  $2.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  практически полностью совпадает с положением правого пика при  $7.0 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Ещё одной важной особенностью, наблюдаемой на рис. 5.13, на которую следует обратить внимание, является то, что соотношение интенсивностей экспериментально наблюдаемых и рассчитанных в приближении Хартри линий ЦР различается. К примеру, коротковолновый переход с нижнего уровня Ландау при темновой концентрации 2D электронов  $7.1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в спектре ЦР в магнитном поле 12 Т в образце Т338 (рис. 5.11) практически не заметен, однако расчёты линий, выполненные в

приближении Хартри, показывают, что соответствующий переход в спектре ЦР должен проявляться (рис. 5.13).

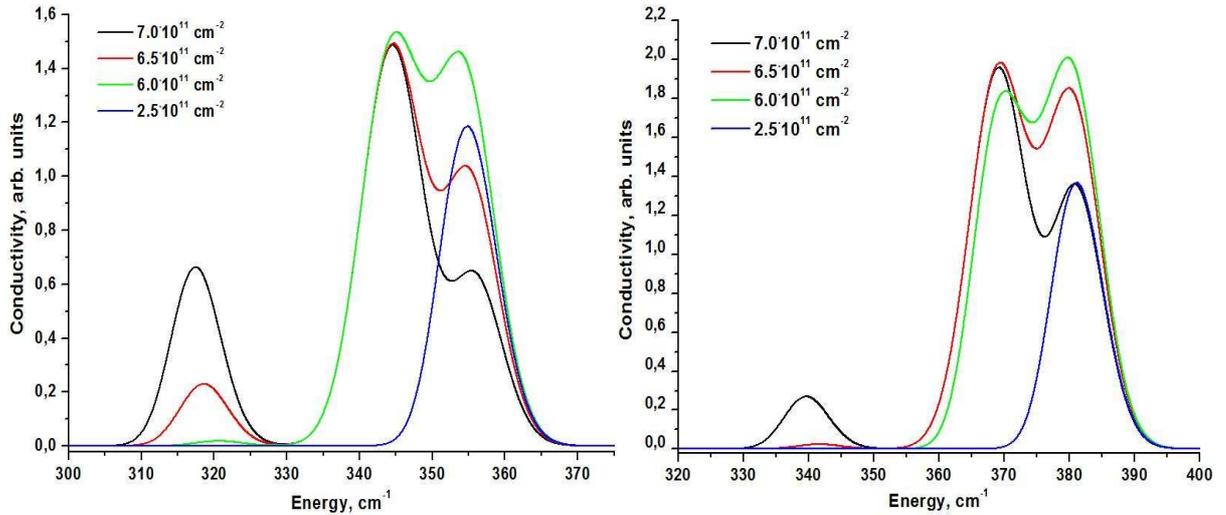


Рис. 5.13. Высокочастотная проводимость в образце T338 в магнитном поле 12 Т (левая панель) и 13 Т (правая панель) при различных значениях концентрации 2D электронного газа,  $\Gamma_0 = 0.15$  мЭВ.

Различие в соотношениях интенсивностей экспериментальных и теоретических линий в спектрах ЦР мы также связываем с проявлением обменного взаимодействия. Отметим, что теорема Кона запрещает влияние электрон-электронного взаимодействия в параболической подзоне только на циклотронную частоту, т. е. на положение пика линии ЦР. Однако интенсивность линии ЦР за счёт электрон-электронного взаимодействия может изменяться даже в параболической зоне. Как отмечалось выше, в 2D системах с непараболическим законом дисперсии возникает несколько оптически активных магнитоплазменных мод. Электрон-электронное взаимодействие “перемешивает” все магнитоплазменные моды в таких системах, что приводит к изменению положений и интенсивности линий в спектре ЦР. Отметим, что экспериментально наблюдаемый сдвиг линии ЦР при уменьшении концентрации 2D электронов при факторе заполнения уровней Ландау  $\nu < 1$  в сторону больших циклотронных энергий в фиксированном магнитном поле (рис. 5.11, 5.12, [18]) эквивалентен сдвигу линии ЦР в область меньших магнитных полей при фиксированной длине волны падающего излучения. Впервые, такой сдвиг линии ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb был обнаружен Аримото [129] и на основе предсказаний теории Асано и Андо [3], был связан с проявлением электрон-электронного взаимодействия.

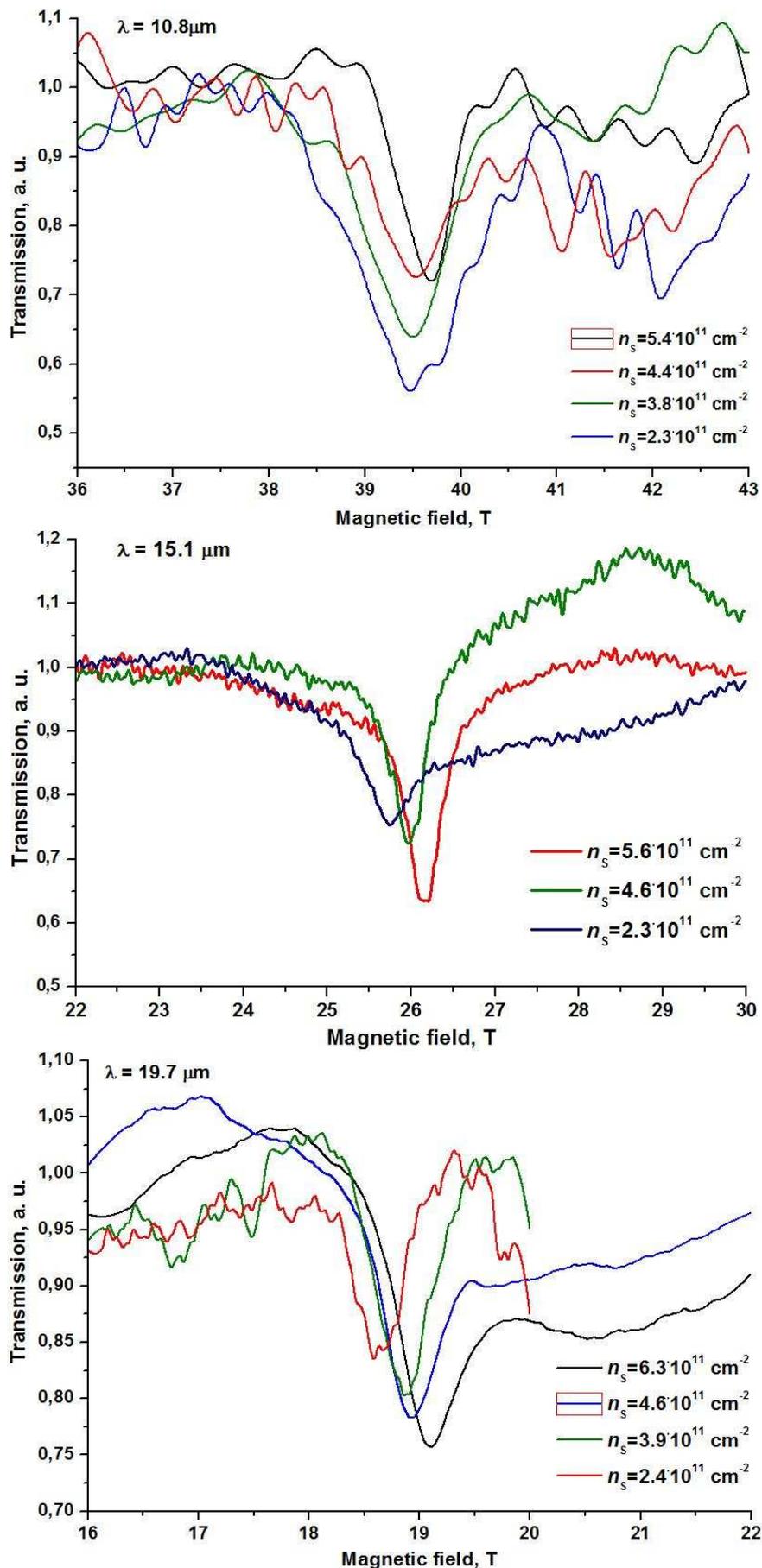


Рис. 5.14. Спектры ЦР в импульсных магнитных полях в образце Т340, измеренные при различных значениях длины волны и концентрации 2D электронов, уменьшаемой с помощью подсветки синим светодиодом.

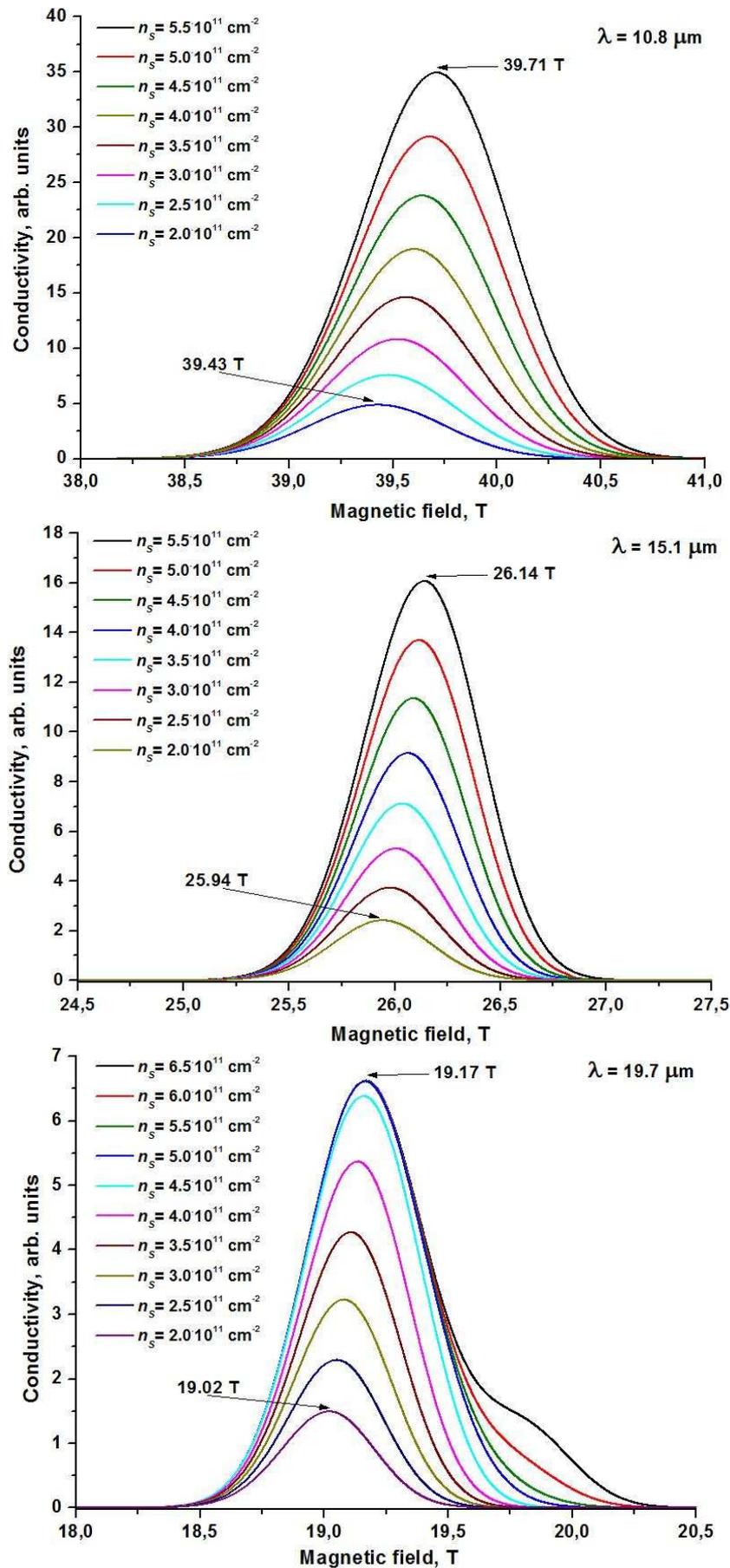


Рис. 5.15. Высоочастотная проводимость в образце Т340 в импульсных магнитных полях при различных значениях длины волны и концентрации 2D электронного газа,  $\Gamma_0 = 0.15$  мЭВ.

Аналогичный сдвиг линии в область меньших магнитных полей наблюдался в спектрах ЦР образца T340, измеренных при фиксированной длине волны падающего излучения. Исследования ЦР проводились в образце квадратной формы размерами  $5 \times 5 \text{ мм}^2$  с двумя полосковыми омическими контактами по краям для измерения магнетосопротивления при  $T = 4.2 \text{ К}$ . Измерения были выполнены в Дрезденской лаборатории сильных магнитных полей (HLD) в импульсных полях до 55 Т, длительность импульса приблизительно составляла 150 мс. Магнитное поле было направлено перпендикулярно поверхности образцов. Образцы располагались в световодной вставке в гелиевом криостате в центре соленоида. В качестве источника излучения  $\lambda = 10\text{-}30 \text{ мкм}$  использовался лазер на свободных электронах (FELBE). Частота повторения импульсов лазера составляла 13 МГц, что позволяло обходиться без синхронизации импульсов лазера и магнитного поля. Помимо пропускания образца измерялось его магнетосопротивление по двухконтактной схеме, что позволяло определять концентрацию электронов непосредственно в тех же условиях, что и при измерении ЦР. На рис. 5.14 представлены типичные спектры ЦР в образце T340 в импульсных магнитных полях до 55 Т при различных значениях концентрации 2D электронного газа, изменяемой за счёт эффекта ОФП, при различных длинах волн излучения на свободных электронах. В спектрах ЦР в магнитных полях свыше 16 Т наблюдается одна линия, соответствующая переходу с нижнего уровня Ландау. Видно что, для всех длин волн излучения FELBE при уменьшении концентрации 2D электронов линия в спектре ЦР смещается в область меньших магнитных полей, что свидетельствует об увеличении (при постоянном магнитном поле) энергии циклотронных переходов.

Для интерпретации наблюдаемых особенностей в спектрах ЦР в импульсных магнитных полях были выполнены расчёты высокочастотной проводимости в приближении Хартри. Результаты расчёта линий ЦР при различных концентрациях 2D электронов представлены на рис. 5.15. Видно, что уменьшение концентрации при факторе заполнения уровней Ландау  $\nu < 1$  действительно приводит к сдвигу линии ЦР в область меньших магнитных полей, величина которого обусловлена уширением уровней Ландау. В расчётах линий ЦР в образце T340 для параметра  $\Gamma_0$ , определяющего ширину уровней Ландау в заданном магнитном поле, использовалось значение 0.15 мэВ, которое является оценкой сверху и получено из анализа экспериментальных значений подвижности 2D электронов в наших образцах (см. Табл. 5.2) с использованием формулы (3.2). Как видно из рис. 5.14 и 5.15, экспериментальный сдвиг линии в спектрах ЦР в импульсных магнитных полях при уменьшении концентрации 2D электронного газа значительно превосходит сдвиг, рассчитанный в приближении Хартри.

Отметим, что в расчётах высокочастотной проводимости, представленных на рис. 5.13 и 5.15, зависимостью плотности состояний на уровнях Ландау от концентрации 2D электронного газа пренебрегалось, и при любых значениях концентрации использовался гауссовский профиль (3.1). Использование подсветки синим светодиодом гетероструктур InAs/AlSb приводит к изменению не только концентрации электронов в КЯ, но и распределения остаточных доноров в барьерах AlSb и покрывающем слое GaSb. Это может изменять не только ширину, но и форму плотности состояний на уровнях Ландау, которая зависит от концентрации доноров и длины корреляции случайного потенциала в каждом конкретном образце [123, 124, 132]. Поэтому, строго говоря, величина сдвига линии в коротковолновую область спектра ЦР при  $\nu < 1$  при уменьшении концентрации 2D электронов в наших гетероструктурах InAs/AlSb помимо электрон-электронного взаимодействия [129] может также определяться изменением структуры плотности состояний при подсветке светодиодом.

## 5.2. Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами размерного квантования.

Выраженная непараболичность зоны проводимости в узкозонных полупроводниках приводит к перемешиванию продольного и поперечного движения 2D электронов в узкозонных гетероструктурах<sup>10</sup> и к зависимости закона дисперсии в подзонах размерного квантования от ширины КЯ. В гетероструктурах InAs/AlSb с одной заполненной подзоной экспериментально наблюдалась зависимость циклотронной массы 2D электронов от ширины КЯ. Отметим, что в данных гетероструктурах должна также наблюдаться зависимость циклотронной массы и от индекса подзоны размерного квантования. Настоящий раздел посвящён исследованию ЦР в легированных гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами.

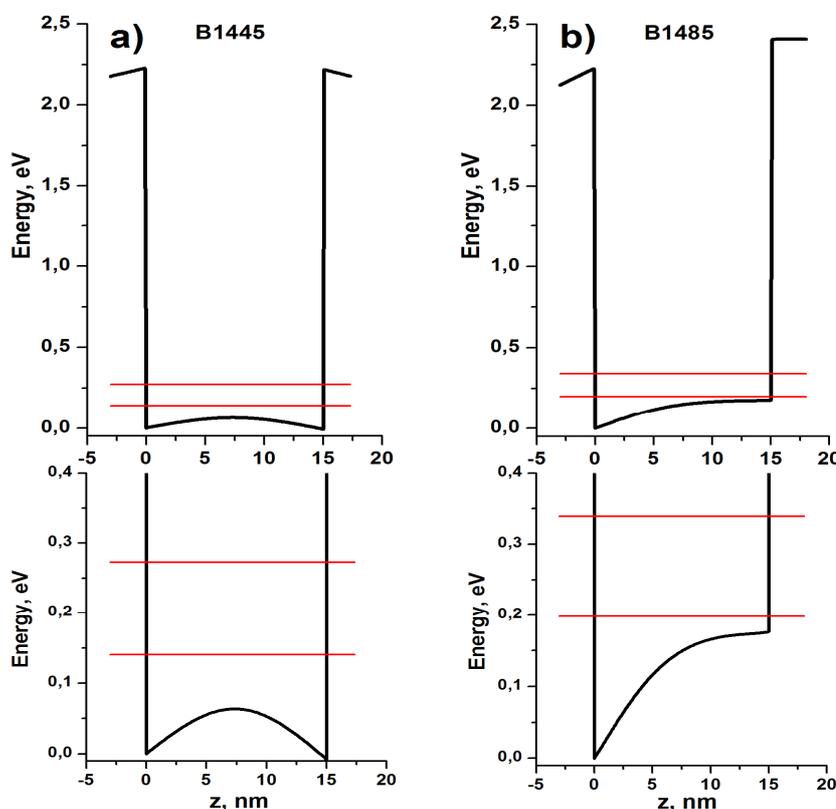


Рис. 5.16. Результаты самосогласованного расчёта профиля квантовой ямы в образцах В1445 а) и В1485 б) в нулевом магнитном поле. Красные линии соответствуют энергиям двух подзон размерного квантования при нулевом значении волновых векторов в плоскости структуры.

В работе исследовалось два образца В1445 и В1485 с шириной КЯ 15 нм и различными профилями легирования. В образце В1445 проводилось легирование теллуром (из

<sup>10</sup> См. формулы (2.19) и (3.8) для 8-компонентной волновой функции электрона в квантовой яме с непараболическими подзонами размерного квантования.

тигельного испарителя  $\text{Ca}_2\text{Te}_3$ ) верхнего и нижнего барьеров  $\text{AlSb}$  на расстоянии 15 нм от квантовой ямы, в образце В1485 – только нижнего. Концентрация и подвижность 2D электронов определялись из анализа измерений эффекта Холла и осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых магнитных полях. Параметры исследованных образцов при температуре 2 К представлены в Табл. 5.3. На рис. 5.16 представлены результаты самосогласованного расчёта профиля квантовой ямы в образцах В1445 и В1485 в нулевом магнитном поле и энергии первых двух подзон размерного квантования при нулевом волновом векторе в плоскости структуры. Наши расчёты в приближении Хартри показывают, что расстояние между первой и второй подзонами в образцах В1445 и В1485 различается и зависит от самосогласованного потенциала, искажающего энергетический профиль КЯ. Так, в образце В1445 с двусторонне-легированными барьерами  $\text{AlSb}$  и с симметричным профилем КЯ, расстояние между первыми двумя подзонами составляет 130 мэВ, а для образца В1485 с асимметричным профилем КЯ расстояние между подзонами размерного квантования составляет 145 мэВ в нулевом магнитном поле.

Табл. 5.3. Параметры исследованных легированных образцов при  $T = 2.0$  К

Образец	$n_s^I, 10^{11} \text{ см}^{-2}$	$n_s^{II}, 10^{11} \text{ см}^{-2}$	$\mu, 10^5 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$
В1445	17.25	5.75	1.1
В1485	15.70	2.40	0.9

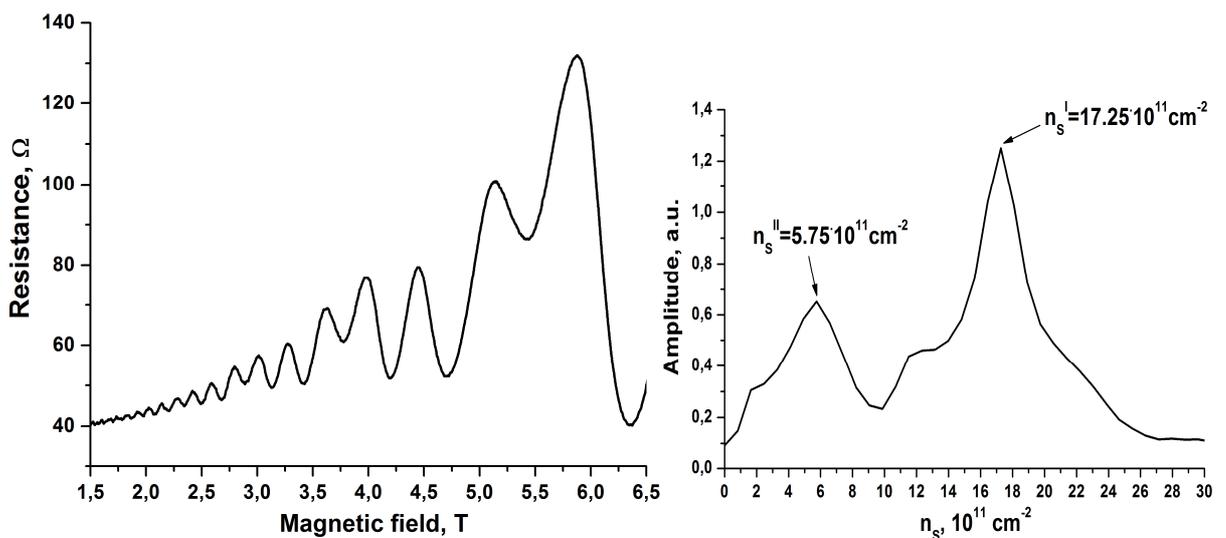


Рис. 5.17. Осцилляции ШдГ в образце В1445 с двусторонне легированными барьерами (левая панель). На правой панели – результат Фурье-анализа осцилляций ШдГ в магнитных полях до 3.5 Т.

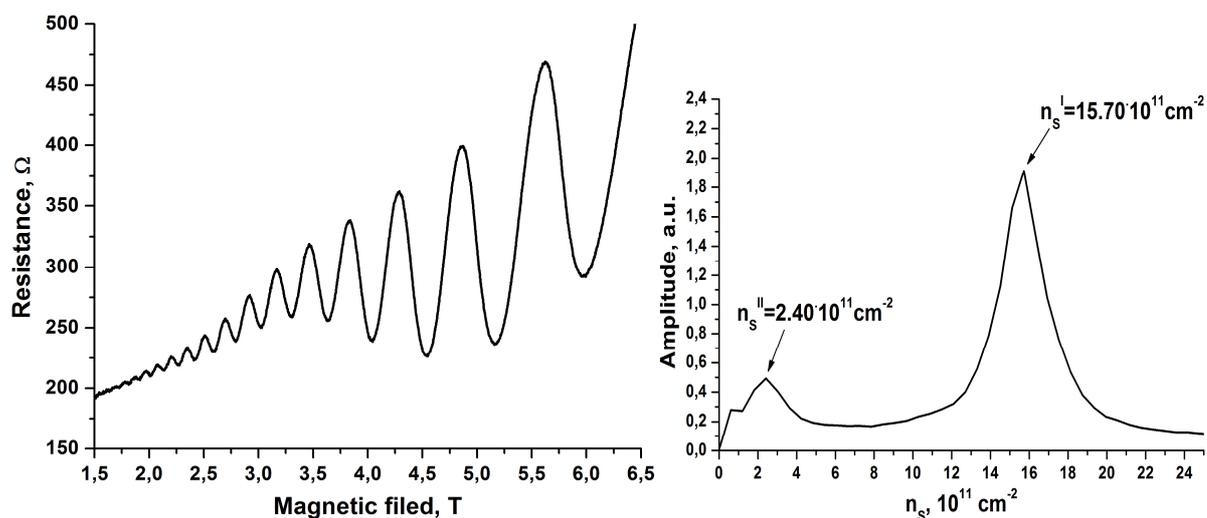


Рис. 5.18. Осцилляции ШдГ в образце В1485 с односторонне легированными барьерами (левая панель). На правой панели – результат Фурье-анализа осцилляций ШдГ в магнитных полях до 3.5 Т.

Результаты измерений осцилляций ШдГ, выполненных для определения концентрации электронного газа в образце В1445, представлены на рис. 5.17. Видно, что осцилляции начинают проявляться в магнитном поле 1.5 Т, что соответствует меньшей подвижности электронного газа в гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами по сравнению с образцами, где заполнена только одна подзона размерного квантования. Ярко выраженные биения осцилляций магнетосопротивления в двусторонне легированном образце В1445 свидетельствуют о заполнении электронами второй подзоны размерного квантования. Фурье-анализ осцилляций ШдГ в слабых магнитных полях (до 3.5 Т) показывает, что концентрация электронов составляет  $17.25 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в первой и  $5.75 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  во второй подзоне размерного квантования. Отметим, что в квантующих магнитных полях значения концентраций электронов в подзонах размерного квантования будут отличаться от значений, определённых из анализа магнитотранспортных измерений в слабых магнитных полях. Результаты измерений осцилляций ШдГ в образце В1485 представлены на рис. 5.18. Из фурье-анализа осцилляций ШдГ в слабых магнитных полях (до 3.5 Т) следует, что концентрация электронов составляет  $15.70 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в первой и  $2.40 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  во второй подзоне размерного квантования. Одностороннее легирование барьеров AlSb приводит к асимметричному “встроенному” электрическому полю, искажающему профиль КЯ, что в свою очередь через спин-орбитальное взаимодействие приводит к спиновому расщеплению энергетического спектра в подзонах размерного квантования в нулевом магнитном поле (см. **Главу 2**). Однако из-за низкой подвижности электронов в КЯ InAs вследствие электрон-электронного рассеяния (осцилляции ШдГ начинают проявляться в магнитном поле 1.6Т) по сравнению с образцами с одной заполненной подзоной размерного квантования (см. рис. 2.13) из фурье-анализа невозможно опреде-

лить разницу в концентрациях электронов с противоположными спинами в каждой подзоне размерного квантования. Отметим, что различие расстояний между подзонами размерного квантования в образцах В1445 и В1485 является причиной сильного различия отношений концентраций электронов в подзонах в слабых магнитных полях, которое составляет 3 в образце В1445 и более 6.5 в образце В1485.

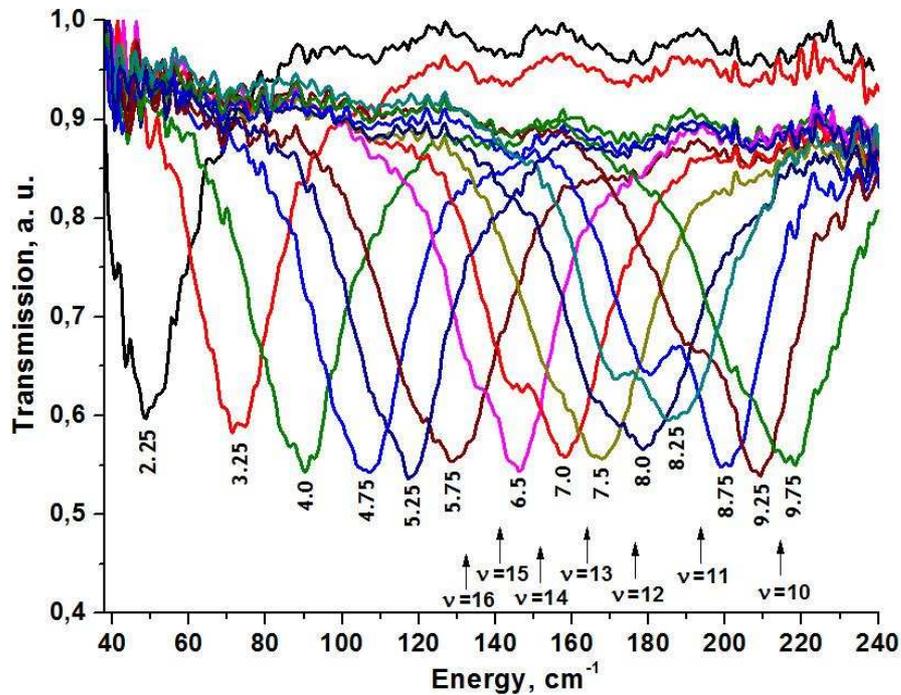


Рис. 5.19. Спектры ЦР в структуре В1445 с двусторонним легированием барьеров. Стрелками указаны магнитные поля в Тесла, отвечающие целочисленным значениям фактора заполнения уровней Ландау.

На рис. 5.19 представлены типичные спектры ЦР электронов в образце В1445 с двусторонним легированием барьеров, измеренные в Национальной лаборатории сильных магнитных полей в Гренобле (LNCMI-G) при температуре 2 К. В интервалах энергий от  $250 \text{ cm}^{-1}$  до  $300 \text{ cm}^{-1}$  и от  $320 \text{ cm}^{-1}$  до  $330 \text{ cm}^{-1}$ , соответствующих полосам фононного поглощения в слоях GaAs и AlSb, зарегистрировать прошедшее через образец излучение не удалось. Измерить спектр ЦР при энергиях превышающих полосы фононного поглощения также не удалось. Как видно из рис. 5.19, в спектрах ЦР образца В1445 наблюдается большое расщепление линий, которое не коррелирует с фактором заполнения уровней Ландау. Это свидетельствует о том, что наблюдаемое расщепление не может быть связано с циклотронными переходами в пределах одной непараболической подзоны ( $\Delta g^*$ -расщепление при чётных и с  $\Delta m^*$ -расщепление при нечётных факторах заполнения уровней Ландау).

На рис. 5.20 представлены типичные спектры ЦР электронов в другом образце В1485 с односторонним легированием барьеров. В спектрах ЦР можно наблюдать особенности, связанные с поглощением проходящего через образец излучения ТО фононами в

InAs ( $218 \text{ cm}^{-1}$ ) и в покрывающем слое GaSb ( $228 \text{ cm}^{-1}$ ). Как видно из рис. 5.20, расщепление линий ЦР в спектрах ЦР образца В1485 не наблюдается. Однако заметим, что в интервале магнитных полей от 9.75 Т до 10.75 Т изменяющаяся форма линий указывает на неоднородное уширение, связанное с двумя близкими (в пределах ширины линии ЦР) по энергии циклотронными переходами.

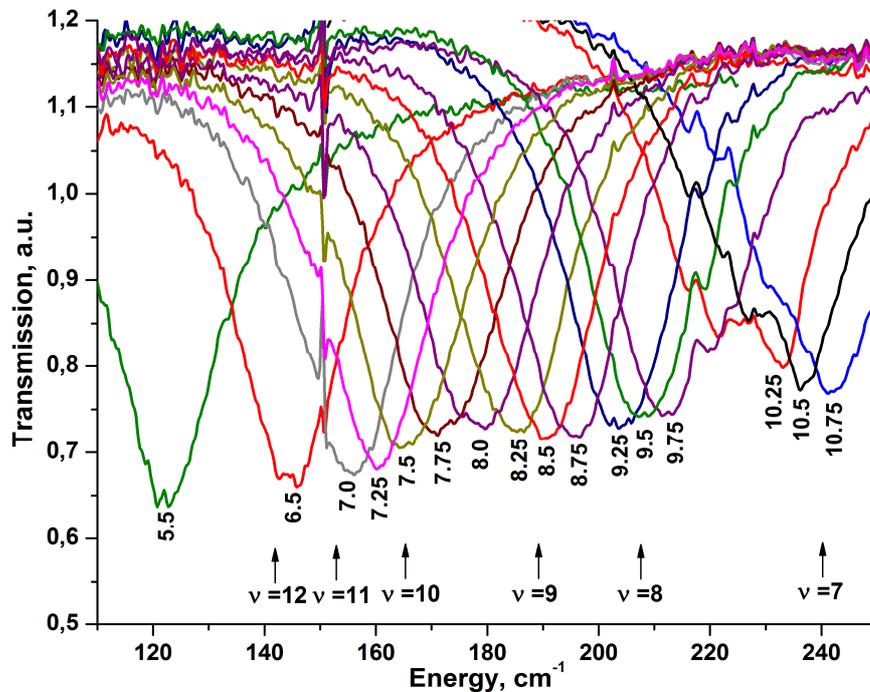


Рис. 5.20. Спектры ЦР в структуре В1485 с односторонним легированием барьеров. Стрелками указаны магнитные поля в Тесла, отвечающие целочисленным значениям фактора заполнения уровней Ландау.

Для интерпретации наблюдаемых расщеплений линий в спектрах ЦР образцов В1445 и В1485 были выполнены расчёты энергий циклотронных переходов в КЯ AlSb/InAs/AlSb с симметричным и асимметричным профилем. Результаты наших численных расчётов, выполненных в самосогласованном приближении Хартри, представлены на рисунках 5.21 и 5.22. Чёрные кривые соответствуют циклотронным переходам в первой подзоне размерного квантования, красные – во второй. Чтобы не перегружать рис. 5.21, мы привели лишь первые 12 циклотронных переходов в первой подзоне. Сильная непараболичность закона дисперсии в подзонах размерного квантования в КЯ AlSb/InAs/AlSb приводит к нелинейной зависимости энергий переходов от магнитного поля, номера уровней Ландау и индекса подзоны размерного квантования. Так, в фиксированном магнитном поле при увеличении энергии расстояние между уровнями Ландау уменьшается, что приводит к уменьшению энергии циклотронных переходов в подзонах размерного квантования.

Синие точки на рис. 5.21 и 5.22 соответствуют экспериментальным значениям циклотронных энергий, определённым из анализа положения линий поглощения в спектрах

ЦР образцов В1445 и В1485. Поскольку процедура разложения линий ЦР на три и четыре лоренцевских профиля часто приводила к неоднозначным результатам, то для определения энергий циклотронных переходов мы ограничились разложением линий в спектрах ЦР на два лоренцевских профиля. Если при таком анализе величины амплитуд и положения пиков не соответствовали разумным значениям, то линия в спектре ЦР подгонялась одним лоренцевским профилем.

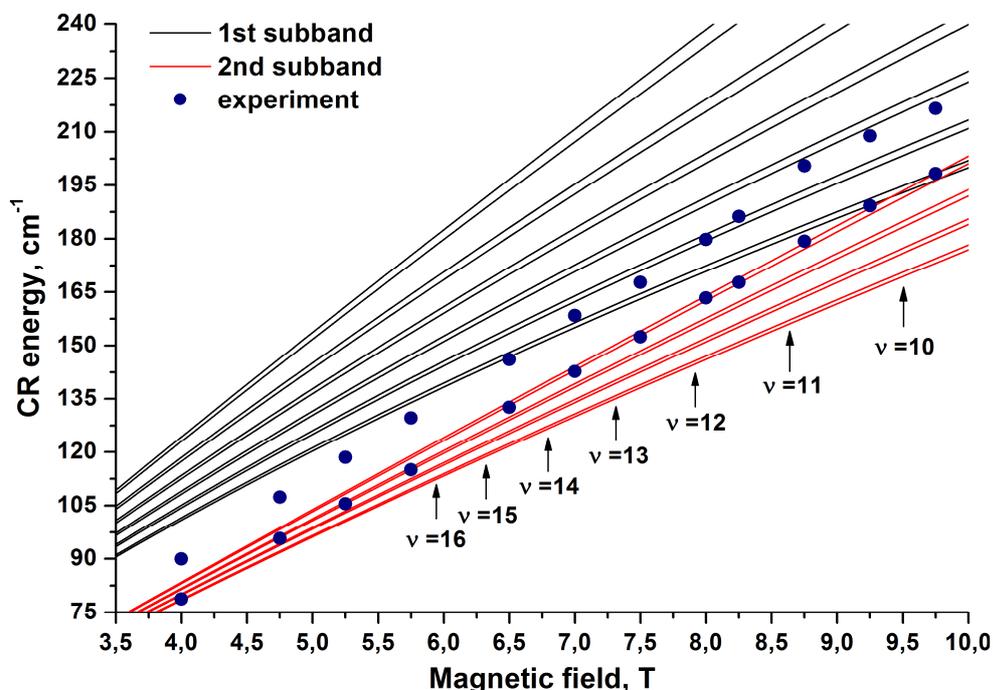


Рис. 5.21. Энергии циклотронных переходов в двух подзонах размерного квантования в образце В1445 с двусторонним легированием барьеров. Точками представлены экспериментальные значения циклотронных энергий. Стрелками указаны магнитные поля, отвечающие целочисленным значениям фактора заполнения уровней Ландау.

Как показывают наши расчёты, в магнитном поле 9.5 Т, что соответствует фактору заполнения  $\nu = 10$ , в образце В1445 в первой подзоне размерного квантования заполнено 8 уровней Ландау, а во второй подзоне только 2 уровня. Из рис. 5.21 видно, что изменение фактора заполнения в интервале магнитных полей от 6.75 Т до 9.5 Т в образце В1445 связано с изменением числа заполненных уровней Ландау в первой подзоне размерного квантования. В заданном интервале магнитных полей во второй подзоне заполнено только два уровня Ландау. В магнитных полях менее 6.75 Т количество заполненных уровней Ландау во второй подзоне начинает увеличиваться. Так, в магнитном поле 6.5Т начинается заполнение третьего уровня Ландау во второй подзоне размерного квантования. В магнитном поле 5.75 Т, что соответствует фактору заполнения  $\nu \approx 16.5$ , в образце В1445 в первой подзоне 13-й уровень Ландау оказывается частично заполненным в то время, как во второй подзоне начинает заполняться 4-й уровень Ландау. Видно, что результаты расчёта энергий циклотронных переходов в самосогласованном приближении Хартри находятся в хоро-

шем согласии с экспериментальными значениями циклотронных энергий во всём интервале магнитных полей. К сожалению, ширина наблюдаемых линий в спектрах ЦР образца В1445 не позволила нам с помощью разложения на четыре лоренцевских профиля получить разумные значения циклотронных энергий и определить величину  $\Delta g^*$ - и  $\Delta m^*$ -расщепления в каждой из подзон размерного квантования.

Как видно из рис. 5.22, в квантующих магнитных полях (свыше 5.5 Т) все линии, наблюдаемые в спектре ЦР образца В1485, связаны с циклотронными переходами только в первой подзоне размерного квантования. Выше было отмечено, что концентрации электронов в первой и второй подзоне размерного квантования в слабых магнитных полях в образце В1485 различается более чем в 6.5 раз. При увеличении магнитного поля кратность вырождения каждого уровня Ландау возрастает, и в результате в квантующих магнитных полях все электроны заполняют состояния только в первой подзоне размерного квантования, в то время как электронные состояния во второй подзоне оказываются незаполненными.

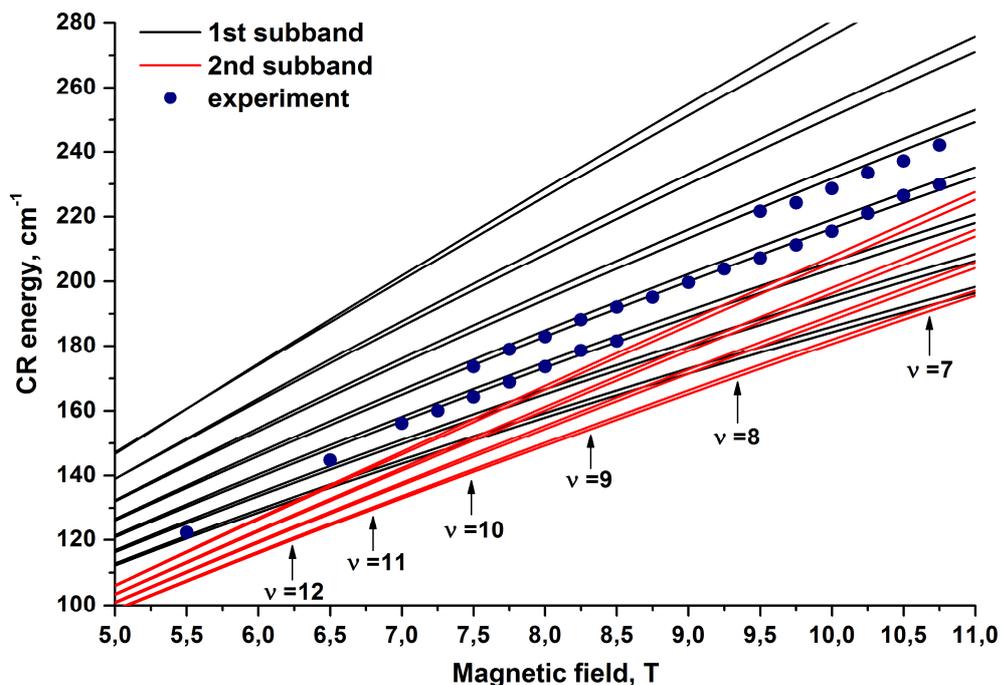


Рис. 5.22. Энергии циклотронных переходов в двух подзонах размерного квантования в образце В1485 с двусторонним легированием барьеров. Точками представлены экспериментальные значения циклотронных энергий. Стрелками указаны магнитные поля в Тесла, отвечающие целочисленным значениям фактора заполнения уровней Ландау.

Как показывают расчёты энергий переходов в образце В1485, изменение формы линий ЦР в интервале магнитных полей от 9.75 Т до 10.75 Т, что соответствует факторам заполнения  $7.67 > \nu > 6.96$ , обусловлено плохо проявленным  $\Delta m^*$ -расщеплением линий ЦР, соответствующих циклотронным переходам в первой подзоне размерного квантования. Кроме этого, разложение наблюдаемой линии ЦР на два лоренцевских профиля де-

монстрирует проявление  $\Delta m^*$ -расщепления в интервале магнитных полей от 7.5 Т до 8.5 Т, что соответствует факторам заполнения  $9.97 > \nu > 8.80$ . При других значениях магнитного поля разложение линии в спектре ЦР на два лоренцевских профиля не выявило разумных значений энергий циклотронных переходов. Причины этого мы связываем с низкой подвижностью электронного газа, вследствие чего обнаружить проявление более слабого  $\Delta g^*$ -расщепления в спектрах ЦР образца В1485 не удалось. Видно, что результаты расчёта энергий переходов в образце В1485, выполненные в самосогласованном приближении Хартри, также находятся в хорошем согласии с экспериментальными значениями циклотронных энергий.

Таким образом, результаты исследования ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb, полученные в **разделе 5.2** настоящей диссертации, демонстрируют влияние “встроенного” электрического поля на спектр ЦР в образцах с двумя заполненными подзонами размерного квантования. На примере гетероструктур InAs/AlSb также продемонстрирована зависимость энергий циклотронных переходов (циклотронной массы) от номера подзоны размерного квантования в узкозонных гетероструктурах с квантовыми ямами.

### 5.3. Влияние обменного взаимодействия на энергию поглощения в циклотронном резонансе в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами. Нарушение теоремы Кона.

Как отмечалось в Главе 1, в настоящее время не существует законченной теории для количественного описания влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию поглощения в циклотронном резонансе 2D электронов в непараболической подзоне размерного квантования. В существующих теоретических работах [2-5, 103] электрон-электронное взаимодействие описывается в первом порядке теории возмущений в рамках базиса одноэкситонных возбуждений (1.29), а матричные элементы кулоновского взаимодействия вычисляются с использованием двухкомпонентных волновых функций электронных состояний в *параболической* подзоне (модель Макдоналда-Каллина-Бычкова). Особенности волновых функций, связанные с зонной структурой при этом полностью игнорируются, а непараболическость учитывается с помощью введения феноменологических констант, описывающих различие в энергиях циклотронных переходах между разными уровнями Ландау. Отметим, что структура волновых функций 2D электронов в магнитном поле позволяет рассматривать уровни Ландау с разным направлением спинов в параболической подзоне независимо друг от друга. Следствием такого приближения является то, что электрон-электронное взаимодействие не оказывает влияния на энергию поглощения в циклотронном резонансе при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау  $\nu$ . В квантовых ямах на основе узкозонных полупроводников таких, как AlSb/InAs/AlSb, подзоны размерного квантования характеризуется выраженной непараболическостью закона дисперсии. Движение электронов в магнитном поле в таких гетероструктурах описывается 8-компонентной волновой функцией (3.8) 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана (см. разделы 5.1, 5.2 и Главу 3), при этом состояния на уровнях Ландау с разными “спинами” оказываются перемешанными. Строго говоря, это может приводить к появлению дополнительных поправок к энергии при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау.

Настоящий раздел посвящён исследованию влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию поглощения в ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb. Энергия  $MP$ -возбуждений описывается в рамках базиса одноэкситонных возбуждений, возможным вкладом двухэкситонных состояний при этом пренебрегается. Расчёты энергий поглощения в ЦР, выполненные с использованием собственных значений и 8-компонентных волновых функций 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, сравниваются с результатами, полученными в модели Макдоналда-Каллина-Бычкова (МКБ) [2-5].

Как было показано в **Главе 4**, в первом порядке теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию эффективное уравнение Шрёдингера для магнитного экситона в длинноволновом пределе принимает вид:

$$\begin{aligned}
& \hbar\omega_{me} A_{n,n',i,i'}^+ (0)|0\rangle = (E_{n,i} - E_{n',i'}) A_{n,n',i,i'}^+ (0)|0\rangle + \\
& + \left( \sum_{n_2, i_1, i_2} v_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n,n_2,n_2,n}^{(i_1, i_2, i_2, i)}(0)}{2\pi} A_{n,n',i_1, i'}^+ (0) - \sum_{n_2, i_1, i_2} v_{n_2}^{(i_2)} \frac{\tilde{V}_{n',n_2,n_2,n'}^{(i', i_2, i_2, i_1)}(0)}{2\pi} A_{n,n',i,i_1}^+ (0) \right) |0\rangle - \\
& - \left( \sum_{n_2, i_1, i_2} v_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n,n_2,n,n_2}^{(i_1, i_2, i_2, i)}(0) A_{n,n',i_1, i'}^+ (0) - \sum_{n_2, i_1, i_2} v_{n_2}^{(i_2)} \tilde{E}_{n',n_2,n',n_2}^{(i', i_2, i_1, i_2)}(0) A_{n,n',i,i_1}^+ (0) \right) |0\rangle - \\
& - (v_n^{(i)} - v_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_3, i_2, i_3} \frac{\tilde{V}_{n',n_2,n_3,n}^{(i', i_2, i_3, i)}(0)}{2\pi} A_{n_2, n_3, i_2, i_3}^+ (0) |0\rangle + \\
& + (v_n^{(i)} - v_{n'}^{(i')}) \sum_{n_2, n_4, i_2, i_4} \tilde{E}_{n',n_2,n,n_4}^{(i', i_2, i, i_4)}(0) A_{n_2, n_4, i_2, i_4}^+ (0) |0\rangle, \tag{5.3}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_{n_1, n_2, n_3, n_4}^{(i_1, i_2, i_3, i_4)}(0) &= \delta_{n_1 - n_4, n_3 - n_2} \int \frac{qdq}{2\pi} \left[ \frac{a_H^2 q^2}{2} \right]^{|n_1 - n_4|} e^{-\frac{a_H^2 q^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(q, z_1, z_2) \tilde{L}_{n_1, n_4}^{(i_1, i_4)} \left( \frac{a_H^2 q^2}{2}, z_1, z_1 \right) \tilde{L}_{n_2, n_3}^{(i_2, i_3)} \left( \frac{a_H^2 q^2}{2}, z_2, z_2 \right), \\
\tilde{V}_{n_1, n_2, n_3, n_4}^{(i_1, i_2, i_3, i_4)}(0) &= \delta_{n_1, n_4} \delta_{n_3, n_2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \tilde{D}(0, z_1, z_2) \tilde{L}_{n_1, n_1}^{(i_1, i_4)}(0, z_1, z_1) \tilde{L}_{n_2, n_2}^{(i_2, i_3)}(0, z_2, z_2). \tag{5.4}
\end{aligned}$$

Физический смысл слагаемых, входящих в (5.3) обсуждался в **Главе 4**. Считая, что энергии уровней Ландау  $(n, i)$  и  $(n', i')$  найдены в приближении Хартри, второе слагаемое в (5.3) мы будем опускать, включая его в определение  $E_{n,i}$  и  $E_{n',i'}$ .

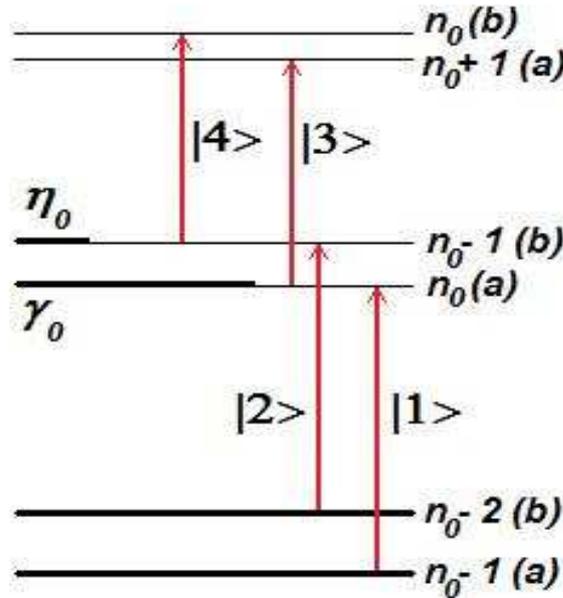


Рис. 5.23. Базисные вектора одноэкситонных возбуждений для вычисления энергии поглощения в циклотронном резонансе при  $v > 2$ .

Для вычисления энергии поглощения в циклотронном резонансе в одноэлектронном приближении можно ограничиться рассмотрением базисных возбуждений, представленных на рис. 5.23 и соответствующих циклотронным переходам в одноэлектронной задаче [2-5]. Рис. 5.23 соответствует случаю, когда фактор заполнения уровней Ландау  $\nu > 2$ , а  $\eta_0$  и  $\gamma_0$  – факторы заполнения частично заполненных уровней Ландау. В указанном базисе эффективный гамильтониан, описывающий энергии и волновые функции возбуждённых состояний, можно переписать в виде:

$$\hat{H}_{mp} = \begin{pmatrix} h_{11} & -(1-\gamma_0)\tilde{E}_{n_0-1,n_0-1,n_0,n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0) & -(1-\gamma_0)\tilde{E}_{n_0-1,n_0+1,n_0,n_0}^{(a,a,a,a)}(0) & -(1-\gamma_0)\tilde{E}_{n_0-1,n_0,n_0,n_0-1}^{(a,b,a,b)}(0) \\ -(1-\eta_0)\tilde{E}_{n_0-2,n_0,n_0-1,n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0) & h_{22} & -(1-\eta_0)\tilde{E}_{n_0-2,n_0,n_0-1,n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0) & -(1-\eta_0)\tilde{E}_{n_0-2,n_0,n_0-1,n_0-1}^{(b,b,b,b)}(0) \\ -\gamma_0\tilde{E}_{n_0,n_0,n_0+1,n_0-1}^{(a,a,a,a)}(0) & -\gamma_0\tilde{E}_{n_0,n_0-1,n_0+1,n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0) & h_{33} & -\gamma_0\tilde{E}_{n_0,n_0-1,n_0+1,n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0) \\ -\eta_0\tilde{E}_{n_0-1,n_0,n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0) & -\eta_0\tilde{E}_{n_0-1,n_0-1,n_0,n_0-2}^{(b,b,b,b)}(0) & -\eta_0\tilde{E}_{n_0-1,n_0+1,n_0,n_0}^{(b,a,b,a)}(0) & h_{44} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} h_{11} &= E_{n_0,a} - E_{n_0-1,a} + \Sigma_{n_0}^{(a)} - \Sigma_{n_0-1}^{(a)} - (1-\gamma_0)\tilde{E}_{n_0-1,n_0,n_0,n_0-1}^{(a,a,a,a)}(0), \\ h_{22} &= E_{n_0-1,b} - E_{n_0-2,b} + \Sigma_{n_0-1}^{(b)} - \Sigma_{n_0-2}^{(b)} - (1-\eta_0)\tilde{E}_{n_0-2,n_0-1,n_0-1,n_0-2}^{(b,b,b,b)}(0), \\ h_{33} &= E_{n_0+1,a} - E_{n_0,a} + \Sigma_{n_0+1}^{(a)} - \Sigma_{n_0}^{(a)} - \gamma_0\tilde{E}_{n_0,n_0+1,n_0+1,n_0}^{(a,a,a,a)}(0), \\ h_{44} &= E_{n_0,b} - E_{n_0-1,b} + \Sigma_{n_0}^{(b)} - \Sigma_{n_0-1}^{(b)} - \eta_0\tilde{E}_{n_0-1,n_0,n_0,n_0-1}^{(b,b,b,b)}(0). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Обменные поправки к энергии  $\Sigma_n^{(i)}$  в (5.5) определяются выражением (3.18). Для расчёта энергий и волновых функций возбуждённых состояний эффективный гамильтониан  $\hat{H}_{mp}$  удобно записать в симметричной форме, используя преобразование:

$$\tilde{H}_{mp} = M\hat{H}_{mp}M^{-1}, \quad (5.6)$$

где

$$M = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{1-\gamma_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{1-\eta_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{\gamma_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{\eta_0} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Отметим, что преобразование (5.6) не изменяет собственные значения энергии гамильтониана. В результате  $\tilde{H}_{mp}$  принимает следующий вид:

$$\tilde{H}_{mp} = \begin{pmatrix} h_{11} & -\sqrt{(1-\gamma_0)(1-\eta_0)}\tilde{h}_{12} & -\sqrt{\gamma_0(1-\gamma_0)}\tilde{h}_{13} & -\sqrt{\eta_0(1-\gamma_0)}\tilde{h}_{14} \\ -\sqrt{(1-\gamma_0)(1-\eta_0)}\tilde{h}_{21} & h_{22} & -\sqrt{\gamma_0(1-\eta_0)}\tilde{h}_{23} & -\sqrt{\eta_0(1-\eta_0)}\tilde{h}_{24} \\ -\sqrt{\gamma_0(1-\gamma_0)}\tilde{h}_{31} & -\sqrt{\gamma_0(1-\eta_0)}\tilde{h}_{32} & h_{33} & -\sqrt{\gamma_0\eta_0}\tilde{h}_{34} \\ -\sqrt{\eta_0(1-\gamma_0)}\tilde{h}_{41} & -\sqrt{\eta_0(1-\eta_0)}\tilde{h}_{42} & -\sqrt{\gamma_0\eta_0}\tilde{h}_{43} & h_{44} \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

где

$$\begin{aligned}
\tilde{h}_{12} = \tilde{h}_{21} &= \tilde{E}_{n_0-1, n_0-1, n_0, n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0) = \tilde{E}_{n_0-2, n_0, n_0-1, n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0), \\
\tilde{h}_{13} = \tilde{h}_{31} &= \tilde{E}_{n_0-1, n_0+1, n_0, n_0}^{(a,a,a,a)}(0) = \tilde{E}_{n_0, n_0, n_0+1, n_0-1}^{(a,a,a,a)}(0), \\
\tilde{h}_{14} = \tilde{h}_{41} &= \tilde{E}_{n_0-1, n_0, n_0, n_0-1}^{(a,b,a,b)}(0) = \tilde{E}_{n_0-1, n_0, n_0, n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0), \\
\tilde{h}_{23} = \tilde{h}_{32} &= \tilde{E}_{n_0-2, n_0, n_0-1, n_0-1}^{(b,a,b,a)}(0) = \tilde{E}_{n_0, n_0-1, n_0+1, n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0), \\
\tilde{h}_{24} = \tilde{h}_{42} &= \tilde{E}_{n_0-2, n_0, n_0-1, n_0-1}^{(b,b,b,b)}(0) = \tilde{E}_{n_0-1, n_0-1, n_0, n_0-2}^{(b,b,b,b)}(0), \\
\tilde{h}_{34} = \tilde{h}_{43} &= \tilde{E}_{n_0, n_0-1, n_0+1, n_0-2}^{(a,b,a,b)}(0) = \tilde{E}_{n_0-1, n_0+1, n_0, n_0}^{(b,a,b,a)}(0). \tag{5.9}
\end{aligned}$$

Отметим, что в предельном переходе к параболическому закону дисперсии с помощью замены (4.17) в выражениях (3.18), (5.5) и (5.9) полученный эффективный гамильтониан  $\tilde{H}_{mp}$  (5.8) переходит в выражение, найденное Ю. А. Бычковым в работе [5], а при  $2 < \nu < 3$  – в гамильтониан (1.34) при  $k = 0$ .

Для вычисления высокочастотной проводимости в электродипольном приближении, измеряемой в циклотронном резонансе, помимо собственных значений  $\tilde{H}_{mp}$  необходимо рассчитать матричный элемент координаты на волновых функциях основного и возбуждённого состояний системы, описываемых гамильтонианом (5.8). Оператор координаты в магнитном поле в представлении вторичного квантования имеет вид:

$$\begin{aligned}
\hat{X} &= \sum_{n,i,i'} X_{(+),n+1,n}^{(i,i')} \sum_p a_{n+1,p,i}^+ a_{n,p,i'} + \sum_{n,i,i'} X_{(-),n-1,n}^{(i,i')} \sum_p a_{n-1,p,i}^+ a_{n,p,i'} = \\
&= \sqrt{N_\phi} \sum_{n,i,i'} X_{(+),n+1,n}^{(i,i')} A_{n+1,n,i,i'}^+(0) + \sqrt{N_\phi} \sum_{n,i,i'} X_{(-),n-1,n}^{(i,i')} A_{n-1,n,i,i'}^+(0), \tag{5.10}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
X_{(+),n',n}^{(i,i)} &= a_H \sqrt{\frac{n+1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz (c_1^{(i)}(z, n')^* c_1^{(i)}(z, n) + c_4^{(i)}(z, n')^* c_4^{(i)}(z, n) + c_7^{(i)}(z, n')^* c_7^{(i)}(z, n)) + \\
&+ a_H \sqrt{\frac{n+2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz (c_2^{(i)}(z, n')^* c_2^{(i)}(z, n) + c_5^{(i)}(z, n')^* c_5^{(i)}(z, n) + c_8^{(i)}(z, n')^* c_8^{(i)}(z, n)) + \\
&+ a_H \sqrt{\frac{n}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz c_3^{(i)}(z, n')^* c_3^{(i)}(z, n) + a_H \sqrt{\frac{n+3}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz c_6^{(i)}(z, n')^* c_6^{(i)}(z, n), \tag{5.11}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
X_{(-),n',n}^{(i,i)} &= a_H \sqrt{\frac{n}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz (c_1^{(i)}(z, n')^* c_1^{(i)}(z, n) + c_4^{(i)}(z, n')^* c_4^{(i)}(z, n) + c_7^{(i)}(z, n')^* c_7^{(i)}(z, n)) + \\
&+ a_H \sqrt{\frac{n+1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz (c_2^{(i)}(z, n')^* c_2^{(i)}(z, n) + c_5^{(i)}(z, n')^* c_5^{(i)}(z, n) + c_8^{(i)}(z, n')^* c_8^{(i)}(z, n)) +
\end{aligned}$$

$$+ a_H \sqrt{\frac{n-1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz c_3^{(i)}(z, n')^* c_3^{(i)}(z, n) + a_H \sqrt{\frac{n+2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz c_6^{(i')}(z, n')^* c_6^{(i)}(z, n). \quad (5.12)$$

Отметим, что вклад в проводимость в электродипольном приближении дают только переходы, в которых номер уровня Ландау  $n$  меняется на  $\pm 1$  без ограничения на  $i$  и  $i'$ . Поскольку мы ограничиваемся рассмотрением возбуждений, представленных на рис. 5.23, то

$$\begin{aligned} \hat{X} = & \sqrt{N_\phi} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(a,a)} A_{n_0, n_0-1, a, a}^+ (0) + \sqrt{N_\phi} X_{(+n_0-1, n_0-2)}^{(b,b)} A_{n_0-1, n_0-2, b, b}^+ (0) + \\ & + \sqrt{N_\phi} X_{(+n_0+1, n_0)}^{(a,a)} A_{n_0+1, n_0, a, a}^+ (0) + \sqrt{N_\phi} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(b,b)} A_{n_0, n_0-1, b, b}^+ (0). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Как отмечалось в **разделе 5.1**, в модели  $\delta$ -коррелированного случайного потенциала высокочастотная проводимость 2D системы при нулевой температуре определяется выражением (5.2). Понимая под  $|i\rangle$  основное состояние системы, а под  $|f\rangle$  возбуждённое состояние  $|\lambda\rangle$ , энергия и волновые функции которого описываются гамильтонианом (5.8), получаем, что

$$\text{Re} \sigma_{xx}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \frac{\pi}{S} \sum_{\lambda=1}^4 \frac{(E_\lambda^{mp})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} | \langle 0 | \hat{X} | \lambda \rangle |^2 D(E - E_0 - E_\lambda^{mp} + \hbar \omega) D(E - E_0) dE,$$

где  $E_\lambda^{mp}$  соответствует собственным значениям энергии  $\tilde{H}_{mp}$ . Без ограничений общности энергию основного состояния системы  $E_0$  можно положить равным нулю. Поскольку волновая функция возбуждённого состояния с энергией  $E_\lambda^{mp}$  определяется как

$$|\lambda\rangle = \left( K_1^{(\lambda)} A_{n_0, n_0-1, a, a}^+ (0) + K_2^{(\lambda)} A_{n_0-1, n_0-2, b, b}^+ (0) + K_3^{(\lambda)} A_{n_0+1, n_0, a, a}^+ (0) + K_4^{(\lambda)} A_{n_0, n_0-1, b, b}^+ (0) \right) |0\rangle, \quad (5.14)$$

где  $\hat{K}^{(\lambda)} = (K_1^{(\lambda)}, K_2^{(\lambda)}, K_3^{(\lambda)}, K_4^{(\lambda)})$  – собственные вектора гамильтониана  $\tilde{H}_{mp}$ , то, используя ортогональность базисных одноэкситонных функций  $A_{n, n', i, i'}^+(\vec{k}) |0\rangle$ , матричный элемент координаты можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \hat{X} | \lambda \rangle = & N_\phi \left( \sqrt{1 - \gamma_0} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(a,a)} K_1^{(\lambda)} + \sqrt{1 - \eta_0} X_{(+n_0-1, n_0-2)}^{(b,b)} K_2^{(\lambda)} + \right. \\ & \left. + \sqrt{\gamma_0} X_{(+n_0+1, n_0)}^{(a,a)} K_3^{(\lambda)} + \sqrt{\eta_0} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(b,b)} K_4^{(\lambda)} \right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

В результате приходим к следующему выражению для высокочастотной проводимости, определяющей линию поглощения в циклотронном резонансе:

$$\begin{aligned} \text{Re} \sigma_{xx}(\omega) = & \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{1}{2\pi a_B^2} \sum_{\lambda=1}^4 \frac{(E_\lambda^{mp})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| \sqrt{1 - \gamma_0} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(a,a)} K_1^{(\lambda)} + \sqrt{1 - \eta_0} X_{(+n_0-1, n_0-2)}^{(b,b)} K_2^{(\lambda)} + \right. \\ & \left. + \sqrt{\gamma_0} X_{(+n_0+1, n_0)}^{(a,a)} K_3^{(\lambda)} + \sqrt{\eta_0} X_{(+n_0, n_0-1)}^{(b,b)} K_4^{(\lambda)} \right|^2 D(E - E_\lambda^{mp} + \hbar \omega) D(E) dE. \end{aligned} \quad (5.16)$$

В отсутствие электрон-электронного взаимодействия гамильтониан (5.8) принимает диагональный вид, и проводимость определяется как

$$\begin{aligned}
\text{Re } \sigma_{xx}(\omega) = & \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{(1-\gamma_0)}{2\pi a_B^2} \frac{(E_{n_0,a} - E_{n_0-1,a})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| X_{(+)n_0, n_0-1}^{(a,a)} \right|^2 D(E - (E_{n_0,a} - E_{n_0-1,a}) + \hbar \omega) D(E) dE + \\
& + \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{(1-\eta_0)}{2\pi a_B^2} \frac{(E_{n_0,a} - E_{n_0-1,a})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| X_{(+)n_0-1, n_0-2}^{(b,b)} \right|^2 D(E - (E_{n_0-1,b} - E_{n_0-2,b}) + \hbar \omega) D(E) dE + \\
& + \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{\gamma_0}{2\pi a_B^2} \frac{(E_{n_0+1,a} - E_{n_0,a})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| X_{(+)n_0+1, n_0}^{(a,a)} \right|^2 D(E - (E_{n_0+1,a} - E_{n_0,a}) + \hbar \omega) D(E) dE + \\
& + \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{\eta_0}{2\pi a_B^2} \frac{(E_{n_0,b} - E_{n_0-1,b})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| X_{(+)n_0, n_0-1}^{(b,b)} \right|^2 D(E - (E_{n_0,b} - E_{n_0-1,b}) + \hbar \omega) D(E) dE. \quad (5.17)
\end{aligned}$$

Расчёт энергии поглощения и линий ЦР при факторе заполнения уровней Ландау меньше 2 ( $n_0 = 0$ ) проводится аналогично случаю, рассмотренному выше. Ниже приводятся выражения для эффективного гамильтониана  $\tilde{H}_{mp}^{v<2}$  и высокочастотной проводимости:

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_{mp}^{v<2} = & \begin{pmatrix} E_{1,a} - E_{0,a} + \Sigma_1^{(a)} - \Sigma_0^{(a)} - \gamma_0 \tilde{E}_{0,1,1,0}^{(a,a,a,a)}(0) & -\sqrt{\gamma_0 \eta_0} \tilde{E}_{0,-1,1,-2}^{(a,b,a,b)}(0) \\ -\sqrt{\gamma_0 \eta_0} \tilde{E}_{0,-1,1,-2}^{(a,b,a,b)}(0) & E_{0,b} - E_{-1,b} + \Sigma_0^{(b)} - \Sigma_{-1}^{(b)} - \eta_0 \tilde{E}_{-1,0,0,-1}^{(b,b,b,b)}(0) \end{pmatrix}, \\
\text{Re } \sigma_{xx}(\omega) = & \frac{\pi e^2}{\hbar} \frac{1}{2\pi a_B^2} \sum_{\lambda=1}^2 \frac{(E_{\lambda}^{mp})^2}{\hbar \omega} \int_{E_F - \hbar \omega}^{E_F} \left| \sqrt{\gamma_0} X_{(+)1,0}^{(a,a)} \tilde{K}_1^{(\lambda)} + \sqrt{\eta_0} X_{(+)0,-1}^{(b,b)} \tilde{K}_2^{(\lambda)} \right|^2 D(E - E_{\lambda}^{mp} + \hbar \omega) D(E) dE,
\end{aligned}$$

где  $\tilde{K}^{(\lambda)} = (K_1^{(\lambda)}, K_2^{(\lambda)})$  – собственные вектора гамильтониана  $\tilde{H}_{mp}^{v<2}$ .

На рис. 5.24 представлены результаты расчётов энергий поглощений в циклотронном резонансе при факторе заполнения уровней Ландау  $3 < \nu < 4$  в образце T338 с концентрацией 2D электронного газа  $n_S = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Как и в **Главе 3**, влиянием электрон-электронного взаимодействия на форму плотности состояний на уровнях Ландау пренебрегалось. Для параметра  $\Gamma_0$ , определяющего ширину уровней Ландау в заданном магнитном поле, использовалось значение 0.15 мэВ, которое является оценкой сверху и получено из анализа экспериментальных значений подвижности 2D электронов в наших образцах (см. Табл. 5.2) с использованием формулы (3.2). Чёрные кривые соответствуют энергиям циклотронных переходов, вычисленным в одноэлектронном приближении. Красными кривыми представлены результаты расчётов циклотронных энергий в “одноэкситонной” модели Макдоналда-Каллина-Бычкова [2-5]. Синие кривые соответствуют результатам расчётов энергий гамильтониана  $\tilde{H}_{mp}$  (5.8). Символами представлены экспериментальные значения циклотронных энергий.

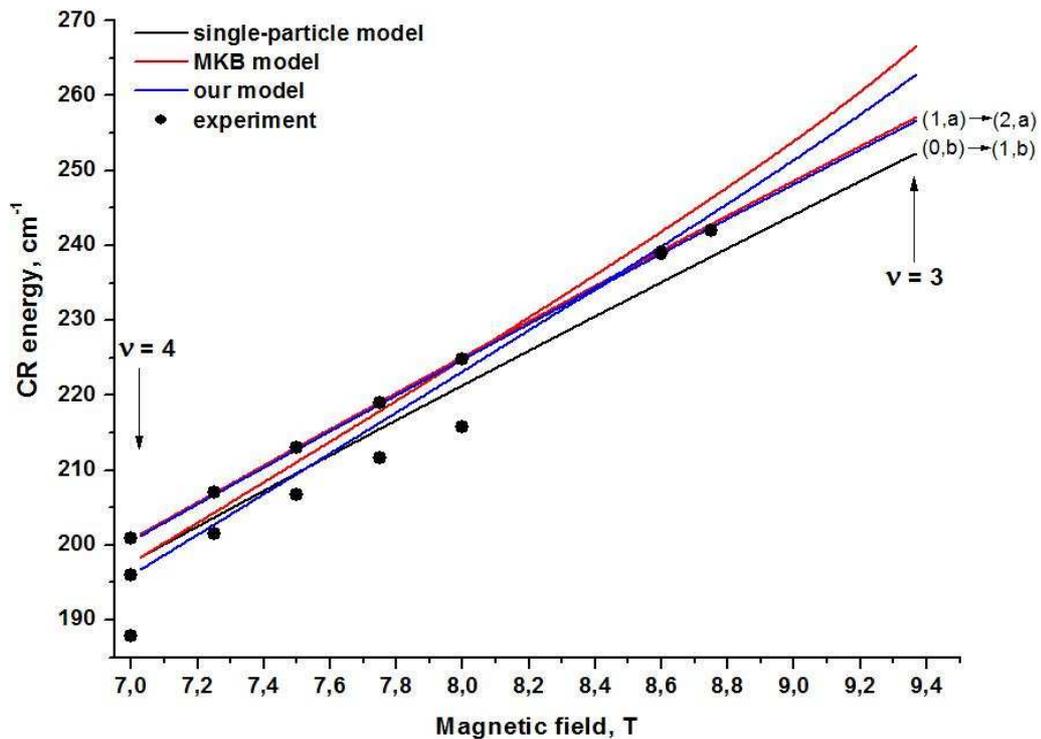


Рис. 5.24. Энергии поглощения в циклотронном резонансе при факторе заполнения уровней Ландау  $3 < \nu < 4$  в образце T338 с концентрацией 2D электронного газа  $n_S = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , уменьшенной при подсветке синим светодиодом.

Видно, что учёт электрон-электронного взаимодействия в гетероструктурах InAs/AlSb приводит к изменению энергий поглощений в ЦР, т. е. к нарушению теоремы Кона. Значения энергий, полученные в рамках модели МКБ, качественно совпадают с нашими результатами численных расчётов, выполненных с использованием 8-зонного  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтониана. Важным предсказанием обеих моделей является то, что энергия поглощения, соответствующая переходу с полностью заполненного уровня Ландау, практически не изменяется при учёте электрон-электронного взаимодействия, а гибридизации подвержены только переходы с частично заполненных уровней. Как видно из рис. 5.24, энергия перехода  $(1, a) \rightarrow (2, a)$  с заполненного уровня Ландау  $(1, a)$ , рассчитанная с использованием 8-зонного  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  гамильтониана, незначительно отличается от значений, полученных в одноэлектронном приближении, и прекрасно описывает положение линии в спектре ЦР. Переходы  $(-1, b) \rightarrow (0, b)$  и  $(0, b) \rightarrow (1, b)$  с участием частично заполненного уровня Ландау  $(0, b)$  гибридизуются. Видно, что при учёте электрон-электронного взаимодействия энергия перехода  $(0, b) \rightarrow (1, b)$  возрастает с ростом магнитного поля, что находится в выраженном противоречии с экспериментальными результатами.

На рис. 5.25 и 5.26 представлены результаты расчётов энергий поглощения и линий ЦР в образце T338 при различной концентрации 2D электронного газа в магнитном поле 12 Т и 13 Т соответственно. Символы соответствуют экспериментальным значениям циклотронных энергий, определённых из анализа положений линий в спектрах ЦР (см.

рис. 5.11 и 5.12). Как видно из сравнений рис. 5.13 с рис. 5.25 и 5.26, учёт электрон-электронного взаимодействия приводит к увеличению расщепления линий, соответствующих циклотронным переходам с двух нижних уровней Ландау. Длинноволновая линия в спектре ЦР в интервале изменения фактора заполнения уровней Ландау  $2 < \nu < 3$  смещается в область высоких энергий при уменьшении  $\nu$ . Кроме этого, гибридизация энергий циклотронных переходов из-за электрон-электронного взаимодействия приводит не только к сдвигу положения линий в спектре ЦР, но и изменению их амплитуды.

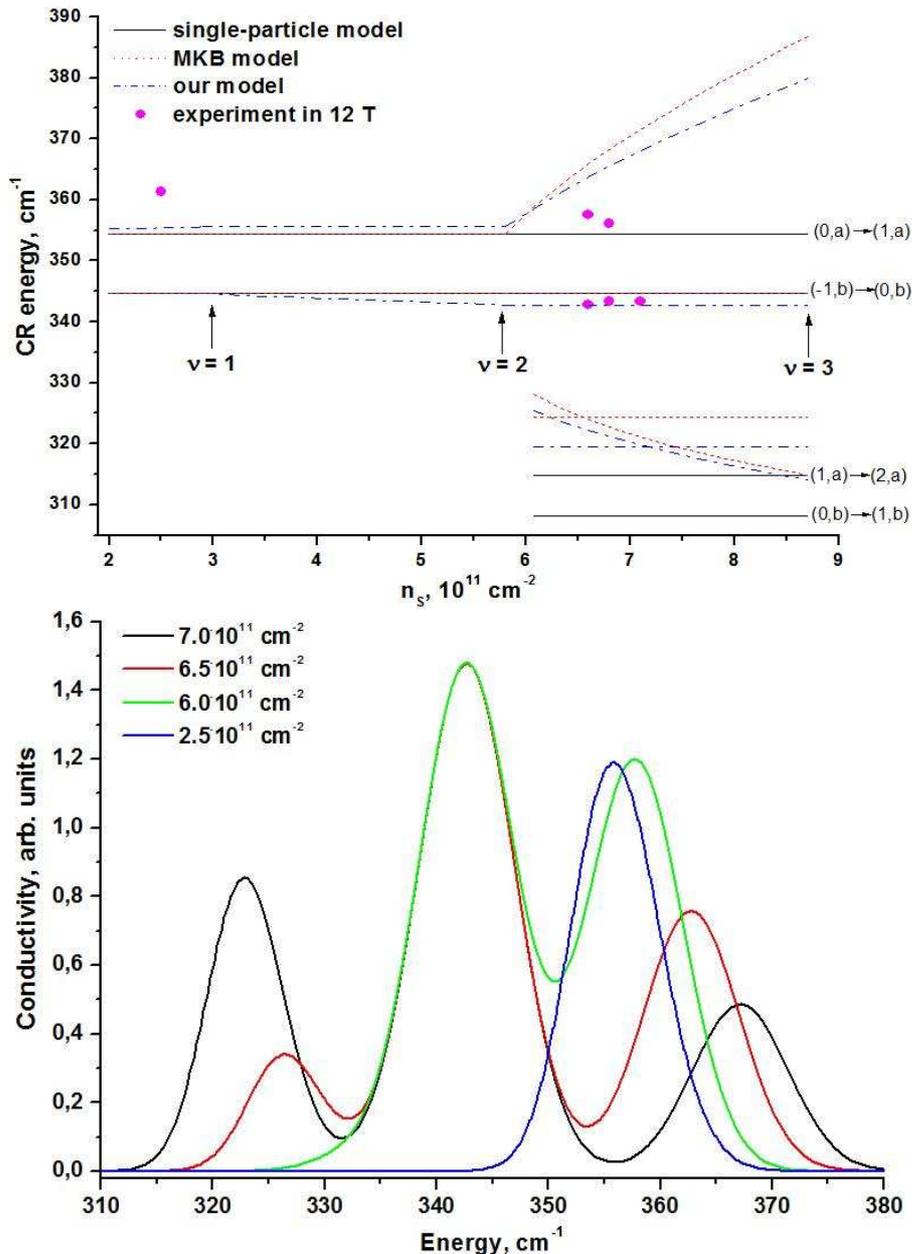


Рис. 5.25. Энергии поглощения (верхняя панель) и линии ЦР (нижняя панель) в магнитном поле 12 Т в образце Т338 при различной концентрации 2D электронного газа. Стрелками отмечены концентраций, соответствующих целочисленным факторам заполнения уровней Ландау.

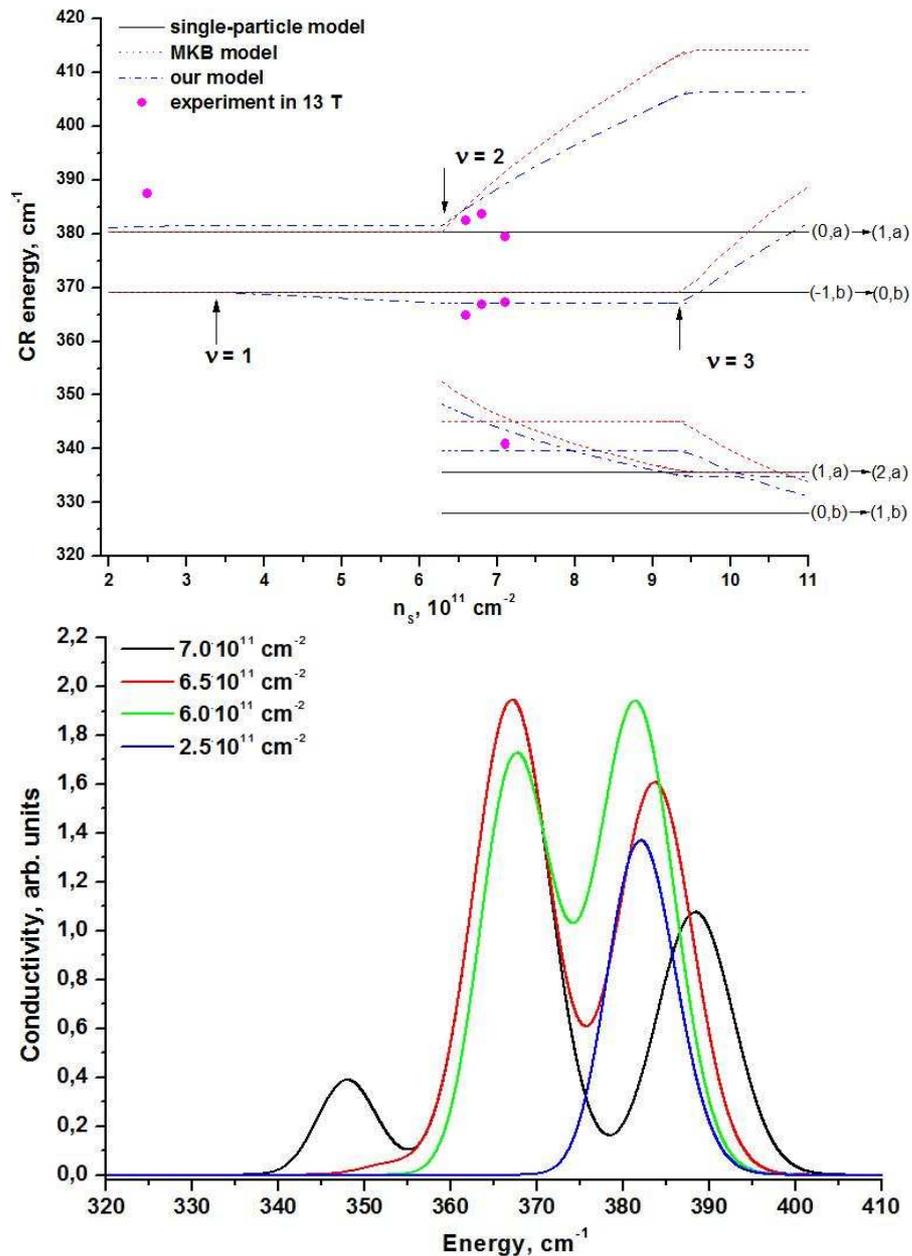


Рис. 5.26. Энергии поглощения (верхняя панель) и линии ЦР (нижняя панель) в магнитном поле 13 Т в образце Т338 при различной концентрации 2D электронного газа.

В области  $2 < \nu < 3$  энергия перехода  $(-1, b) \rightarrow (0, b)$  с полностью заполненного уровня Ландау  $(-1, b)$ , вычисленная с учётом электрон-электронного взаимодействия, прекрасно описывает положение линии в спектре ЦР. Энергии переходов  $(0, a) \rightarrow (1, a)$  и  $(1, a) \rightarrow (2, a)$  с участием частично заполненного уровня Ландау  $(1, a)$  находятся в противоречии с экспериментальными данными. Так в магнитном поле 13 Т при концентрации 2D электронов  $n_s = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  энергия коротковолнового перехода значительно превышает экспериментальное значение (см. рис. 5.12 и 5.26).

Таким образом, анализ результатов расчётов, представленных на рис. 5.24-5.26 показывает выраженное расхождение теоретических и экспериментальных значений энергий, соответствующих переходам с *частично заполненных* уровней Ландау. Эксперимен-

тальные и теоретические значения энергий, соответствующих переходам с *полностью заполненными* уровнями Ландау, совпадают. Причины этого, могут быть связаны как с ограничениями применимости “одноэкситонного” приближения, так и с поправками более высоких порядков по электрон-электронному взаимодействию при дробных факторах заполнения уровней Ландау.

При описании влияния электрон-электронного взаимодействия на энергию возбуждённых состояний мы ограничивались набором “одноэкситонных” базисных функций  $A_{n_0+1, n_0, i, i}^+ (0) |0\rangle$ , порождаемых экситонным оператором (4.4). Такое приближение очень хорошо работает для описания *MP*-возбуждений в 2D электронном газе при целочисленных значениях фактора заполнения уровней Ландау  $\nu$  [2, 95]. При дробных факторах заполнения возникает вклад двухэкситонных состояний в энергию *MP*-возбуждений даже в рамках первого порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию. Для описания вклада двухэкситонных состояний необходимо выйти за рамки базиса одноэкситонных возбуждений, учитывая смешивание базисных возбуждений с двухэкситонными состояниями:

$$\begin{aligned}
 |1\rangle &= A_{n_0, n_0-1, a, a}^+ (0) |0\rangle, \\
 |2\rangle &= A_{n_0-1, n_0-2, b, b}^+ (0) |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{N_\phi}} \sum_{\vec{q}} \varphi_2(\vec{q}) A_{n_0, n_0-2, a, b}^+ (-\vec{q}) A_{n_0-1, n_0, b, a}^+ (\vec{q}) |0\rangle, \\
 |3\rangle &= A_{n_0+1, n_0, a, a}^+ (0) |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{N_\phi}} \sum_{\vec{q}} \varphi_3(\vec{q}) A_{n_0-1, n_0, b, a}^+ (-\vec{q}) A_{n_0+1, n_0-1, a, b}^+ (\vec{q}) |0\rangle, \\
 |4\rangle &= A_{n_0, n_0-1, b, b}^+ (0) |0\rangle,
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

где функции  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  описывают смешивание некоторых одноэкситонных возбуждений  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  с комбинацией *SE* и *SF*  $|+I\rangle$  [95]. Отметим, что при факторах заполнения уровней Ландау  $\nu < 1$  двухэкситонные состояния в энергию *MP*-возбуждений в первом порядке теории возмущений вклада не дают. Задача об исследовании влияния двухэкситонных состояний на энергию *MP*-возбуждений в 2D электронном газе при нецелочисленных значениях фактора заполнения уровней Ландау в рамках данной диссертации не рассматривается.

Другой возможной причиной расхождения экспериментальных значений циклотронных энергий и результатов расчётов, представленных на рис. 5.24-5.26, является ограниченность применимости первого порядка теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию. Асано и Андо в работе [3] рассчитывали влияние электрон-электронного взаимодействия на положение линий в спектре ЦР путём численной

диагонализации гамильтониана 2D системы с ограниченными размерами, содержащей конечное число электронов (от 2 до 10). Несмотря на то, что непараболичность в работе [3] учитывалась так же, как и в модели Макдоналда-Каллина-Бычкова, прямой учёт кулоновского взаимодействия между электронами, в частности, приводил к возможности выраженной гибридизации циклотронных переходов с противоположными спинами при нецелочисленных факторах заполнения, недоступной в первом порядке теории возмущений по электрон-электронному взаимодействию.

На рис. 5.27 представлены результаты расчётов высокочастотной проводимости в образце T340 при различных концентрациях 2D электронов, выполненные с учётом электрон-электронного взаимодействия для описания наблюдаемых особенностей в спектрах ЦР в импульсных магнитных полях (см. рис. 5.14). Учёт электрон-электронного взаимодействия приводит к небольшому сдвигу линии ЦР в область более слабых магнитных полей, что соответствует увеличению циклотронной энергии 2D электронов. Как видно из рис. 5.14, 5.15 и 5.27, экспериментальный сдвиг линии в спектрах ЦР в импульсных магнитных полях при уменьшении концентрации 2D электронного газа превосходит сдвиги, рассчитанные в “одноэлектронном” приближении и с учётом обменного взаимодействия.

Как было отмечено выше, в расчётах высокочастотной проводимости зависимость плотности состояний на уровнях Ландау от концентрации 2D электронного газа пренебрегалось, и при любых значениях концентрации использовался гауссовский профиль (3.1). Поэтому наблюдаемый сдвиг линий в импульсных магнитных полях в спектрах ЦР в образце T340 при уменьшении концентрации 2D электронов может быть связан как с поправками более высоких порядков по электрон-электронному взаимодействию, так и с изменением формы профиля плотности состояний при подсветке светодиодам. Использование синего светодиода в гетероструктурах InAs/AlSb приводит к изменению не только концентрации электронов в КЯ (Глава 2), но и распределения остаточных доноров в барьерах AlSb и покрывающем слое GaSb, что может изменять амплитуду и длину корреляции случайного потенциала в образце, который определяет ширину и форму плотности состояний на уровнях Ландау [123, 124, 132, 133].

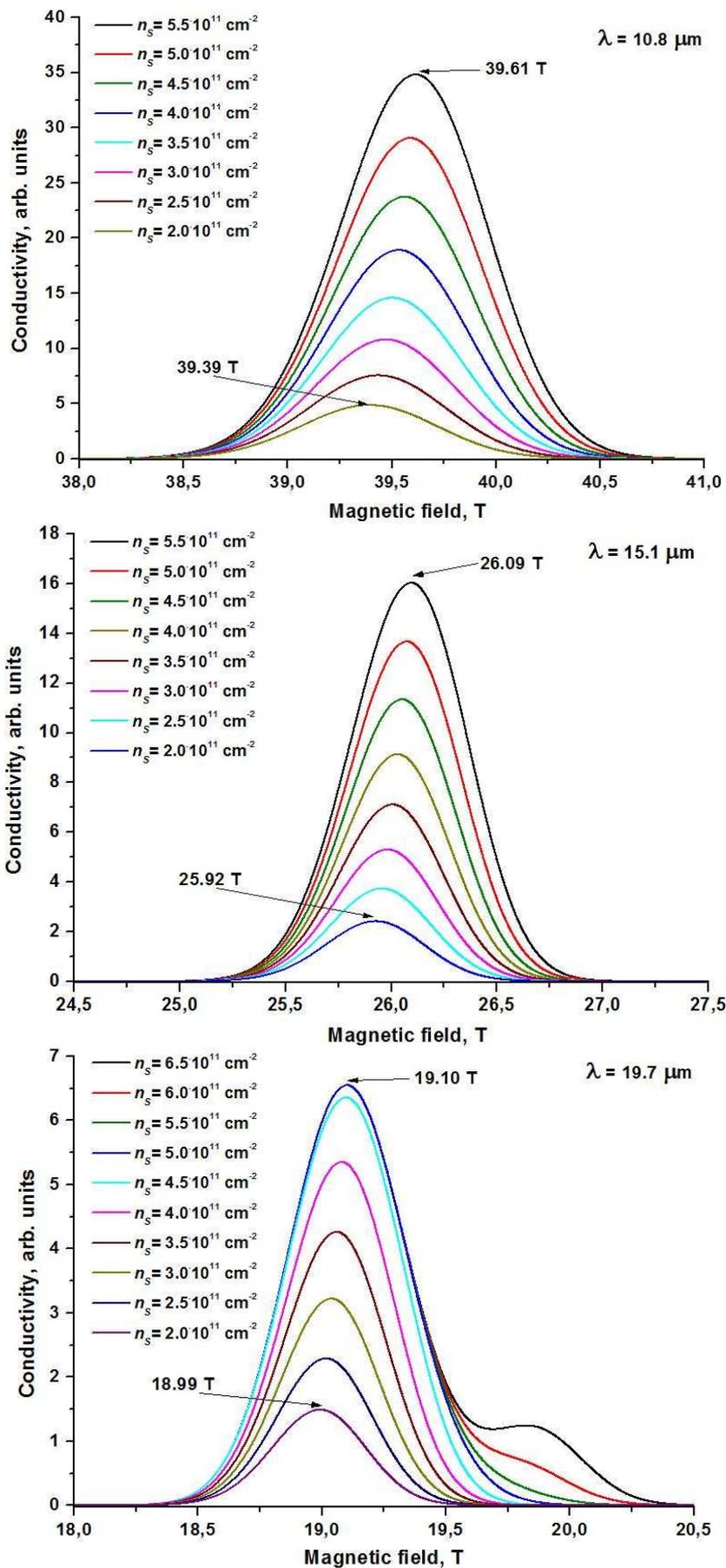


Рис. 5.27. Высокочастотная проводимость с учётом электрон-электронного взаимодействия в образце Т340 в импульсных магнитных полях при различных значениях длины волны и концентрации 2D электронного газа.

## Заключение

Основные результаты работы:

1. В гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами в широкой области спектра 0.2 – 6 эВ исследована положительная и отрицательная остаточная фотопроводимость при  $T = 4.2$  К. С помощью измерений осцилляций Шубникова-де Гааза и эффекта Холла определены значения концентраций 2D электронов в каждой из квантовых ям. Установлено, что положительная остаточная фотопроводимость обусловлена переносом электронов с поверхностных доноров в покрывающем слое GaSb в двойную квантовую яму. Выполненные самосогласованные расчёты энергетического профиля двойной квантовой ямы на основе 8-зонного **k·p** гамильтониана позволили определить значения концентраций ионизованных доноров с обеих сторон от квантовых ям и прямым образом продемонстрировать сильную несимметричность гетероструктур InAs/AlSb, вызванную “встроенным” электрическим полем.
2. В приближениях Хартри и Хартри-Фока с использованием 8-зонного **k·p** гамильтониана исследовано влияние  $e-e$  взаимодействия на энергетический спектр 2D электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с одиночными квантовыми ямами и “встроенным” асимметричным электрическим полем. Показано, что обменное взаимодействие, приводя к уменьшению энергии размерного квантования, увеличивает расстояние между подзонами и величину спин-орбитального расщепления спектра. Продемонстрирована нелинейная зависимость константы спинового расщепления Рашбы при фермиевском волновом векторе от концентрации 2D электронов. Экспериментально исследованы осцилляции Шубникова-де Гааза при  $T = 0.2$  К в магнитных полях до 6 Т, определены концентрации 2D электронов в разных спиновых подзонах и константа спинового расщепления Рашбы, значение которой хорошо согласуется с результатами расчётов.
3. Впервые теоретически исследовано влияние  $e-e$  взаимодействия на энергетический спектр квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами с одной заполненной подзоной размерного квантования в зависимости от ширины уровней Ландау. Продемонстрировано, что учёт обменного взаимодействия приводит к искажению монотонной зависимости энергии уровней Ландау от магнитного поля и к появлению особенностей в спектре квазичастиц при целочисленных факторах заполнения, связанных с экранировкой кулоновского взаимодействия в 2D электронном газе. Обнаружено, что обменное взаимодействие в условиях сильного перекрытия расщеплённых по спину уровней Ландау приводит к расщеплению плотности состояний на два пика, соответствующих вкладам разных

уровней, и перенормирует факторы заполнения спин-расщеплённых уровней Ландау, пересекающихся с уровнем Ферми.

4. Впервые с использованием 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана выполнены расчёты обменного усиления  $g$ -фактора квазичастиц в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами с одной заполненной подзоной размерного квантования. Показано, что непараболичность закона дисперсии приводит к обменному усилению  $g$ -фактора на уровне Ферми не только при нечётных, но и при чётных факторах заполнения уровней Ландау, причем значения магнитного поля, при которых достигается максимальное усиление  $g$ -фактора, соответствует нечётным факторам заполнения лишь в отсутствие или при небольшом перекрытии плотностей состояний спин-расщеплённых уровней Ландау.
5. На примере квантовой ямы AlSb/InAs/AlSb, впервые продемонстрировано нарушение теоремы Лармора как в асимметричных, так и в симметричных квантовых ямах на основе узкозонных полупроводников. Исследовано влияние спинового расщепления Рашбы и обменного взаимодействия в 2D электронном газе в гетероструктурах InAs/AlSb на энергию поглощения в спиновом резонансе при различной ширине уровней Ландау. Обнаружена расходимость значений  $g$ -фактора, измеряемых в спиновом резонансе, в слабых магнитных полях, связанная с влиянием обменного взаимодействия в 2D электронном газе. Показано, что величина “магнитооптического”  $g$ -фактора осциллирует в магнитном поле и совпадает с  $g$ -фактором квазичастиц при чётных факторах заполнения уровней Ландау.
6. Исследован ЦР в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в сильных магнитных полях до 55 Т. При факторах заполнения уровней Ландау  $\nu < 4$  обнаружено расщепление линии ЦР, значительно превышающее “одноэлектронное” значение, рассчитанное с использованием 8-зонного  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  гамильтониана, что указывает на нарушение теоремы Кона вследствие  $e$ - $e$  взаимодействия в непараболичной подзоне размерного квантования. При факторах заполнения  $\nu < 1$  обнаружено увеличение энергии циклотронных переходов при уменьшении концентрации 2D электронов, превышающее сдвиг линии ЦР, связанный с уширением уровней Ландау.
7. Проведены теоретические исследования энергетического спектра электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами с двумя заполненными подзонами. Показано, что наблюдаемое расщепление линии ЦР связано с разностью циклотронных энергий в подзонах размерного квантования, в отличие от образцов с одной заполненной подзоной, где наблюдаемое расщепление связано с неэквидистантностью уровней Ландау в первой подзоне.

## Список цитированной литературы

- [1] W. Kohn, *Cyclotron Resonance and de Haas-van Alphen Oscillations of an Interacting Electron Gas*. // Phys. Rev. **123**, 1242-1244 (1961).
- [2] A. H. MacDonald, *Cyclotron resonance in two dimensions: Electron-electron interactions and band nonparabolicity*. / A. H. MacDonald, C. Kallin // Phys. Rev. B **40**, 5795-5798 (1989).
- [3] K. Asano, *Two-component cyclotron resonance in quantum Hall systems*. / K. Asano, T. Ando // Phys. Rev. B **58**, 1485-1498 (1998).
- [4] Yu. A. Bychkov, *Magnetoplasmons and band nonparabolicity in two-dimensional electron gas*. / Yu. A. Bychkov, G. Martinez // Phys. Rev. B **66**, 193312 (2002).
- [5] Yu. A. Bychkov, *Magnetoplasmons and cyclotron resonance in a two-dimensional electron gas*. / Yu. A. Bychkov, G. Martinez // Phys. Rev. B **72**, 195328 (2005).
- [6] Marco Califano, *Breaking of Larmor's theorem in quantum Hall states with spin-orbit coupling*. / Marco Califano, Tapash Chakraborty, Pekka Pietiläinen, C.-M. Hu // Phys. Rev. B **73**, 113315 (2006).
- [7] R. Roldán, *Spin-flip excitations, spin waves, and magnetoexcitons in graphene Landau levels at integer filling factors*. / R. Roldán, J.-N. Fuchs, M. O. Goerbig // Phys. Rev. B **82**, 205418 (2010).
- [8] J. F. Janak, *g Factor of the Two-Dimensional Interacting Electron Gas*. // Phys. Rev. **178**, 1416-1418 (1969).
- [9] T. Ando, *Theory of Oscillatory g Factor in an MOS Inversion Layer under Strong Magnetic Fields*. / T. Ando, Y. Uemura // J. Phys. Soc. Japan **37**, 1044-1052 (1974).
- [10] J. C. Chokomakoua, *Ising quantum Hall ferromagnetism in InSb-based two-dimensional electronic systems*. / J. C. Chokomakoua, N. Goel, S. J. Chung, M. B. Santos, J. L. Hicks, M. B. Johnson, S. Q. Murphy // Phys. Rev. B **69**, 235315 (2004).
- [11] G. A. Khodaparast, *Spectroscopy of Rashba spin splitting in InSb quantum wells*. / G. A. Khodaparast, R. E. Doezema, S. J. Chung, K. J. Goldammer, M. B. Santos // Phys. Rev. B **70**, 155322 (2004).
- [12] B. Nedniyom, *Giant enhanced g-factors in an InSb two-dimensional gas*. / B. Nedniyom, R. J. Nicholas, M. T. Emeny, L. Buckle, A. M. Gilbertson, P. D. Buckle, T. Ashley // Phys. Rev. B **80**, 125328 (2009).

- [13] T. P. Smith III, *g factor of electrons in an InAs quantum well.* / T. P. Smith III, F. F. Fang // Phys. Rev. B **35**, 7729-7731 (1987)
- [14] S. Brosig, *InAs-AlSb quantum wells in tilted magnetic fields.* / S. Brosig, K. Ensslin, A. G. Jansen, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, H. Kroemer // Phys. Rev. B **61**, 13045-13049 (2000).
- [15] V. N. Zverev, *Magnetotransport properties of two-dimensional electron gas in AlSb/InAs quantum well structures designed for device applications.* / V. N. Zverev, M. Muhammad, S. Rahman, P. Debray, M. Saglam, J. Sigmund, H. L. Hartnagel // J. Appl. Phys. **96**, 6353-6356 (2004).
- [16] V. Ya. Aleshkin, *Exchange Enhancement of the g Factor in InAs/AlSb heterostructures.* / V. Ya. Aleshkin, V. I. Gavrilenko, A. V. Ikonnikov, S. S. Krishtopenko, Yu. G. Sadofyev, K. E. Spirin // Semiconductors **42**, 828-833 (2008).
- [17] X. C. Zhang, *Effective g factor of n-type HgTe/Hg<sub>1-x</sub>Cd<sub>x</sub>Te single quantum wells.* / X. C. Zhang, K. Ortner, A. Pfeuffer-Jeschke, C. R. Becker, G. Landwehr // Phys. Rev. B **69**, 115340 (2004).
- [18] A. V. Ikonnikov, *Splitting of Cyclotron Resonance Line in InAs/AlSb QW Heterostructures in High Magnetic Fields: Effects of Electron-Electron and Electron-Phonon Interaction* / A. V. Ikonnikov, S. S. Krishtopenko, V. I. Gavrilenko, Yu. G. Sadofyev, Yu. B. Vasilyev, M. Orlita, W. Knap // J. Low Temperature Physics **159** 197-202 (2010).
- [19] M. J. Yang, *Enhancement of cyclotron mass in semiconductor quantum well.* / M. J. Yang, P. J. Lin-Chung, B. V. Shanabrook, J. R. Waterman, R. J. Wagner, W. J. Moore // Phys. Rev. B. **47**, 1691-1694 (1993).
- [20] M. J. Yang, *Spin-resolved cyclotron resonance in InAs quantum wells: A study of the energy-dependent g factor.* / M. J. Yang, R. J. Wagner, B. V. Shanabrook, J. R. Waterman, W. J. Moore // Phys. Rev. B **47**, 6807-6810 (1993).
- [21] V. Ya. Aleshkin, *Cyclotron Resonance in Doped and Undoped InAs/AlSb Heterostructures with Quantum wells.* / V. Ya. Aleshkin, V. I. Gavrilenko, A. V. Ikonnikov, Yu. G. Sadofyev, J. P. Bird, S. R. Johnson, Y.-H. Zhang // Semiconductors **39**, 62-66 (2005).
- [22] G. Tuttle, *Electron concentrations and mobilities in AlSb/InAs/AlSb quantum wells.* / G. Tuttle, H. Kroemer, J.H. English // J. Appl. Phys. **65**, 5239 (1989).
- [23] G. Tuttle, *Effects of interface layer sequencing on the transport properties of InAs/AlSb quantum wells: Evidence for antisite donors at the InAs/AlSb interface.* / G. Tuttle, H. Kroemer, J. H. English // J. Appl. Phys. **67**, 3032 (1990).

- [24] J. Shen, *Remote n-type modulation doping of InAs quantum wells by “deep acceptors” in AlSb.* / J. Shen, J. D. Dow, S. Yu. Ren, S. Tehrani, H. Goronkin // J. Appl. Phys. **73**, 8313 (1993).
- [25] J. Shen, *Tamm states and donors at InAs/AlSb interfaces.* / J. Shen, H. Goronkin, J. D. Dow, S. Y. Ren // J. Appl. Phys. **77**, 1576 (1995).
- [26] Yu. G. Sadofyev, *Large g-factor enhancement in high-mobility InAs/AlSb quantum well.* / Yu. G. Sadofyev, A. Ramamoorthy, B. Naser, J. P. Bird, S. R. Johnson, Y.-H. Zhang // Appl. Phys. Lett. **81**, 1833 (2002).
- [27] V. I. Gavrilenko, *Electron-Electron Interaction and Spin-Orbit Coupling in InAs/AlSb Heterostructures with a Two-Dimensional Electron Gas.* / V. I. Gavrilenko, S. S. Krishtopenko, M. Goiran // Semiconductors **45**, 110-117 (2011).
- [28] S. D. Ganichev, *Experimental Separation of Rashba and Dresselhaus Spin Splittings in Semiconductor Quantum Wells.* / S. D. Ganichev, V. V. Bel'kov, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, P. Schneider, S. Giglberger, J. Eroms, J. De Boeck, G. Borghs, W. Wegscheider, D. Weiss, W. Prettl // Phys. Rev. Lett. **92**, 256601 (2004).
- [29] Ch. Gauer, *Photoconductivity in AlSb/InAs quantum wells.* / Ch. Gauer, J. Scriba, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, C. Nguyen, G. Tuttle, J. H. English, H. Kroemer // Semicond. Sci. Technol. **8**, S137-S140 (1993).
- [30] V. Ya. Aleshkin, *Spectra of Persistent Photoconductivity in InAs/AlSb Quantum-Well Heterostructures.* // V. Ya. Aleshkin, V. I. Gavrilenko, D. M. Gaponova, A. V. Ikonnikov, K. V. Marem'yanin, S. V. Morozov, Yu. G. Sadofyev, S. R. Johnson, Y.-H. Zhang // Semiconductors **39**, 22-26 (2005).
- [31] Yu. G. Sadofyev, *Large negative persistent photoconductivity in InAs/AlSb quantum wells.* / Yu. G. Sadofyev, A. Ramamoorthy, J. P. Bird, S. R. Johnson, Y.-H. Zhang // Appl. Phys. Lett. **86**, 192109 (2005).
- [32] V. I. Gavrilenko, *Persistent Photocunductivity in InAs/AlSb Heterostructures with Double Quantum Wells.* / V. I. Gavrilenko, A. V. Ikonnikov, S. S. Krishtopenko, A. A. Lastovkin, K. V. Marem'yanin, Yu. G. Sadofyev, K. E. Spirin // Semiconductors **44**, 616-622 (2010).
- [33] W. Zawadzki, *Spin splitting of subband energies due to inversion asymmetry in semiconductor heterostructures.* / W. Zawadzki, P. Pfeffer // Semicond. Sci. Technol. **19**, R1 (2004).

- [34] S. S. Krishtopenko, *Theory of g-factor enhancement in narrow gap quantum well heterostructures*. / S. S. Krishtopenko, V. I. Gavrilenko, M. Goiran // J. Phys.: Condens. Matter (направлено в печать).
- [35] Э. И. Рашба, *Свойства полупроводников с петлей экстремумов. I. Циклотронный и комбинированный резонанс в магнитном поле, перпендикулярном плоскости петли*. // ФТТ **2**, 1224 (1960).
- [36] F. J. Ohkawa, *Quantized surface states of a narrow-gap semiconductors*. / F. J. Ohkawa, Y. Uemura // J. Phys. Soc. Japan **37**, 1325-1333 (1974).
- [37] F. T. Vas'ko, *Spin splitting in the spectrum of two-dimensional electrons due to the surface potential*. // JETP Letters **30**, 541 (1979).
- [38] Yu. A. Bychkov, *Properties of a 2D electron gas with lifted spectral degeneracy*. / Yu. A. Bychkov, E. I. Rashba // JETP Letters **39**, 78 (1984).
- [39] Y. A. Bychkov, *Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers*. / Y.A. Bychkov, E.I. Rashba // J. Phys. C: Solid State Phys. **17**, 6039 (1984).
- [40] G. Dresselhaus, *Spin-orbit coupling effect in zinc blende structures* // Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
- [41] М. И. Дьяконов, *Спиновая релаксация двумерных электронов в полупроводниках без центра инверсии*. /М. И. Дьяконов, В. Ю. Качоровский // ФТП **20**, 178 (1986).
- [42] E. A. de Andrada e Silva, *Conduction-subband anisotropic spin splitting in III-V semiconductor heterojunctions*. // Phys. Rev. B **46**, 1921 (1992).
- [43] U. Rössler, *Microscopic interface asymmetry and spin-splitting of electron subband in semiconductor quantum structures*. / U. Rössler, J. Kainz // Sol. St. Commun. **121**, 313 (2002).
- [44] Л. Е. Голуб, *Эффекты спин-орбитального взаимодействия в двумерных полупроводниковых системах*. // Диссертация, Санкт-Петербург, 2006.
- [45] S. A. Tarasenko, *Interference of spin splittings in magneto-oscillation phenomena in two-dimensional systems*. / S. A. Tarasenko, N. S. Averkiev // JETP Letters **75**, 552-555 (2002).
- [46] Masaya Nishioka, *Zero field spin splitting in AlSb/InAs/AlSb quantum wells induced by surface proximity effects*. / Masaya Nishioka, Bruce A. Gurney, Ernesto E. Marinero, Francisco Mireles // Appl. Phys. Lett. **95**, 242108 (2009).
- [47] S. Sasa, *Electron transport in a large spin-splitting 2DEG in InAs/AlGaSb heterostructures*. / S. Sasa, K. Anjiki, T. Yamaguchi, M. Inoue // Physica B **272** 149-152 (1999).

- [48] J. P. Heida, *Spin-orbit interaction in a two-dimensional electron gas in a InAs/AlSb quantum well with gate-controlled electron density.* / J. P. Heida, B. J. van Wees, J. J. Kuipers, T. M. Klapwijk G. Borghs // Phys. Rev. B **57**, 11911-11914 (1998).
- [49] L. C. Tsai, *Persistent photoconductivity in SiGe/Si quantum wells.* / L. C. Tsai, C. F. Huang, J. C. Fan, Y. H. Chang, Y. F. Chen, W. C. Tsai, C. Y. Chang // J. Appl. Phys. **84**, 877-880 (1998).
- [50] H. X. Jiang, *Persistent photoconductivity and related critical phenomena in Zn<sub>0.3</sub>Cd<sub>0.7</sub>Se.* / H. X. Jiang, J. Y. Lin // Phys. Rev. B. **40**, 10025-10028 (1989).
- [51] H. M. Chen, *Persistent photoconductivity in n-type GaN.* / H. M. Chen, Y. F. Chen, M. C. Lee, M. S. Feng // J. Appl. Phys. **82**, 899-901, (1997).
- [52] H. L. Störmer, *Two-dimensional electron gas at a semiconductor-semiconductor interface.* / H. L. Störmer, R. Dingle, A. C. Gossard, W. Wiegmann, M. D. Sturge // Solid States Commun. **29**, 705-709 (1979).
- [53] A. S. Chaves, *Negative photoconductivity in semiconductor heterostructures.* / A. S. Chaves, H. Chacham // Appl. Phys. Lett. **66**, 727-729 (1995).
- [54] A. Furukawa, *Origin of deep donors in AlSb grown by molecular beam epitaxy.* / A. Furukawa, S. Idenshita // J. Appl. Phys. **75**, 5012-5015 (1994).
- [55] Yu. G. Sadofyev, *Unusual persistent photoconductivity in the InAs/AlSb quantum well.* / Yu. G. Sadofyev, A. Ramamoorthy, J. P. Bird, S. R. Johnson, Y. -H. Zhang // Semiconductors **39**, 95-99 (2005).
- [56] A. В. Иконников, *Циклотронный резонанс и примесное магнитопоглощение в гетероструктурах с квантовыми ямами.* // Диссертация, Нижний Новгород, 2006.
- [57] C. Nguyen, *Surface donor contribution to electron sheet concentrations in not-intentionally doped InAs-AlSb quantum wells.* / C. Nguyen, B. Brar, H. Kroemer, J. H. English // Appl. Phys. Lett. **60**, 1854-1856 (1992).
- [58] C. Nguyen, *Surface-layer modulation of electron concentrations in InAs-AlSb quantum wells.* / C. Nguyen, B. Brar, H. Kroemer // J. Vac. Sci. Technol. B **11**, 1706-1909 (1993).
- [59] S. Das Sarma, A. Pinczuk, *Perspectives in Quantum Hall Effects.* // Wiley, New York, 1997.
- [60] K. v. Klitzing, *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance.* / K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // Phys. Rev. Lett. **45**, 494-497 (1980).

- [61] D. C. Tsui, *Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit.* / D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard // Phys. Rev. Lett. **48**, 1559-1562 (1982).
- [62] R. Willett, *Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum Hall effect.* / R. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Störmer, D. C. Tsui, A. C. Gossard, J. H. English // Phys. Rev. Lett. **59**, 1776-1779 (1987).
- [63] G. Moore, *Nonabelions in the fractional quantum hall effect.* / G. Moore, N. Read // Nucl. Phys. B, **360**, 362 (1991).
- [64] M. Levin, *Particle-Hole Symmetry and the Pfaffian State.* / M. Levin, B. I. Halperin, B. Rosenow // Phys. Rev. Lett., **99**, 236806 (2007).
- [65] F. F Fang, *Effect of a tilted magnetic field on a two-dimensional electron gas.* / F. F. Fang, P. J. Stiles // Phys. Rev. **174**, 823-828 (1968).
- [66] M. Kobayashi, *Determination of the g-factor of electrons in N-type silicon surface inversion layers.* / M. Kobayashi, K. F. Komatsukara // Solid State Commun. **13**, 293-296 (1973).
- [67] C. S. Ting, *Effective Mass and g Factor of Interacting Electrons in the Surface Inversion Layer of Silicon.* / C. S. Ting, T. K. Lee, J. J. Quinn // Phys. Rev. Lett. **34**, 870-874 (1975).
- [68] Th. Englert, *On the Electronic g-Factor in n-Type Silicon Inversion Layers.* / Th. Englert, K. von Klitzing, R. J. Nicholas, G. Landwehr, G. Dorda, M. Pepper // Phys. Status Solidi B **99**, 237-242 (1980).
- [69] Th. Englert, *Analysis of  $\rho_{xx}$  minima in surface quantum oscillations on (100) n-type silicon inversion layers.* / Th. Englert, K. von Klitzing // Surf. Sci. **73**, 70 (1978).
- [70] R. J. Nicholas, *Exchange enhancement of the spin splitting in a GaAs-Ga<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As heterojunction.* / R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. von Klitzing, G. Weimann // Phys. Rev. B **37**, 1294-1302 (1988).
- [71] D. R. Leadley, *Critical collapse of the exchange-enhanced spin splitting in two-dimensional systems.* / D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris, C. T. Foxon // Phys. Rev. B **58**, 13036-13046 (1998).
- [72] T. P. Smith, III, *Two-dimensional magnetotransport in AlAs quantum wells.* / T. P. Smith, III, W. I. Wang, F. F. Fang, L. L. Chang // Phys. Rev. B **35**, 9349 (1987).
- [73] S. J. Papadakis, *Anomalous spin splitting of two-dimensional electrons in an AlAs quantum well.* / S. J. Papadakis, E. P. De Poortere, M. Shayegan // Phys. Rev. B **59**, R12743-R12746 (1999).

- [74] T. Gokmen, *Spin susceptibility of interacting two-dimensional electrons with anisotropic effective mass.* / T. Gokmen, Medini Padmanabhan, E. Tutuc, M. Shayegan, S. De Palo, S. Moroni, Gaetano Senatore // Phys. Rev. B **76**, 233301 (2007).
- [75] D. K. Maude, *Skymion excitations in the limit of vanishing Landé g-factor.* / D. K. Maude, S. Marty, L. B. Rigal, M. Potemski, J. C. Portal, Zb. Wasilewski, M. Henini, L. Eaves, G. Hill, M.A. Pate // Physica B: Condensed Matter **249-251**, 1-6, (1998).
- [76] E. E. Mendez, *Resonant magnetotunneling in GaAlAs-GaAs-GaAlAs heterostructures.* / E. E. Mendez, L. Esaki, W. I. Wang // Phys. Rev. B **33**, 2893-2896 (1986).
- [77] E. E. Mendez, *Oscillatory Landé factor of two-dimensional electrons under high magnetic fields.* / E. E. Mendez, J. Nocera, W. I. Wang // Phys. Rev. B **47**, 13937 (1993).
- [78] V. T. Dolgoplov, *Direct Measurements of the Spin Gap in the Two-Dimensional Electron Gas of AlGaAs-GaAs Heterojunctions.* / V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, W. Hansen, J. P. Kotthaus, M. Holland // Phys. Rev. Lett. **79**, 729-732 (1997).
- [79] O. E. Dial, *High-resolution spectroscopy of two-dimensional electron systems.* / O. E. Dial, R. C. Ashoori, L. N. Preiffer, K. W. West // Nature (London) **448**, 176-179 (2007).
- [80] W. Xu, *The low-temperature self-consistent g factor for heterostructures in strong magnetic fields.* / W. Xu, P. Vasilopoulos, M. P. Das, F. M. Peeters // J. Phys.: Condens. Matter **7**, 4419-4432 (1995).
- [81] J. H. Oh, *Variational quantum Monte Carlo calculation of the effective spin Landé g factor in a two-dimensional electron system.* / J. H. Oh, K. J. Chang // Phys. Rev. B **54**, 4948-4952 (1996).
- [82] C. H. Yang, *Spin energy enhanced by exchange interaction in a Rashba spintronic system in quantizing magnetic fields.* / C. H. Yang, W. Xu // J. Appl. Phys. **103**, 013707 (2008).
- [83] R. B. Laughlin, *Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations.* // Phys. Rev. Lett. **50**, 1395-1398 (1983).
- [84] S. M. Girvin, *Magneto-roton theory of collective excitations in the fractional quantum Hall effect.* / S. M. Girvin, A. H. MacDonald, P. M. Platzman // Phys. Rev. B **33**, 2481-2494 (1986).
- [85] I.V. Lerner, *Mott exciton in a quasi-two-dimensional semiconductor in a strong magnetic field.* / I. V. Lerner, Yu. E. Lozovik // JETP, **51**, 588, (1980).
- [86] Yu. A. Bychkov, *Two-dimensional electrons in a strong magnetic field.* // Yu. A. Bychkov, S. V. Iordanskii, G. M. Eliashberg // JETP Letters **33**, 143 (1981).

- [87] Yu. A. Bychkov, *Two-dimensional electron-hole system in a strong magnetic field: biexcitons and charge-density waves.* / Yu. A. Bychkov, E.I. Rashba // JETP **58**, 1824 (1983).
- [88] C. Kallin, *Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas.* / C. Kallin, B. I. Halperin // Phys. Rev. B **30**, 5655-5668 (1984).
- [89] A. Pinczuk, *Spectroscopic measurement of large exchange enhancement of a spin-polarized 2D electron gas.* / A. Pinczuk, B. S. Dennis, D. Heiman, C. Kallin, L. Brey, C. Tejedor, S. Schmitt-Rink, L. N. Pfeiffer, K. W. West // Phys. Rev. Lett. **68**, 3623-3626 (1992).
- [90] J. P. Longo, *Spin-flip excitations from Landau levels in two dimensions.* / J. P. Longo, C. Kallin // Phys. Rev. B **47**, 4429-4439 (1993).
- [91] A. B. Dzyubenko, *Symmetry of Hamiltonians of quantum two-component systems: condensate of composite particles as an exact eigenstate.* / A. B. Dzyubenko, Y E Lozovik // J. Phys. A: Math. Gen. **24**, 415 (1991).
- [92] S. M. Dikman, *Spin relaxation under conditions of the quantum Hall effect with odd filling.* / S. M. Dikman, S. V. Iordanskii // JETP Letters **63**, 50 (1996).
- [93] S. Dickmann, *Auger-like relaxation of inter-Landau-level magnetoplasmon excitations in the quantized Hall regime.* / S. Dickmann, Y. Levinson // Phys. Rev. B **60**, 7760-7763 (1999).
- [94] S. Dickmann, *Zero-momentum cyclotron spin-flip mode in a spin-unpolarized quantum Hall system.* / S. Dickmann, I. V. Kukushkin // Phys. Rev. B **71**, 241310 (2005).
- [95] S. M. Dickmann, *Excitonic representation: Collective excitation spectra in the quantized Hall regime and spin biexciton.* / S. M. Dickmann, V. M. Zhilin, D. V. Kulakovskii // JETP **101**, 892-906 (2005).
- [96] S. Dickmann, *Goldstone-Mode Relaxation in a Quantized Hall Ferromagnet.* // Phys. Rev. Lett. **93**, 206804 (2004).
- [97] J. J. Palacios, *Long-lived charged multiple-exciton complexes in strong magnetic fields.* / J. J. Palacios, D. Yoshioka, A. H. MacDonald // Phys. Rev. B **54**, R2296-R2299 (1996).
- [98] L. V. Kulik, *Cyclotron spin-flip mode as the lowest-energy excitation of unpolarized integer quantum Hall states.* / L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, S. Dickmann, V. E. Kirpichev, A. B. Van'kov, A. L. Parakhonsky, J. H. Smet, K. von Klitzing, W. Wegscheider // Phys. Rev. B **72**, 073304 (2005).
- [99] A. B. Van'kov, *Low-Magnetic-Field Divergence of the Electronic  $g$  Factor Obtained from the Cyclotron Spin-Flip Mode of the  $\nu = 1$  Quantum Hall Ferromagnet.* / A. B. Van'kov, L. V.

- Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, S. Dickmann, V. M. Zhilin, J. H. Smet, K. von Klitzing, W. Wegscheider // *Phys. Rev. Lett.* **97**, 246801 (2006)
- [100] Yu. A. Bychkov, *Charged Skyrmions: A condensate of spin excitons in a two-dimensional electron gas.* / Yu. A. Bychkov, T. Maniv, I. D. Vagner // *Phys. Rev. B* **53**, 10148-10153 (1996).
- [101] Yu. A. Bychkov, Magnetoplasmon excitations in graphene for filling factors  $\nu \leq 6$ , / Yu. A. Bychkov, G. Martinez // *Phys. Rev. B* **77**, 125417 (2008).
- [102] E. O. Kane, *Band structure of indium antimonide.* // *J. Phys. Chem. Solids* **1**, 249-261 (1957).
- [103] C. M. Hu, *Spin-split cyclotron resonance and spatial distribution of interacting electrons.* / C. M. Hu, T. Friedrich, E. Batke, K. Köhler, P. Ganser // *Phys. Rev. B* **52**, 12090-12094 (1995)
- [104] G. L. Bir, G. E. Pikus, *Symmetry and Strain-Induced Effects in Semiconductors.* // Wiley, N.Y., 1974.
- [105] E. G. Novik, *Band structure of semimagnetic  $Hg_{1-y}Mn_yTe$  quantum wells.* / E. G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth, V. Latussek, C. R. Becker, G. Landwehr, H. Buhmann, L. W. Molenkamp // *Phys. Rev. B* **72**, 035321 (2005).
- [106] I. Semenikhin, *Effects of bulk inversion asymmetry and low interface symmetry on the optical properties of broken-gap heterostructures.* / I. Semenikhin, A. Zakharova, K. A. Chao // *Phys. Rev. B* **76**, 035335 (2007).
- [107] I. Semenikhin, *Effect of nonrelativistic interface Hamiltonian on optical transitions in broken-gap heterostructures.* // I. Semenikhin, A. Zakharova, K. Nilsson, K. A. Chao // *Phys. Rev. B* **77**, 113307 (2008).
- [108] Bradley A. Foreman, *Elimination of spurious solutions from eight-band  $k$ - $p$  theory.* // *Phys. Rev. B* **56**, R12748-R12751 (1997).
- [109] C. R. Pidgeon, *Interband Magneto-Absorption and Faraday Rotation in InSb.* / C. R. Pidgeon, R. N. Brown // *Phys. Rev.* **146**, 575-583 (1966).
- [110] P. Pfeffer, *Spin splitting of conduction subbands in III-V heterostructures due to inversion asymmetry.* / P. Pfeffer, W. Zawadzki // *Phys. Rev. B*, **59**, R5312-R5315 (1999).
- [111] David Yuk Kei Ko, *Matrix method for tunneling in heterostructures: Resonant tunneling in multilayer systems.* / David Yuk Kei Ko, J. C. Inkson // *Phys. Rev. B* **38**, 9945-9951 (1988).
- [112] I. Vurgaftman, *Band parameters for III-V compound semiconductors and their alloys.* / I. Vurgaftman, J. R. Meyer, L. R. Ram-Mohan // *J. Appl. Phys.* **89**, 5815 (2001).

- [113] A. M. Gilbertson, *Zero-field spin splitting and spin-dependent broadening in high-mobility InSb/In<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>Sb asymmetric quantum well heterostructures.* / A. M. Gilbertson, W. R. Branford, M. Fearn, L. Buckle, P. D. Buckle, T. Ashley, L. F. Cohen // Phys. Rev. B **79**, 235333 (2009).
- [114] T. Ando, *Electronic properties of two-dimensional systems.* / T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern // Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [115] R. R. Gerhardts, *Cumulant approach to the two-dimensional magneto-conductivity problem.* // Surf. Sci. **58**, 227 (1976).
- [116] T. Ando, *Theory of Quantum Transport in a Two-Dimensional Electron System under Magnetic Fields. III. Many-Site Approximation.* // J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 622 (1974).
- [117] Y. Murayama, *Theory of magnetoconductivity in a two-dimensional electron-gas system: Self-consistent screening model.* / Y. Murayama, T. Ando // Phys. Rev. B, **35**, 2252 (1987).
- [118] B. L. Altshuler, *Zero bias anomaly in tunnel resistance and electron-electron interaction.* / B. L. Altshuler, A. G. Aronov // Solid State Commun. **30**, 115. (1979)
- [119] B. L. Altshuler, *Contribution to the theory of disordered metals in strongly doped semiconductors.* / B. L. Altshuler, A. G. Aronov // JETP **50**, 968 (1979).
- [120] B. L. Altshuler, *Interaction Effects in Disordered Fermi Systems in Two Dimensions.* / B. L. Altshuler, A. G. Aronov, P. A. Lee // Phys. Rev. Lett. **44**, 1288 (1980).
- [121] Gábor Zala, *Interaction corrections at intermediate temperatures: Longitudinal conductivity and kinetic equation.* / Gábor Zala, B. N. Narozhny, I. L. Aleiner // Phys. Rev. B **64**, 214204 (2001).
- [122] J. K. Wang, *Heat-capacity study of two-dimensional electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As multiple-quantum-well structures in high magnetic fields: Spin-split Landau levels.* / J. K. Wang, D. C. Tsui, M. Santos, M. Shayegan // Phys. Rev. B **45**, 4384-4389 (1992).
- [123] T. Ando, *Theory of Quantum Transport in a Two-Dimensional Electron System under Magnetic Fields. I. Characteristics of Level Broadening and Transport under Strong Fields.* // J. Phys. Soc. Jpn. **36**, 959 (1974).
- [124] Stephane Bonifacie, *Anharmonicity and asymmetry of Landau levels for a disordered two-dimensional electron gas.* / Stephane Bonifacie, Christophe Chaubet, Benoit Jouault, Andre Raymond // Phys. Rev. B **74**, 245303 (2006).
- [125] M. J. Yang, *Far-infrared spectroscopy in strained AlSb/InAs/AlSb quantum wells.* / M. J. Yang, P. J. Lin-Chung, R. J. Wagner, J. R. Waterman W. J. Moore, B. V. Shanabrook // Semicond. Sci. Technol. **8**, S129 (1993).

- [126] C Gauer, *Energy-dependant cyclotron mass in InAs/AlSb quantum wells.* / C. Gauer, J. Scriba, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, C. R. Bolognesi, C. Nguyen, B. Brar, H. Kroemer // *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 1580 (1994).
- [127] J. Scriba, *The effect of Landau quantization on cyclotron resonance in a non-parabolic quantum wells.* / J. Scriba, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, C. R. Bolognesi, C. Nguyen, G. Tuttle, J. H. English, H. Kroemer // *Semicond. Sci. Technol.* **8**, S133, (1993).
- [128] J. Scriba, *Spin- and Landau-splitting of the cyclotron resonance in a nonparabolic two-dimensional electron system.* / J. Scriba, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, C. Bolognesi, C. Nguyen, H. Kroemer // *Solid. State Commun.* **86**, 633 (1993).
- [129] H. Arimoto, *Effects of nonequilibrium electron distribution and electron-electron interaction observed in spin-split cyclotron resonance of InAs/AlSb single quantum wells at high magnetic fields.* / H. Arimoto, N. Miura, R. A. Stradling // *Phys. Rev. B* **67**, 155319 (2003).
- [130] R. Winkler, *Cyclotron resonance and subband-Landau level coupling in 2D electron and hole gases.* // *Surface Sci.* **361–362**, 411 (1996).
- [131] J. Scriba, *Electronic properties and far infrared spectroscopy of InAs/AlSb quantum wells.* // J. Scriba, S. Seitz, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, C. Bolognesi, G. Tuttle, J. H. English, H. Kroemer // *Surface Science* **267**, 483 (1992).
- [132] T. Ando, *Theory of Cyclotron Resonance Lineshape in a Two-Dimensional Electron System.* // *J. Phys. Soc. Japan* **38**, 989 (1974).
- [133] А. А. Грешнов, *Целочисленный квантовый эффект Холла и циклотронный резонанс в двумерном электронном газе с разъединёнными уровнями Ландау.* // Диссертация, Санкт-Петербург, 2008.

## Основные публикации автора по теме диссертации

[A1] С.С. Криштопенко, *Осцилляции субмиллиметровой фотопроводимости в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / С.С. Криштопенко, А.В. Иконников, В.И. Гавриленко // Труды (девятой) Научной конференции по радиофизике. /Ред. А.В.Якимов. - Нижний Новгород: ТАЛАН, 2005, стр.167-168.

[A2] A.V. Ikonnikov, *Cyclotron resonance study of InAs/AlSb quantum well heterostructures.* / A.V. Ikonnikov, S.S. Krishtopenko, K.E. Spirin, V.I. Gavrilenko, Yu.G. Sadofyev, J.P. Bird, S.R. Johnson, Y.-H. Zhang // "Narrow Gap Semiconductors", eds J.Kono & J.Leotin, Institute of Physics Conference Series Number 187, published by Taylor & Franics, IBSN No 0750310162, 2006, pp.579-584.

[A3] А.В. Иконников, *Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb в квантующих магнитных полях.* / А.В. Иконников, В.И. Гавриленко, В.Я. Алёшкин, С.С. Криштопенко // Труды (десятой) Научной конференции по радиофизике. /Ред. А.В.Якимов. - Нижний Новгород: ТАЛАН, 2006.

[A4] В.И. Гавриленко, *Осцилляции субмиллиметровой фотопроводимости в нелегированных гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, S.R. Johnson, Y.-H. Zhang. // Материалы X Симпозиума «Нанофизика и нанoeлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2006, стр.439-440.

[A5] В.Я. Алешкин, *Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в квантующих магнитных полях.* / В.Я. Алешкин, Ю.Б. Васильев, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, M.L. Sadowski, W. Кнар, S.R. Johnson, Y.-H. Zhang // Материалы X Симпозиума «Нанофизика и нанoeлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2006, стр.86-87.

[A6] A.V. Ikonnikov, *Cyclotron resonance study of InAs/AlSb QW heterostructures in quantizing magnetic fields.* / A.V. Ikonnikov, Yu.B. Vasilyev, S.S. Krishtopenko, V.Ya. Aleshkin, V.I. Gavrilenko, M.L. Sadowski, W. Кнар, Yu.G. Sadofyev, S.R. Johnson, Y.-H. Zhang // Proc. 14th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", Ioffe Institute, St.Petersburg, Russia, 2006, pp.172-173.

[A7] С.С. Криштопенко, *Циклотронный резонанс электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами.* / С.С. Криштопенко, В.Я. Алёшкин, В.И. Гавриленко //

Тез. Док. VIII Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике, Санкт-Петербург, декабрь 2006, стр.57.

[A8] M.L. Orlov, *Cyclotron resonance study of InAs/AlSb QW heterostructures in quantizing magnetic fields.* / M.L. Orlov, A.V. Ikonnikov, Yu.B. Vasilyev, S.S. Krishtopenko, V.Ya. Aleshkin, V.I. Gavrilenko, M.L. Sadowski, W. Knap, Yu.G. Sadofyev // Proc. 15th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", Novosibirsk, Russia, June 25-29, 2007; Ioffe Institute, St.Petersburg, 2007, pp.214-215.

[A9] В.Я. Алешкин, *Исследование циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в квантующих магнитных полях.* / В.Я. Алешкин, Ю.Б. Васильев, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, М.Л. Орлов, Ю.Г. Садофьев, M.L. Sadowski, W. Knap. // XI Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2007, т.1. стр.57-59.

[A10] В.Я. Алешкин, *Циклотронные переходы в гетероструктурах InAs/AlSb в ультраквантовом пределе.* / В.Я. Алешкин, Ю.Б. Васильев, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, М.Л. Орлов, Ю.Г. Садофьев, O. Drachenko, M. Goiran, M.L. Sadowski, W. Knap // XI Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2007, т.2. стр.297-298.

[A11] В.И. Гавриленко, *Обменное усиление g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / В.И. Гавриленко, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирин // XI Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2007, т.2. стр.313-314.

[A12] С.С. Криштопенко, *Спектр электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами в присутствии "встроенного" электрического поля.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, В.Я. Алёшкин // Труды XI научной конференции по радиофизике./Ред. А.В.Якимов. – Нижний Новгород: ННГУ, 2007, стр.110-112.

[A13] В.Я. Алешкин, *Циклотронный резонанс 2D электронов и дырок в квантующих магнитных полях.* / В.Я. Алешкин, Ю.Б. Васильев, В.И. Гавриленко, Б.Н. Звонков, А.В. Иконников, Д.В. Козлов, С.С. Криштопенко, М.Л. Орлов, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирин, M.L. Sadowski, M. Goiran, W. Knap // Тез. докл. 8 Росс. конф. по физике полупроводников, Екатеринбург, сентябрь 2007, стр.194.

[A14] В.Я. Алешкин, *Оптическая ширина запрещённой зоны арсенида галлия в мегагауссовых магнитных полях.* / В.Я. Алешкин, Н.В. Закревский, С.С. Криштопенко // Тез. докл. 8 Росс. конф. по физике полупроводников, Екатеринбург, сентябрь 2007, стр.64.

[A15] С.С. Криштопенко, *Циклотронный резонанс электронов в легированных гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами.* / С.С. Криштопенко, В.Я. Алёшкин, В.И. Гавриленко // Тез. Док. IX Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике, Санкт-Петербург, декабрь 2007, стр.66.

[A16] В.И. Гавриленко, *Исследование магнитотранспорта и циклотронного резонанса в гетероструктурах InAs/AlSb с различными толщинами квантовых ям.* / В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, А.А. Ластовкин, Ю.Г. Садофьев. // XII Международный Симпозиум «Нанозфизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2008, т.2. стр.317-318.

[A17] С.С. Криштопенко, *Циклотронный резонанс электронов в легированных гетероструктурах InAs/AlSb с двумя заполненными подзонами.* // Тез. Докл. Конференции молодых учёных “Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики”, Н. Новгород, 1-7 марта 2008, стр.90-91.

[A18] В.Я. Алёшкин, *Обменное усиление g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb.* / В.Я. Алёшкин, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирип // ФТП, том 42, вып. 7, 2008, стр.846-851.

[A19] В.И. Гавриленко, *Терагерцовая спектроскопия полупроводниковых наноструктур.* / В.И. Гавриленко, В.Я. Алёшкин, А.В. Антонов, Л.В. Гавриленко, А.А. Дубинов, М.С. Жолудев, Б.Н. Звонков, А.В. Иконников, Д.В. Козлов, С.С. Криштопенко, Д.И. Курицын, А.А. Ластовкин, К.В. Маремьянин, С.В. Морозов, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирип // Сборник трудов Международного оптического конгресса “Оптика – XXI век”, Санкт-Петербург, 20-24 октября 2008, стр.286.

[A20] А.В. Иконников, *Циклотронный резонанс в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами.* / А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, А.А. Ластовкин, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирип, М. Orlita // Сборник трудов Международного оптического конгресса “Оптика – XXI век”, Санкт-Петербург, 20-24 октября 2008, стр.291.

[A21] С.С. Криштопенко, *Спин-орбитальное расщепление спектра в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным неидеальным электронным газом.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, В.Я. Алёшкин // Тезисы XII Школы молодых учёных “Актуальные проблемы физики”, Звенигород, 23-26 ноября 2008, стр.31.

[A22] С.С. Криштопенко, *Спин-орбитальное расщепление спектра электронов в гетероструктурах InAs/AlSb с квантовыми ямами.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, В.Я.

Алешкин // Тез. Док. X Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике, Санкт-Петербург, 1-5 декабря 2008, стр.51.

[A23] В.Я. Алешкин, *Циклотронный резонанс и эффекты обменного взаимодействия в гетероструктурах InAs/AlSb.* / В.Я. Алешкин, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, К.Е. Спирин, Ю.Г. Садофьев, М. Orlita // XIII Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2009, т.1. стр.14-15.

[A24] С.С. Криштопенко, *Влияние электрон-электронного взаимодействия на энергетический спектр в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, В.Я. Алешкин // XIII Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2009, т.2. стр.366-367.

[A25] В.И. Гавриленко, *Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.* / В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, А.А. Ластовкин, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирин // XIII Международный Симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2009, т.2. стр.434-435.

[A26] A.V. Ikonnikov, *Effects of electron-electron interaction on cyclotron resonance in InAs/AlSb QW heterostructures in quantizing magnetic fields.* / A.V. Ikonnikov, S.S. Krishtopenko, Yu.G. Sadofyev, V.I. Gavrilenko, M. Orlita // Proc. 17th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", Minsk, Belarus, June 22-26, 2009; Ioffe Institute, St.Petersburg, 2009, pp.76-77.

[A27] A. Ikonnikov, *Splitting of cyclotron resonance line in InAs/AlSb QW heterostructures in high magnetic fields: effects of electron-electron and electron-phonon interaction.* / A. Ikonnikov, S. Krishtopenko, V. Gavrilenko, Y. Sadofyev, Y. Vasilyev, M. Orlita, W. Кнап, O. Drachenko, M. Helm // 9<sup>th</sup> Int. Conf. on Research in High Magnetic Fields, July 22-25, 2009, Dresden, Germany, p.118.

[A28] V.I. Gavrilenko, *Effects of electron-electron interaction on cyclotron resonance in InAs/AlSb quantum well heterostructures.* / V.I. Gavrilenko, A.V. Ikonnikov, S.S. Krishtopenko, Yu.G. Sadofyev, M. Orlita // Proceedings of 16th International Conference on Electron Dynamics In Semiconductors, Optoelectronics and Nanostructures, August 24-28, 2009, Montpellier, France, p.157.

[A29] А.А. Ластовкин, *Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.* / А.А. Ластовкин, С.С. Криштопенко, А.В. Иконников // Тез. Док. XI Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и наност-

руктур, полупроводниковой опто- и нанoeлектронике, Санкт-Петербург, 30 ноября-4 декабря 2009, стр.69.

[A30] В.И. Гавриленко, *Спектры циклотронного резонанса электронов в гетероструктурах InAs/AlSb в сверхсильных магнитных полях.* / В.И. Гавриленко, О. Драченко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спири́н, Н. Schneider, М. Helm // XIV Международный Симпозиум «Нанofизика и нанoeлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2010, т.1, стр.61-62.

[A31] К.Е. Спири́н, *Спиновое расщепление в гетероструктурах HgTe/CdHgTe (013) с квантовыми ямами.* / К.Е. Спири́н, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, С.А. Дворецкий, Н.Н. Михайлов // XIV Международный Симпозиум «Нанofизика и нанoeлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2010, т.2., стр.513-514.

[A32] A.V. Ikonnikov, *Spin splitting in HgTe/CdHgTe(013) quantum well heterostructures.* / A.V. Ikonnikov, К.Е. Spirin, S.S. Krishtopenko, V.I. Gavrilenko, S.A. Dvoretzkiy, N.N. Mikhailov // Proc. 18th Int. Symp. “Nanostructures: Physics and Technology”, St. Petersburg, June 21-26, 2010; Ioffe Institute, St.Petersburg, 2010, pp.214-215.

[A33] A. Ikonnikov, *Splitting of cyclotron resonance line in InAs/AlSb QW heterostructures in high magnetic fields: effects of electron-electron and electron-phonon interaction.* / A. Ikonnikov, S. Krishtopenko, V. Gavrilenko, Yu. Sadofyev, Yu. Vasilyev, M. Orlita, W. Knap // J. Low Temperature Physics, v. 159, 2010, pp.197-202.

[A34] В.И. Гавриленко, *Остаточная фотопроводимость в гетероструктурах InAs/AlSb с двойными квантовыми ямами.* / В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, А.А. Ластовкин, К.В. Маремьянин, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спири́н // ФТП, том 44, вып. 5, 2010, стр. 642-648.

[A35] С.С. Криштопенко, *Обменное усиление g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко // Тез. Док. XII Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и нанoeлектронике, Санкт-Петербург, 25-29 октября 2010, стр. 75.

[A36] С.С. Криштопенко, *Электрон-электронное и спин-орбитальное взаимодействие в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом.* / С.С. Криштопенко, В.И. Гавриленко, М. Goiran // ФТП, том. 45, вып. 1, 2011, стр.111-119.

[A37] Н.В. Байдусь, *Спиновое расщепление в гетероструктурах InGaAs/InP (001) с квантовыми ямами.* / Н.В. Байдусь, С.С. Криштопенко, К.Е. Спири́н, А.В. Иконников, А.А. Ластовкин, А.А. Бирюков, Б.Н. Звонков, А.А. Перов, В.И. Гавриленко, В.Я. Демиховский,

В.Т. Долгополов // Труды XV Межд. симп. «Нанофизика и наноэлектроника», Нижний Новгород, ИФМ РАН, 2011, т.2., стр. 376-377.

[A38] S.S. Krishtopenko, *The g-factor enhancement in narrow-gap quantum well heterostructures.* / S.S. Krishtopenko, V.I. Gavrilenko, M. Goiran // The Book of Abstracts of Moscow Int. Symp. on Magnetism, Moscow, M.V. Lomonosov State University, 2011 (направлено в печать).

[A39] S.S. Krishtopenko, *Theory of g-factor enhancement in narrow gap quantum well heterostructures.* / S.S. Krishtopenko, V.I. Gavrilenko, M. Goiran // J. Phys.: Condens. Matter (направлено в печать).

[A40] С.С. Криштопенко, *Эффекты электрон-электронного взаимодействия в спиновом резонансе 2D электронов в гетероструктурах InAs/AlSb.* / С.С. Криштопенко, А.В. Малыженков, В.И. Гавриленко // Тез. Док. XIII Всеросс. Молодёжной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, Санкт-Петербург, 21-25 ноября 2011 (направлено в печать).