

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МИКРОСТРУКТУР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Водолазов Денис Юрьевич

**Резистивное состояние и неравновесные эффекты в узких
сверхпроводящих пленках**

01.04.07 — физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико – математических наук

Нижний Новгород — 2015

Содержание

Введение. Общая характеристика работы	5
Актуальность темы исследования	5
Степень разработанности темы исследования	7
Цели и задачи	12
Научная новизна	13
Теоретическая и практическая значимость работы	14
Методология и методы исследования	15
Положения, выносимые на защиту	15
Степень достоверности и апробация работы	17
Личный вклад автора	18
Объем и структура диссертации	19
1 Динамика сверхпроводящего параметра порядка в 'грязных' сверхпроводящих мостиках и кольцах. Локальное приближение	21
1.1 Уравнения, описывающие динамику сверхпроводящего параметра порядка в 'грязных' сверхпроводниках в окрестности критической температуры	22
1.2 Динамика сверхпроводящего параметра порядка при переходах между метастабильными состояниями в однородном сверхпроводящем кольце	28
1.3 Особенности изменения завихренности в неоднородном сверхпроводящем кольце субмикронного радиуса	46
1.4 Зависимость гистерезиса вольтамперной характеристики сверхпроводящего мостика от его длины	53
1.5 Процесс проскальзывания фазы в мостиках конечной длины в режиме приложенного напряжения	62
1.6 Процесс проскальзывания фазы в мостиках конечной длины в присутствии низкочастотного электромагнитного излучения	71
1.7 Влияние магнитного поля на критические токи процесса проскальзывания фазы	80

2	Трансформация движущейся решетки вихрей Абрикосова, вызванная неравновесными эффектами	86
3	Диодный эффект и неравновесные эффекты в холловском сверхпроводящем мостике	105
3.1	Нелокальный отклик и диодный эффект в сверхпроводящем холловском мостике	106
3.2	Влияние неравновесных эффектов на нелокальный отклик в холловском мостике	114
4	Стационарные состояния квазиодномерного сверхпроводящего мостика, ограниченного нормальными 'берегами', в режиме приложенного напряжения	128
4.1	Симметричные и асимметричные состояния в сверхпроводящем мостике, соединенном с нормальными 'берегами'	129
4.2	Изменение критического тока сверхпроводящего мостика при переключении сверхпроводящих 'берегов' в нормальное состояние	144
5	Пороговые (седловые) флуктуации в узких сверхпроводящих пленках	157
5.1	Пороговые флуктуации в узких сверхпроводящих пленках в нулевом магнитном поле	158
5.2	Вихревой механизм отрицательного магнитосопротивления узких сверхпроводящих пленок	169
6	Фотоиндуцированное рождение пары вихрь-антивихрь в токнесущей узкой сверхпроводящей пленке	196
6.1	Модифицированная модель 'горячего' пятна	197
6.2	Критические токи I_{pair} и I_{pass} узких сверхпроводящих пленок с 'горячим' пятном, локализованным в центре пленки	201
6.3	Зависимость критического тока I_{pass} от энергии, требуемой для создания 'горячего' пятна. Сравнение с экспериментом	206

Заключение	211
Список цитированной литературы	214
Список публикаций по теме диссертации	232

Введение. Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Исследование резистивного состояния сверхпроводников является одной из актуальных задач физики твердого тела. В отличие от нормального состояния, в резистивном состоянии сверхпроводящий параметр порядка не подавлен полностью в сверхпроводнике, что приводит к его сопротивлению меньшему, чем в нормальном состоянии. Чаще всего резистивное состояние в сверхпроводниках возникает из-за движения вихрей под действием транспортного тока. Однако в случае достаточно узких сверхпроводящих пленок/проволок (с шириной меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ) резистивное состояние может быть реализовано через возникновение, так называемых, центров проскальзывания фазы, каждый из которых представляет из себя область с размерами порядка ξ по длине проволоки, внутри которой происходят периодические осцилляции сверхпроводящего параметра порядка. Другой реализацией резистивного состояния является случай контакта сверхпроводника с нормальным металлом. В этом случае нормальный ток и электрическое поле из нормального металла могут проникать достаточно далеко в сверхпроводник, что также приводит к его конечному сопротивлению.

Во всех случаях в сверхпроводнике возникает конечное напряжение, что означает отклонение от равновесия функции распределения квазичастиц $f(\epsilon)$. Вблизи критической температуры сверхпроводника, уже небольшие отклонения от равновесия влияют на сверхпроводящие свойства (из-за сильной чувствительности сверхпроводящего параметра порядка к виду $f(\epsilon)$), что приводит к нелинейной вольтамперной характеристике (ВАХ) и, при определенных условиях, к ее гистерезису. Интересно, что эффективно квазичастицы могут, как 'греться' (за счет джоулевой диссипации) так и 'охлаждаться' (за счет уменьшения во времени модуля сверхпроводящего параметра порядка). Последний эффект является уникальным для сверхпроводящего состояния (в нормальном состоянии существует только джоулев разогрев при наличии тока). Поэтому представляется интересным

исследовать, как данный источник неравновесия влияет на ВАХ сверхпроводников и на динамику сверхпроводящего параметра порядка.

Узкие сверхпроводящие пленки с шириной меньше, чем пирловская глубина проникновения магнитного поля $\Lambda = 2\lambda_L^2/d$ (здесь λ_L - лондоновская глубина проникновения магнитного поля и $d < \lambda_L$ - толщина пленки) являются удобным объектом для изучения резистивного состояния в сверхпроводниках. Такие пленки характеризуются однородным распределением тока по ширине и толщине пленки в нулевом магнитном поле, что позволяет часто пренебрегать зависимостью от поперечных координат и рассматривать такую пленку как квазиодномерную проволоку. Изменяя ширину пленки, можно проследить изменение свойств ее резистивного состояния от режима движения (течения) вихрей (характерного для пленок с шириной $w \gg \xi$ в ненулевом магнитном поле) до режима квази-одномерного процесса проскальзывания фазы (для пленок с шириной $w \leq \xi$). К тому же, в пленках с шириной порядка нескольких длин когерентности может разместиться не больше одной цепочки вихрей (в достаточно больших магнитных полях), что должно приводить к новым особенностям резистивного состояния.

Свойства резистивного состояния могут зависеть не только от ширины сверхпроводящей пленки, но также и от ее длины. В неравновесном состоянии существует характерная длина релаксации неравновесных квазичастиц L_{in} (описывающая, как далеко неравновесные квазичастицы могут диффундировать от источника неравновесия), которая обычно много больше, чем длина когерентности ξ . Поэтому можно ожидать, что резистивное состояние достаточно коротких пленок с длиной $\xi \ll L \leq L_{in}$ и длинных пленок с $L \gg L_{in}$ будет различным.

В настоящее время узкие и тонкие сверхпроводящие пленки также стали реальным объектом для приложений. Наиболее ярким примером является бурно развивающаяся в последнее время область однофотонных тонкопленочных сверхпроводниковых детекторов. Центральным элементом такого прибора является сверхпроводящая пленка (с шириной порядка нескольких ξ и толщиной порядка нескольких нанометров), через которую пропускается ток, близкий к критическому. В 2001 году было экспериментально продемонстрировано детектирование такой

пленкой одиночных фотонов. К настоящему времени было предложено несколько феноменологических моделей, предлагающих различные механизмы детектирования фотонов, которые включают в себя, в том числе, и процесс рождения вихрей рядом с местом падения фотона. Представляется интересным исследовать резистивный отклик сверхпроводящей пленки при наличии в ней области с подавленной сверхпроводимостью, используя уравнение для динамики сверхпроводящего параметра порядка и уравнение непрерывности для тока.

Степень разработанности темы исследования

Теоретическое изучение неравновесных эффектов, возникающих в резистивном состоянии сверхпроводящих пленок, затруднено из-за сложности систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, которые корректно описывают эти процессы (см. например [1–3]). Однако вблизи критической температуры сверхпроводника анализ может проводиться на основе численного решения простого [4] или обобщенного [5] нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау. Последнее уравнение позволяет в простейшем виде учесть неравновесные эффекты, связанные с меняющимся во времени модулем сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$ и оно справедливо, в так называемом локальном пределе, когда время изменения $|\Delta|$ больше, чем характерное время изменения функции распределения квазичастиц за счет неупругого рассеяния на фононах. Общие свойства процесса проскальзывания фазы в токонесущих квазиодномерных сверхпроводниках, при использовании этих уравнений, были изучены в ряде работ в 70-80-ых годах XX столетия (см. обзоры [6, 7]). В частности, был численно смоделирован сам процесс проскальзывания фазы и рассчитаны вольтамперные характеристики квазиодномерных мостиков (см. например [8, 9]). Однако вопрос об минимальном токе, при котором еще возможен периодический во времени процесс проскальзывания фазы, практически не был исследован. Этот ток в англоязычной литературе носит название *retrapping current* - ток возврата, и если он оказывается меньше критического тока, то вольтамперная характеристика мостика становится гистерезисной. Представляется интересным изучить вопрос, как различные материальные параметры сверхпроводника

(конечная длина мостика, граничные условия на его концах, время энергетической релаксации квазичастиц за счет неупругого электрон-фононного взаимодействия), а также внешние условия (приложенное магнитное поле) влияют на величину тока возврата, а также исследовать особенности процесса проскальзывания фазы в мостиках конечной длины в режиме приложенного напряжения.

Влияние неравновесных эффектов, возникающих из-за меняющегося во времени $|\Delta|$, на движение вихрей было впервые исследовано в работе Ларкина и Овчинникова [10] в окрестности критической температуры сверхпроводника. Авторы нашли зависимость вязкости вихревого движения от скорости вихря, что, в дальнейшем, позволило объяснить нелинейную вольт-амперную характеристику сверхпроводящих пленок, наблюдавшуюся во многих экспериментах как на низко [11–14], так и на высокотемпературных сверхпроводящих пленках [15–20] вблизи критической температуры сверхпроводника. В дальнейшем развитии работы [10], Безуглый и Шкловский [21] учли нагрев квазичастиц за счет джоулевой диссипации, и показали, как это модифицирует результат работы Ларкина и Овчинникова [10]. Кроме того, в работе Глазмана [22] впервые было показано, что вследствие неравновесных эффектов может меняться форма одиночного движущегося вихря, что связано с большим временем изменения модуля параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Однако не было исследовано, как этот эффект может повлиять на движение вихревой решетки и на вид вольтамперной характеристики сверхпроводящей пленки.

Нелокальные эффекты, связанные со взаимодействием вихрей, были впервые изучены в работе [23] для случая двух близко расположенных параллельных сверхпроводящих пленок, помещенных в перпендикулярное магнитное поле. В исследованной геометрии ток прикладывался только к одной пленке, однако резистивный отклик возникал и во второй пленке, что объяснялось наличием магнитного взаимодействия между вихрями в соседних сверхпроводниках. В группе проф. А.К. Гейма в 2002 году был экспериментально изучен нелокальный отклик в холловском сверхпроводящем мостике. В данном случае напряжение измерялось в той области сверхпроводника, где транспортный ток был практически равен нулю, и был обнаружен ненулевой отклик по напряжению [24]. Позднее, в 2008

году в той же самой геометрии в группе проф. К. Штрукка из университета г. Регенсбург был проведен эксперимент при больших приложенных токах и была обнаружена смена знака нелокального напряжения при понижении температуры [25]. Эти эксперименты поставили вопросы о механизме отклика и знаке нелокального напряжения в холловской геометрии при больших токах и разных температурах.

Управление резистивными свойствами сверхпроводников через контроль функции распределения квазичастиц с помощью приложенного напряжения обсуждался в ряде работ [26–28]. Наиболее близкой к результатам, представленным в диссертации, является работа [26], в которой было впервые предсказано разрушение сверхпроводимости в системе нормальный металл-сверхпроводник-нормальный металл при приложении напряжения, выше критического. Можно также отметить работу [27], в которой был продемонстрирован пи-джозесоновский контакт в системе сверхпроводник-нормальный металл-сверхпроводник, возникающий при приложении напряжения к нормальному металлу, и работу [28], в которой исследовалось влияние напряжения на различные состояния в сверхпроводящей нуль-мерной грануле, ограниченной массивными нормальными 'берегами'.

Изучение конечного сопротивления квазиодномерных сверхпроводников при токе, значительно ниже критического, началось с работы Лангера и Амбегаокара [29]. В этой работе, в рамках модели Гинзбурга-Ландау, была вычислена энергия седловых состояний, приводящих к проскальзыванию фазы сверхпроводящего параметра порядка и появлению ненулевого среднего напряжения, как функция приложенного тока. В недавних экспериментах (см. например работу [30] и ссылки в ней), данный результат был использован для вычисления вероятности переключения сверхпроводящего мостика в резистивное состояние при токе, близком, но ниже критического (так называемом токе переключения - switching current). Аналогичные расчеты для двумерных сверхпроводящих пленок с током основывались на расчете энергии, необходимой для создания одиночных вихрей или пар вихрь-антивихрь [31–33] и были выполнены, в основном, в рамках модели Лондонов. Однако при приближении к току распаривания данная теория перестает быть справедливой и необходимо использовать модель Гинзбурга-Ландау (в частности этот подход

позволяет корректно учесть вклад кора вихря [34] и его деформацию при приближении вихря к краю пленки). В рамках модели Гинзбурга-Ландау такие расчеты были выполнены в [35], но в режиме, когда ток все еще был далек от тока распаривания.

В ряде экспериментальных работ было обнаружено, что вблизи, но ниже критической температуры, сопротивление относительно широких сверхпроводящих пленок (с шириной порядка нескольких длин когерентности) немонотонным образом зависит от магнитного поля [36–41]. В подобных пленках также наблюдалась немонотонная зависимость критического тока I_c от приложенного магнитного поля H [42, 43] (так называемый пик-эффект). Теоретически, последний эффект был предсказан в работе В.В. Шмидта [44] и объяснялся входом одной цепочки вихрей в сверхпроводящую пленку. В более поздних работах [45, 46] было обнаружено, что вход второй и последующих цепочек вихрей должен приводить к дополнительным пикам на зависимости критического тока от магнитного поля. Однако в двух других теоретических работах [47, 48] пик-эффект не был обнаружен и вычисленная зависимость $I_c(H)$ являлась монотонной. Необходимо отметить, что во всех теоретических работах по вычислению I_c использовалась модель Лондонов, которая не позволяет, в отличие от модели Гинзбурга-Ландау, однозначно ответить на вопрос о периоде входящей цепочки вихрей. Кроме того, модель Лондонов не позволяет учесть влияние кора вихря на величину краевого барьера для входа/выхода вихря, что становится важным, когда вихрь находится вблизи края пленки.

В 2001 году в теоретической работе [49] было предложено использовать узкую и тонкую сверхпроводящую пленку с током для детектирования одиночных фотонов. Идея данной работы заключалась в том, что поглощенный фотон локально нагревает квазичастицы и создает в сверхпроводящей пленке область с локально подавленным сверхпроводящим параметром порядка - так называемое 'горячее' пятно. Сверхпроводящий ток вынужден обтекать эту область и плотность тока повышается возле 'горячего' пятна, что может приводить к появлению резистивного состояния, которое является признаком поглощения сверхпроводящей пленкой фотона. Существенным фактором для такого рода детектирования является

достаточно малая ширина (обычно ~ 100 нм) и толщина ($\sim 4-5$ нм) сверхпроводящей пленки, для того, чтобы энергии фотона видимого или ближнего инфракрасного диапазона было достаточно для разрушения сверхпроводимости в значительной части сверхпроводника. Успешная реализация этой идеи многими научными группами (см. например обзор [50]) инициировало большое количество теоретических работ [51–54], в которых были предложены альтернативные модели механизма детектирования фотонов. Их появление было связано с тем обстоятельством, что в первоначальной модели не был решен вопрос о том, как возникает резистивное состояние в пленке с 'горячим' пятном. Кроме того, хотя первоначальная модель [49] и дает простое физическое объяснение механизма детектирования одиночных фотонов, количественно она плохо описывает экспериментальную ситуацию (см. например недавнюю работу [55], в которой приводится сравнение эксперимента и различных моделей). Несколько модифицированная модель 'горячего' пятна [51] дает лучшее согласие с экспериментом (см. [55]), но и она не позволяет объяснить, почему в реальных детекторах не существует резкой (красной) границы (по длине волны падающего фотона), выше которой эффективность детектирования должна резко обращаться в ноль (в теории). Необходимо отметить, что во всех моделях 'горячего' пятна [49, 51, 53, 54] не рассчитывалось распределение тока в пленке с пятном, что представляется важным для количественного сравнения теории с экспериментом.

Кроме модели 'горячего' пятна существует также модель 'горячей' перемычки [52], в которой предполагается, что поглощенный фотон приводит к подавлению сверхпроводящего параметра порядка по всей ширине сверхпроводящей пленки. Данное предположение значительно упрощает расчеты, так как в этом случае изменение плотности тока в 'горячей' области находится тривиально. В рамках данной модели предполагается, что резистивное состояние начинается со входа вихря через край пленки, локального нагрева пленки за счет его движения и, в дальнейшем, появления нормальной области. В этой модели конечная эффективность детектирования для длин волн больше некоторой критической (при которой внешний ток становится меньше критического тока пленки с горячей 'перемычкой') объясняется термоактивационным входом вихрей. Заметим, что и в

модели 'горячего' пятна данный механизм также предлагался, однако он основывался на термоактивационном появлении пар вихрь-антивихрь возле 'горячего' пятна [56].

В данном разделе представлен краткий обзор литературы в области исследования резистивного состояния узких сверхпроводящих пленок/мостиков. Его целью было представить основные работы и результаты по различным направлениям научных интересов в выбранной области исследования, которая является частью значительно более обширной области физики резистивного состояния и неравновесных эффектов в сверхпроводниках. В каждой главе диссертации приводится подробное сравнение полученных оригинальных результатов с ранее известными результатами по каждому из поднаправлений исследования.

Цели и задачи

Целями диссертационной работы являлись:

- исследование, вблизи критической температуры сверхпроводника, влияния неравновесных эффектов, возникающих из-за изменения во времени модуля сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$, на вольтамперные характеристики сверхпроводящих мостиков конечной длины в режимах приложенного тока и напряжения (в отсутствии и наличии магнитного поля);

- исследование, как такие неравновесные эффекты влияют на структуру движущейся решетки вихрей в сверхпроводниках конечной ширины и на динамику $|\Delta|$ в сверхпроводящих кольцах;

- исследование нелокального отклика в холловском сверхпроводнике в режиме медленного и быстрого движения вихрей (в условиях, когда возникают слабые и сильные неравновесные эффекты);

- исследование влияния неравновесности, возникающей при приложении напряжения, на транспортные свойства сверхпроводящего мостика, ограниченного нормальными 'берегами';

- расчет энергии различных седловых состояний, определяющих энергетический барьер для входа/выхода вихрей в узкой сверхпроводящей пленке при токе, близком к току распаривания и в режиме бесконечно малого тока при наличии внешнего

магнитного поля;

- исследование роли вихрей на условия появления резистивного отклика сверхпроводящей пленки с током, после поглощения ею одиночного фотона.

Научная новизна

Научная новизна работы определяется оригинальностью полученных результатов и заключается в следующем:

1. Показано, что конечное состояние, в которое переходит сверхпроводящее кольцо из неустойчивого состояния с током, близким к току распаривания, зависит от времени изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Для неоднородного кольца с радиусом меньшим длины когерентности продемонстрирована возможность возникновения одномерного квазивихревого состояния при величине магнитного потока сквозь кольцо, близкого к половине кванта магнитного потока.

2. Изучено влияние конечного времени изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$, длины мостика, граничных условий на его концах и магнитного поля на величину тока возврата I_r , при котором периодический во времени процесс проскальзывания фазы прекращается в сверхпроводящем мостике и мостик переходит в сверхпроводящее состояние. Исследована динамика сверхпроводящего параметра порядка в сверхпроводящем мостике в режиме приложенного напряжения и рассчитана его вольтамперная характеристика.

3. Впервые показано, что достаточно большое $\tau_{|\Delta|}$ приводит к различным перестройкам структуры движущейся решетки вихрей Абрикосова. В частности, возможны режимы, когда в сверхпроводящей пленке могут сосуществовать быстро и медленно движущиеся вихри.

4. Установлено, что нелокальный резистивный отклик в сверхпроводящем холловском мостике обусловлен межвихревым отталкиванием. Нелокальный отклик является несимметричным относительно направления транспортного тока, что объясняется разными условиями для входа/выхода вихрей через края сверхпроводника. Показано, что при достаточно больших скоростях вихрей в токовом

контакте, знак нелокального напряжения зависит от доминирующего механизма неравновесия при данной температуре.

5. Показано, что в сверхпроводящем мостике, ограниченном нормальными 'берегами', в режиме приложенного напряжения возможно наличие как симметричных, так и асимметричных устойчивых состояний, которые характеризуются симметричным и асимметричным распределением параметра порядка относительно центра мостика.

6. В рамках модели Гинзбурга-Ландау найдены энергии различных седловых состояний узких сверхпроводящих пленок различной ширины в диапазоне токов от нуля до тока распаривания I_{dep} . Исследовано влияние изгиба пленки на зависимость энергии седлового состояния от тока.

7. Исследован пик-эффект и рассчитано магнитосопротивление (связанное с термоактивационным входом/выходом вихрей) узких сверхпроводящих пленок в широком диапазоне ширин. Найден интервал ширин пленок, для которых пик-эффект и отрицательное магнитосопротивление наиболее ярко выражены.

8. На основе феноменологической модели 'горячего' пятна предложен вихревой механизм детектирования одиночных фотонов сверхпроводящими пленками с транспортным током. Рассчитана зависимость порогового тока, при котором эффективность детектирования однофотонного пленочного сверхпроводящего детектора выходит на насыщение, от энергии поглощенного фотона.

Теоретическая и практическая значимость работы

С теоретической и практической точек зрения, полученные результаты могут быть использованы:

- при анализе вольтамперных характеристик сверхпроводящих мостиков конечной длины вблизи критической температуры, при наличии и отсутствии магнитного поля и переменного тока;

- при исследовании транспортных свойств сверхпроводящих структур имеющих границу с нормальным металлом для оценки ее влияния на сверхпроводящие свойства в режиме большого заданного тока или напряжения;

- при исследовании движения вихрей в локальных и нелокальных геометриях

при достаточно больших скоростях вихрей, когда становятся важными неравновесные эффекты различной природы;

- при анализе сопротивления узких сверхпроводящих пленок в магнитном поле, величины критического тока и при расчете вероятности перехода в резистивное состояние при токе близком, но меньшем критического;

- для понимания механизма работы однофотонных сверхпроводниковых тонкопленочных детекторов.

Методология и методы исследования

Для решения поставленных задач использовалось численное решение простых и обобщенных нестационарных уравнений Гинзбурга-Ландау, кинетического уравнения для функции распределения квазичастиц и уравнения Узаделя для нормальной и аномальной функций Грина. В ряде случаев были выполнены аналитические расчеты и оценки, используя упрощенные модели, например такие, как модель Лондонов.

Положения, выносимые на защиту

1. Изменение завихренности в узком сверхпроводящем кольце происходит лавинообразно, за счет последовательных во времени проскальзываний фазы сверхпроводящего параметра порядка в одном месте кольца. Вблизи критической температуры T_c количество проскальзываний фазы увеличивается с увеличением времени изменения модуля параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Для неоднородного кольца с радиусом R , меньшим длины когерентности ξ , возможны изменения завихренности, не приводящие к скачкообразным изменениям плотности тока и сверхпроводящего параметра порядка в кольце.

2. Большое время изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$ приводит к возможности существования периодического во времени процесса проскальзывания фазы и резистивного состояния в сверхпроводящем мостике при токе возврата I_r , меньшем критического тока I_c . Переход мостика в сверхпроводящее состояние при токе $I = I_r < I_c$ происходит из состояния с конечным напряжением

$V_r \sim \hbar/2e\tau_{|\Delta|}$. Вблизи T_c ток возврата I_r определяется длиной сверхпроводящего мостика, граничными условиями на его концах и может зависеть от приложенного магнитного поля немонотонным образом.

3. При температуре близкой к T_c , в движущейся решетке вихрей Абрикосова при увеличении тока происходят несколько последовательных трансформаций, последняя из которых связана с появлением в сверхпроводящей пленке областей, с динамически подавленным $|\Delta|$, вдоль которых быстро движутся квазиджоузефсоновские вихри. Эффект обусловлен большим временем изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$.

4. Межвихревое отталкивание приводит к резистивному нелокальному отклику в сверхпроводящем холловском мостике. Нелокальный в пространстве отклик является несимметричным относительно направления течения тока, что объясняется различными условиями для входа/выхода вихрей через край мостика. Знак нелокального напряжения в такой геометрии при больших скоростях вихрей зависит от доминирующего механизма неравновесия, вызванного движением вихрей. При низких температурах он определяется джоулевым разогревом квазичастиц, тогда как вблизи критической температуры он обусловлен их 'охлаждением', возникающим из-за меняющегося во времени модуля сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$ вблизи движущегося вихря.

5. В квазиодномерном сверхпроводящем мостике, ограниченном нормальными 'берегами', при заданном напряжении возможно наличие нескольких устойчивых состояний, имеющих как симметричное, так и асимметричное распределение сверхпроводящего параметра порядка относительно центра мостика. При определенных параметрах асимметричное состояние существует при больших напряжениях, чем симметричное состояние, что приводит к изменению вольтамперной характеристики мостика.

6. Среди различных седловых состояний узкой сверхпроводящей пленки с током, наименьшей энергией вблизи тока распаривания I_{dep} обладает седловое состояние Лангера-Амбегаокара. В диапазоне токов $0.6I_{dep} \lesssim I \lesssim I_{dep}$ наименьшую энергию имеет состояние, с частично подавленным $|\Delta|$ в ограниченной области вблизи края

пленки (так называемый вихревой зародыш). Изгиб пленки приводит к локальному увеличению плотности тока в области изгиба и к сильному изменению токовой зависимости энергии седлового состояния, по сравнению с пленкой без изгиба.

7. Узкие сверхпроводящие пленки (с шириной $w \sim 3 \div 8\xi$) имеют ярко выраженный пик в зависимости $I_c(H)$, который обусловлен существованием краевого барьера на вход/выход вихрей и с особенностями межвихревого взаимодействия в таких сверхпроводниках. Конечное сопротивление подобных пленок (связанное с термоактивационным входом/выходом вихрей) имеет локальный максимум вблизи первого критического поля H_{c1} .

8. В рамках модифицированной модели 'горячего' пятна фотоиндуцированный резистивный отклик узкой сверхпроводящей пленки возникает из-за рождения пар вихрь-антивихрь в области с локально подавленной сверхпроводимостью, возникающей в месте поглощения фотона в центральной части пленки, и их движения при токе $I > I_{pass}$. Рассчитанная на основе предложенной модели зависимость I_{pass} от энергии, требуемой для подавления сверхпроводимости внутри этой области, близка к зависимости тока детектирования однофотонного тонкопленочного сверхпроводникового детектора от энергии фотона, если полагать, что только около 10% энергии поглощенного фотона идет на локальное подавление сверхпроводимости.

Степень достоверности и апробация работы

Все материалы, вошедшие в диссертацию, обсуждались на семинарах ИФМ РАН. Результаты также были представлены и обсуждались на семинарах в ИФТТ РАН, ИРЭ РАН, ИТФ им. Л.Д. Ландау, МПГУ, Физическом институте им. П.Н. Лебедева, University of Antwerp (Антверпен, Бельгия), University of Regensburg (Регенсбург, Германия), Karlsruhe Institute of Technology (Карлсруэ, Германия), DLR Institut fur Planetenforschung (Берлин, Германия), University of Beijing (Пекин, Китай), China High-Magnetic Field Laboratory (Хефэй, Китай), Kamerlingh Onnes laboratory (Лейден, Нидерланды). Результаты докладывались на международной конференции "Нанофизика и

наноэлектроника"(Нижний Новгород - 2005, 2007, 2008, 2010, 2011, 2013, 2014), Европейском совещании по спинтронике и мезоскопической сверхпроводимости (Брайтон-2002, Великобритания), рабочем совещании Европейского научного фонда (Маратейя-2002, Италия), 9-ом международном совещании по динамике вихрей (остров Д'Олерон - 2003, Франция), Третьей Европейской конференции по вихрям в сверхпроводниках -Vortex-III (Крит-2003, Греция), совещании Американского физического общества (APS March meeting, Монреаль-2004, Канада), рабочем совещании "Динамика вихрей в сверхпроводниках и других сложных системах"(NATO Advanced Research Workshop, Ялта-2004, Украина), рабочем совещании "Meso-06"(Черноголовка-2006), рабочем совещании "Флуктуации и фазовые переходы в сверхпроводниках (Назарет-2007, Израиль), совещании по физике низких температур (ФНТ-35, Черноголовка-2009), рабочем совещании "Сверхпроводимость в наноразмерных системах"(Лозанна-2010, Швейцария), международной конференции для молодых ученых по физике низких температур (Харьков-2011, Украина), 9-ом и 10-ом международных рабочих совещаниях по магнетизму и сверхпроводимости в наноразмерных системах (Кома-Руга-2013, Кома-Руга-2014, Испания).

Большая часть полученных теоретических результатов согласуется как количественно, так и качественно с различными экспериментами, что свидетельствует в пользу их достоверности.

Все результаты диссертации опубликованы в 2002-2014 годах в 26 статьях в ведущих зарубежных журналах.

Личный вклад автора

Автор внес основной вклад в представленные в диссертации теоретические результаты. В главах 1-4 автор ставил задачи, разрабатывал теоретические модели, выполнял численные расчеты, аналитические оценки и предлагал физическую интерпретацию полученных результатов. Результаты главы 5 получены без соавторов. Теоретические результаты главы 6 были получены частично в соавторстве с аспирантом Зотовой А.Н.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из шести глав, введения, заключения и списка литературы. Полный объем работы составляет 236 страниц и 107 рисунков.

Во Введении обоснована актуальность темы исследований, изложены цели работы и методы решения поставленных задач, показана ее научная новизна и значимость, приведены положения, выносимые на защиту.

В главе 1 (раздел 1.1) приведены основные уравнения, на основе решения которых были получены результаты диссертации. В остальных разделах первой главы, на основе решения этих уравнений, в так называемом локальном пределе, исследуется динамика параметра порядка в сверхпроводящих мостиках конечной длины и сверхпроводящих кольцах, рассчитываются вольтамперные характеристики в режимах заданного тока и напряжения, а также исследуется влияние внешнего магнитного поля и переменного тока на критический ток и ток возврата, при котором сверхпроводящий мостик переходит из резистивного в сверхпроводящее состояние.

В главе 2, в рамках обобщенного нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау, изучены изменения в структуре движущейся вихревой решетки, возникающие из-за неравновесных эффектов вблизи коров быстро движущихся вихрей. Рассмотрено, как перестройка вихревой решетки зависит от внешнего магнитного поля, которое контролирует плотность вихрей в сверхпроводнике.

В главе 3 исследуется зависимость нелокального резистивного отклика сверхпроводника в геометрии холловского мостика от магнитного поля, направления течения тока и его величины. Также рассматривается влияние неравновесных эффектов (нагрев и охлаждение квазичастиц), которые возникают при достаточно больших скоростях вихрей в токовом контакте холловского мостика.

В главе 4 исследуется влияние неравновесных эффектов, связанных с приложением напряжения к сверхпроводящему мостику, соединенному с нормальными 'берегами'. Рассчитаны вольтамперные характеристики в режиме приложенного напряжения, найдены различные устойчивые состояния мостика, соответствующие одному и тому же значению напряжения. Также рассмотрен случай, когда в центре мостика находится сверхпроводящее кольцо и проведено сравнение с экспериментом.

В главе 5 решены две задачи, связанные с конечным сопротивлением узких сверхпроводящих пленок ниже температуры сверхпроводящего перехода. Рассмотрено два случая: 1) пленка с произвольным током, меньшем критического и нулевым магнитным полем; 2) пленка с током, близком к нулевому и находящаяся в произвольном магнитном поле. В главе также рассмотрен случай пленки с изгибом. Обсуждается связь полученных результатов с экспериментом.

В главе 6 исследуется механизм разрушения сверхпроводящего состояния в узкой сверхпроводящей пленке, при наличии в центре пленки области, с частично подавленной сверхпроводимостью. Предполагается, что такая область может возникать после поглощения одиночного фотона с энергией много больше сверхпроводящей щели (щели в спектре квазичастиц). Это обстоятельство позволяет связать полученные результаты с механизмом детектирования однофотонных сверхпроводниковых детекторов и провести количественное сравнение с результатами экспериментов.

В Заключение приведены основные полученные результаты.

1. Динамика сверхпроводящего параметра порядка в 'грязных' сверхпроводящих мостиках и кольцах.

Локальное приближение

В данной главе исследуются свойства резистивного состояния в сверхпроводящих мостиках (проводах) и сверхпроводящих кольцах. Резистивное состояние в сверхпроводниках с однородным распределением тока по ширине мостика реализуется в виде центров (линий) проскальзывания фазы, которые представляют из себя область, с длиной вдоль мостика порядка длины когерентности, в которой происходят периодические во времени осцилляции модуля сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$. Вычисления в главе 1 выполнены, в так называемом, локальном приближении, которое предполагает, что отклонение от равновесия квазичастичной функции распределения не равно нулю только в области действия и во время действия источника неравновесия. Вблизи критической температуры сверхпроводника, где это приближение количественно верно, основным источником неравновесия является изменение $|\Delta|$ во времени. Из-за достаточно большого времени релаксации неравновесных квазичастиц, по сравнению с характерными 'сверхпроводящими' временами, этот механизм неравновесия приводит к большому времени изменения $|\Delta|$. Основной целью исследований является изучение, как данный эффект влияет на динамический процесс проскальзывания фазы, в частности на минимальный ток (так называемый ток возврата I_r), при котором данный процесс прекращается. Будет также изучено как конечная длина мостика, граничные условия на его концах и внешнее магнитное поле влияют на I_r и исследован процесс проскальзывания фазы в мостике, в режиме заданного напряжения или при наличии переменного низкочастотного тока.

Приведенные ниже результаты опубликованы в работах [A1, A2, A4-A7, A10, A11, A13, A16].

1.1. Уравнения, описывающие динамику сверхпроводящего параметра порядка в 'грязных' сверхпроводниках в окрестности критической температуры

Для решения задачи о динамике сверхпроводящего параметра порядка необходимо искать совместное решение системы уравнений, состоящей из уравнения для сверхпроводящего параметра порядка $\Delta = |\Delta|e^{i\phi}$, кинетического уравнения для функции распределения квазичастиц $f(\epsilon)$ и уравнений на нормальные и аномальные функции Грина. В 'грязном' пределе (справедливом, когда длина свободного пробега $l = v_F\tau_{el}$ много меньше, чем $\xi_{pure} \sim \hbar v_F/k_B T_c$, где τ_{el} - характерное время упругого рассеяния на немагнитных примесях) функция распределения не зависит от направления импульса квазичастицы, а зависит только от ее энергии. Это обстоятельство сильно упрощает расчет неравновесной $f(\epsilon)$. Другие значительные упрощения возникают вблизи критической температуры сверхпроводника, когда существует малый параметр $|\Delta|/k_B T_c \ll 1$ и характерное время изменения $|\Delta|$ много больше, чем $\hbar/|\Delta|$. Используя эти обстоятельства, из микроскопической теории неравновесной сверхпроводимости в ряде работ [1,2,5,9,57] была получена следующая система уравнений

$$\frac{\pi\hbar}{8k_B T_c} \frac{\partial \Delta}{\partial t} + (\Phi_1 + i\Phi_2)\Delta = \xi_{GL}^2 (\nabla - 2ie\mathbf{A}/\hbar c)^2 \Delta + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2}\right) \Delta \quad (1.1)$$

$$N_1 \frac{\partial \delta f_L}{\partial t} = D\nabla \cdot ((N_1^2 - R_2^2)\nabla \delta f_L) + D\mathbf{j}_\epsilon \cdot \left(\nabla f_T - \frac{e}{c} \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) - \frac{N_1}{\tau_{in}} \delta f_L - R_2 \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial |\Delta|}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} N_1 \left(f_T + e\varphi \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon}\right) = D\nabla \cdot \left((N_1^2 + N_2^2)\nabla \left(f_T - \frac{e}{c} \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)\right) + D\mathbf{j}_\epsilon \cdot \nabla \delta f_L - \frac{N_1}{\tau_{in}} \left(f_T + e\varphi \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon}\right) - N_2 |\Delta| \left(2f_T + \hbar \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial \phi}{\partial t}\right), \quad (1.3)$$

$$\hbar \operatorname{div}(D\nabla \Theta) + \left(\left(2i\epsilon - \frac{\hbar}{\tau_{in}}\right) - \hbar D Q^2 \cos \Theta\right) \sin \Theta + 2|\Delta| \cos \Theta = 0. \quad (1.4)$$

В уравнениях 1.1-1.4 $\xi_{GL}^2 = \pi\hbar D/8k_B T_c$, $\Delta_{GL}^2 = 8\pi^2(k_B T_c)^2/7\zeta(3)$, $D = v_F l/3$ - коэффициент диффузии, $-f_L(-\epsilon) = f_L(\epsilon) = f_L^0 + \delta f_L$ - нечетная и $f_T(-\epsilon) = f_T(\epsilon)$

четная части функции распределения квазичастиц $f(\epsilon) = (1 - f_L(\epsilon) - f_T(\epsilon))/2$ (в равновесии $f(\epsilon) = f_L^0 = \tanh(\epsilon/2k_B T)$). Спектральные коэффициенты $N_1(\epsilon)$, $N_2(\epsilon)$, $R_2(\epsilon)$ являются мнимыми и реальными частями нормальной $\alpha(\epsilon)$ и аномальной $\beta(\epsilon)_{1,2}$ функций Грина: $\alpha = \cos(\Theta) = N_1 + iR_1$, $\beta_{1,2} = \sin(\Theta)e^{\pm i\phi} = (N_2 + iR_2)e^{\pm i\phi}$, а $\mathbf{Q} = \nabla\phi - 2e\mathbf{A}/\hbar c$ величина, пропорциональная сверхскорости $\mathbf{v}_s = \hbar\mathbf{Q}/m$. Заметим, что уравнения 1.2-1.3 связаны из-за наличия спектрального сверхтока [26] $\mathbf{j}_\epsilon = \text{Re}(\beta_1\nabla\beta_2 - \beta_2\nabla\beta_1)/2 = 2N_2R_2\mathbf{Q}$.

В уравнениях 1.2-1.3 интеграл столкновений электронов (квазичастиц) с фононами записан, в так называемом, τ -приближении. Это справедливо, когда отклонения от равновесия малы $\delta f_L \ll f_L^0$ и происходят при энергиях $\epsilon \ll k_B T$ [2, 5]. При выводе уравнений 1.2-1.3 также предполагалось, что эффективное время релаксации в равновесие, за счет неупругого электрон-фононного взаимодействия τ_{in} не зависит от энергии (так как предполагается, что отклонение от равновесия происходит при энергиях $\epsilon \sim \Delta_{eq} \ll k_B T$). Кроме того предполагалось, что характерное время электрон-электронного неупругого рассеяния много меньше, чем время рассеяния на фононах, что позволило пренебречь электрон-электронным интегралом столкновений. С физической точки зрения последнее условие означает, что процесс термализации в системе электронов не успевает происходить и отклонения от равновесия нельзя описать в терминах локальной эффективной температуры.

Потенциалы Φ_1 и Φ_2 в уравнении для сверхпроводящего параметра порядка (ур. 1.1) зависят от $f_L(\epsilon)$ и $f_T(\epsilon)$ следующим образом:

$$\Phi_1 = - \int_0^\infty R_2 \delta f_L d\epsilon / |\Delta| \quad (1.5)$$

$$\Phi_2 = - \int_0^\infty N_2 f_T d\epsilon / |\Delta|. \quad (1.6)$$

С физической точки зрения, четная по энергии часть $f(\epsilon)$ ($f_T(\epsilon)$) описывает эффекты, связанные с наличием так называемого зарядового дисбаланса в сверхпроводнике (при котором количество дырочноподобных и электроноподобных квазичастиц не равно друг другу). Зарядовый дисбаланс возникает, например, вблизи границы нормальный металл-сверхпроводник (NS граница) при конвертации сверхтока в нормальный ток (или наоборот). Нечетная по энергии часть $f(\epsilon)$

$(f_L(\epsilon))$ описывает эффекты, связанные с 'нагревом' или 'охлаждением' квазичастиц. Например, если $\delta f_L(\epsilon) > 0$, то $\Phi_1 < 0$ и из уравнения 1.1 следует, что в этом случае будет происходить эффективное 'охлаждение' сверхпроводника (так как эффективная 'температура' сверхпроводника $T_{eff} = T + T_c \Phi_1$ становится меньше чем T). В противоположном случае $\Phi_1 > 0$ и будет иметь место 'нагрев' сверхпроводника.

Источниками неравновесия ('нагрева' или 'охлаждения' квазичастиц) в рамках уравнения 1.2 являются изменение модуля параметра порядка во времени (член пропорциональный $\partial|\Delta|/\partial t$ в правой части ур. 1.2), а также наличие градиента зарядового дисбаланса и сверхскорости (член пропорциональный $j_\epsilon \nabla f_T$). С физической точки зрения первый источник неравновесия связан с зависимостью энергии квазичастиц $\epsilon_k = \sqrt{|\Delta|^2 + \zeta_k^2}$ (здесь $\zeta_k = \hbar^2 k^2/2m - \hbar^2 k_F^2/2m$ есть энергия квазичастиц в нормальном состоянии, отсчитываемая от уровня Ферми $E_F = \hbar^2 k_F^2/2m$) от $|\Delta|$. При изменении $|\Delta|$ во времени энергия квазичастиц изменяется, однако числа заполнения этих состояний (которые определяются $f(\epsilon)$) могут изменяться с другой скоростью, что и способно приводить к неравновесной $f(\epsilon)$ [58].

Второй источник 'нагрева' (или 'охлаждения') связан с зависимостью энергии квазичастиц не только от $|\Delta|$, но и от сверхскорости v_s : $\epsilon_k = \sqrt{|\Delta|^2 + \zeta_k^2} + \hbar \mathbf{k} \mathbf{v}_s$, а также с наличием градиента зарядового дисбаланса. Как было показано на примере длинного джозефсоновского SNS контакта (теоретически в работе [59] и экспериментально в [60]) данный механизм приводит как к 'охлаждению', так и 'нагреву' квазичастиц, в зависимости от знака скалярного произведения $\mathbf{v}_s \cdot \nabla f_T$.

Параллельно с этим механизмом неравновесия, существует обратный ему механизм генерации зарядового дисбаланса в сверхпроводнике при наличии градиента f_L (возникающего, например, при наличии градиента температуры) и сверхскорости v_s [61–64]. Знак генерируемого зарядового дисбаланса определяется знаком скалярного произведения $\mathbf{v}_s \cdot \nabla f_L$. Данный эффект описывается членом $\mathbf{j}_\epsilon \nabla f_T$ в уравнении 1.3.

Отметим, что уравнение 1.2 не позволяет полностью описать джоулев 'разогрев' квазичастиц в *нестационарном* состоянии. Для того чтобы включить данный эффект

в рассмотрение, необходимо добавить дополнительный член, пропорциональный $\partial v_s / \partial t$ в правую часть уравнения 1.2 (см. ур. II.27d в [3]). Однако вблизи критической температуры сверхпроводника джоулев разогрев можно не учитывать, так как он мал по параметру $\sim (1 - T/T_c)$ по сравнению с источником неравновесия, связанным с изменением $|\Delta|$ во времени.

Уравнения 1.1-1.4 должны быть дополнены связью между электрическим потенциалом и f_T , которая следует из условия электронейтральности (так как экранировка заряда в металлах происходит на масштабе радиуса Дебая, много меньшего чем $\xi(T)$, то можно положить заряд равный нулю $\rho = 0$), [5]

$$e\varphi = - \int_0^\infty N_1 f_T d\epsilon / \int_0^\infty N_1 \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} d\epsilon, \quad (1.7)$$

и выражением для плотности тока

$$\mathbf{j} = \frac{\sigma_n}{e} \left(\frac{|\Delta|^2 \mathbf{Q}}{4k_B T_c} + \int_0^\infty \left((N_1^2 + N_2^2) \left(\nabla f_T - \frac{e}{c} \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \mathbf{j}_\epsilon \delta f_L \right) d\epsilon \right), \quad (1.8)$$

где первое слагаемое в скобках представляет из себя обычный сверхпроводящий ток в стационарной модели Гинзбурга-Ландау, а второе слагаемое возникает в неравновесной ситуации и позволяет описать нормальный ток, текущий в сверхпроводнике (член пропорциональный ∇f_T) и добавку к сверхтоку (член пропорциональный $j_\epsilon \delta f_L$).

Условием применимости уравнений 1.1-1.8 является близость температуры к критической температуре сверхпроводника, что позволило использовать малый параметр $|\Delta|/k_B T_c \ll 1$ при выводе уравнения 1.1. Предположение о медленности изменения Δ на временах $\sim \hbar/|\Delta|$ позволяет учесть только первую производную по времени от Δ в уравнении 1.1 и рассматривать стационарное уравнение для нормальной и аномальной функций Грина, с зависящими от времени $|\Delta|$ и Q - уравнение 1.4 (подробное обсуждение условий применимости уравнений 1.1-1.8 можно найти в работе [5]).

В случае, если нестационарный процесс является медленным (по сравнению с τ_{in}) и происходит на масштабах больших, чем $L_{in} = (D\tau_{in})^{1/2}$, то можно использовать так называемое *локальное* приближение и пренебречь временной и пространственной производной в кинетических уравнениях 1.2-1.3. Кроме того, вблизи T_c можно

пренебречь связью между f_L и f_T за счет ненулевого спектрального тока j_ϵ , так как $\mathbf{j}_e \nabla f_T \sim |\Delta| Q j_n \sim (1 - T/T_c)^{5/2}$ ($N_2 R_2 \sim |\Delta| \delta(\epsilon - |\Delta|)$ и $\nabla f_T \sim -\nabla \varphi \sim j_n$), тогда как $R_2 \partial |\Delta| / \partial t \sim |\Delta|^2 / \tau_{GL} \sim (1 - T/T_c)^2$, (где $\tau_{GL} = \pi \hbar / 8 k_B |T_c - T|$). В этом же приближении можно пренебречь второй производной по координатам в уравнении 1.4 и учесть то, что $\hbar D Q^2 \sim (1 - T/T_c) \ll |\Delta| \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$ вблизи T_c .

В результате можно выразить Φ_1 через $\partial |\Delta| / \partial t$ и Φ_2 через электрический потенциал φ и $\partial \varphi / \partial t$ и получить замкнутое уравнение на сверхпроводящий параметр порядка [5, 9]

$$\begin{aligned} \frac{\pi \hbar}{8 k_B T_c} \frac{1}{\sqrt{1 + (\Gamma |\Delta|)^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{i 2 e \varphi}{\hbar} + \frac{\Gamma^2}{2} \frac{\partial |\Delta|^2}{\partial t} \right) \Delta = \\ = \xi_{GL}^2 (\nabla - 2 i e \mathbf{A} / \hbar c)^2 \Delta + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2} \right) \Delta, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где $\Gamma = 2 \tau_{in} / \hbar$. В локальном приближении также справедливо более простое выражение для полного тока

$$\mathbf{j} = \sigma_n \left(\frac{|\Delta|^2 \mathbf{Q}}{4 e k_B T_c} - \nabla \varphi \right) = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n. \quad (1.10)$$

Уравнения 1.9-1.10 справедливы в значительно более узком диапазоне температур ($1 - \pi \hbar / 8 k_B T_c \tau_{in} \lesssim T/T_c < 1$), чем уравнения 1.1-1.8 (последние справедливы при $0.9 \lesssim T/T_c < 1$).

Отметим, что в рамках локального приближения $\delta f_L(\epsilon) \sim -\tau_{in} \partial |\Delta| / \partial t$ и отсюда сразу следует, что 'охлаждение' локально происходит в тех местах, где $|\Delta|$ уменьшается во времени, а 'нагрев' там, где $|\Delta|$ растет. Кроме того, в этом приближении характерное время изменения модуля сверхпроводящего параметра $\tau_{|\Delta|} \sim \tau_{in}$, что видно из уравнения 1.9, если записать его для динамики $|\Delta|$.

В пределе $\Gamma |\Delta| \ll 1$ из уравнения 1.9 следует обычное нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау

$$\frac{\pi \hbar}{8 k_B T_c} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{i 2 e \varphi}{\hbar} \right) \Delta = \xi_{GL}^2 (\nabla - 2 i e \mathbf{A} / \hbar c)^2 \Delta + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2} \right) \Delta, \quad (1.11)$$

В дальнейшем, вышеприведенные уравнения решены численно для различных задач. Как всегда, при численных вычислениях удобно использовать безразмерные переменные. В случае, если не исследуется температурная зависимость, то для обезразмеривания удобно использовать температурно зависящие величины. Например, длина измеряется в единицах $\xi(T) = \xi_{GL} / (1 - T/T_c)^{1/2}$, $|\Delta|$ в единицах

$\Delta_{eq} = \Delta_{GL}(1 - T/T_c)^{1/2}$, время в единицах $\tau_0 = \pi\hbar/8k_B|T_c - T|u$, где $u = \pi^4/14\zeta(3) \simeq 5.79$. В этом случае электрический потенциал измеряется в единицах $\varphi_0 = \hbar/e\tau_0$, векторный потенциал в единицах $\Phi_0/2\pi\xi(T)$, а плотность тока в единицах $j_{GL} = c\Phi_0/8\pi^2\xi(T)\lambda_L(T)^2$ ($\lambda_L(T)$ - температурно-зависящая Лондоновская глубина проникновения магнитного поля). В таких безразмерных единицах уравнения 1.9, 1.11 имеют следующий вид

$$\frac{u}{\sqrt{1 + (\gamma|\psi|)^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\gamma^2}{2} \frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} \right) \psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2 \psi + (1 - |\psi|^2) \psi, \quad (1.12)$$

$$u \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi \right) \psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2 \psi + (1 - |\psi|^2) \psi, \quad (1.13)$$

где $\gamma = 2\tau_{in}\Delta_{GL}(1 - T/T_c)^{1/2}/\hbar$ и $\psi = \Delta/\Delta_{eq}$.

Во всех последующих разделах главы 1 используется локальное приближение для исследования резистивного состояния и динамики сверхпроводящего параметра порядка в сверхпроводящих мостиках конечной длины и сверхпроводящих кольцах. В случае, если толщина и ширина мостиков(колец) меньше или порядка длины когерентности, то можно пренебречь зависимостью Δ от соответствующих координат и рассматривать одномерную задачу. Как будет обсуждаться в разделе 1.8, полученные результаты оказываются справедливы и в двумерном случае, когда ширина сверхпроводящей пленки больше чем $\xi(T)$ при условии, что ток распределен однородно по ширине пленки.

В численных расчетах в главе 1 использовался метод Эйлера для решения уравнения 1.12 или 1.13. В главе 1, в основном рассматриваются одномерные системы, что позволяет использовать условие $j = const = j_s + j_n$, следующее из непрерывности полного тока $divj = 0$, для нахождения электрического потенциала. В качестве граничных условий использовались периодические граничные условия в задаче о сверхпроводящем кольце, граничное условие $\psi(x = \pm L/2) = exp(-i\varphi(\pm L/2)t)$ в случае сверхпроводящего мостика, соединенного с массивными сверхпроводящими берегами, и условие $\psi(x = \pm L/2) = 0$, в случае мостика, соединенного с нормальными берегами.

1.2. Динамика сверхпроводящего параметра порядка при переходах между метастабильными состояниями в однородном сверхпроводящем кольце

В данном разделе исследуется динамика перехода между метастабильными состояниями сверхпроводящего кольца (характеризуемых различным значением завихренности $N = \int_0^{2\pi R} \nabla \phi ds / 2\pi$, где интегрирование производится вдоль кольца) при повышении магнитного поля. На рис. 1 показана свободная энергия сверхпроводящего кольца для различных значений N , как функция приложенного магнитного поля. Поле H_s соответствует критическому магнитному полю при котором стационарное сверхпроводящее состояние с $N = 0$ теряет устойчивость. Используя одномерное уравнение Гинзбурга-Ландау, нетрудно показать, что сверхпроводящее стационарное состояние кольца становится неустойчивым, когда скорость сверхпроводящих электронов v_s достигнет критического значения [65,66]

$$\frac{v_s^c}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{2R^2}} \quad (1.14)$$

где $v_0 = \hbar/\xi m$. В пределе кольца большого радиуса ($R \gg \xi$) критическая скорость, определяемая выражением 1.14, соответствует скорости распаривания, а плотность сверхпроводящего тока при этом достигает плотности тока распаривания. Так как $A = HR/2$ (в калибровке Лондона), то получаем $H_s \sim v_s^c/R$.

Можно ожидать, что при превышении критической сверхскорости сверхпроводящее состояние будет разрушаться через появление одного или нескольких центров проскальзывания фазы вдоль кольца. Каждое проскальзывание фазы приводит к уменьшению v_s на величину $v_0\xi/R$ и процесс проскальзывания фазы должен остановиться в любом случае, когда v_s станет меньше, чем $v_0\xi/R$. Используя эти соображения можно оценить максимальное изменение завихренности

$$\delta N_{max} = \text{Int} \left[\frac{v_s^c R}{v_0 \xi} \right] = \text{Int} \left[\frac{R}{\sqrt{3}\xi} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{2R^2}} \right]. \quad (1.15)$$

Для исследования динамики перехода использовалось обычное нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау, где в качестве свободного параметра использовался коэффициент u перед первой производной по времени (см. ур. 1.13). Из уравнения 1.13 следует, что вариация u приводит к изменению $\tau_{|\Delta|} \sim u$, что с физической точки

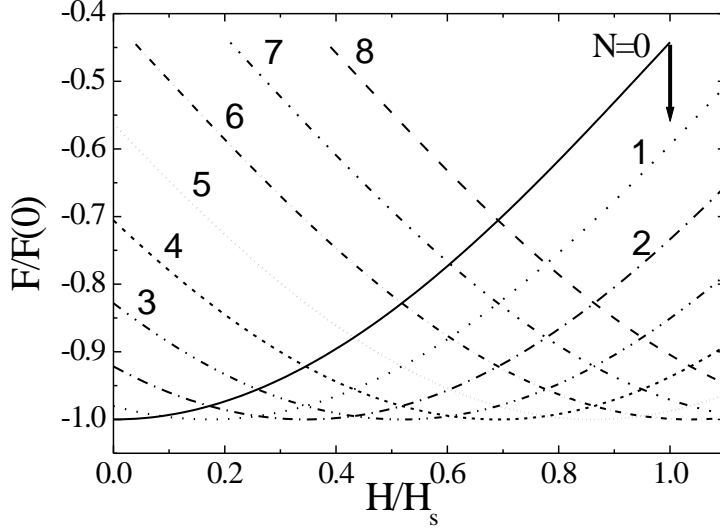


Рис. 1. Зависимость свободной энергии одномерного кольца с радиусом $R = 10\xi$ от магнитного поля при различных значениях завихренности N . Расчет произведен в модели Гинзбурга-Ландау, $F(0)$ соответствует свободной энергии сверхпроводящего кольца с нулевой завихренностью в нулевом магнитном поле.

зрения соответствует вариации τ_{in} в уравнении 1.12.

В расчетах магнитное поле увеличивалось постепенно от нуля до $H_s + \delta H$ (где $\delta H = 0.036H_s$ для $R = 10\xi$ и $\delta H = 0.012H_s$ для $R = 15\xi$) в течении временного интервала $\delta t = 100\tau_0$, после которого магнитное поле не менялось. Величины δH и δt были выбраны из тех соображений, чтобы уменьшить начальный период развития неустойчивости, после которого возникает процесс проскальзывания фазы и осцилляции $|\Delta|$.

На рисунке 2 показана типичная динамика модуля параметра порядка, нормальной и сверхпроводящей плотности тока в месте, где происходили осцилляции $|\Delta|$ для колец с двумя радиусами $R = 10\xi$ и $R = 15\xi$ (эти два значения были выбраны с тем расчетом, что в таких кольцах $\delta N_{max} \gg 1$). Из численных расчетов следует, что завихренность N финального состояния кольца зависит от u и изменение завихренности может быть меньше, чем δN_{max} . Причем чем больше u , тем больше N после окончания перехода. Сам переход происходит следующим образом. С увеличением магнитного поля параметр порядка уменьшается (см. вставку на рис.

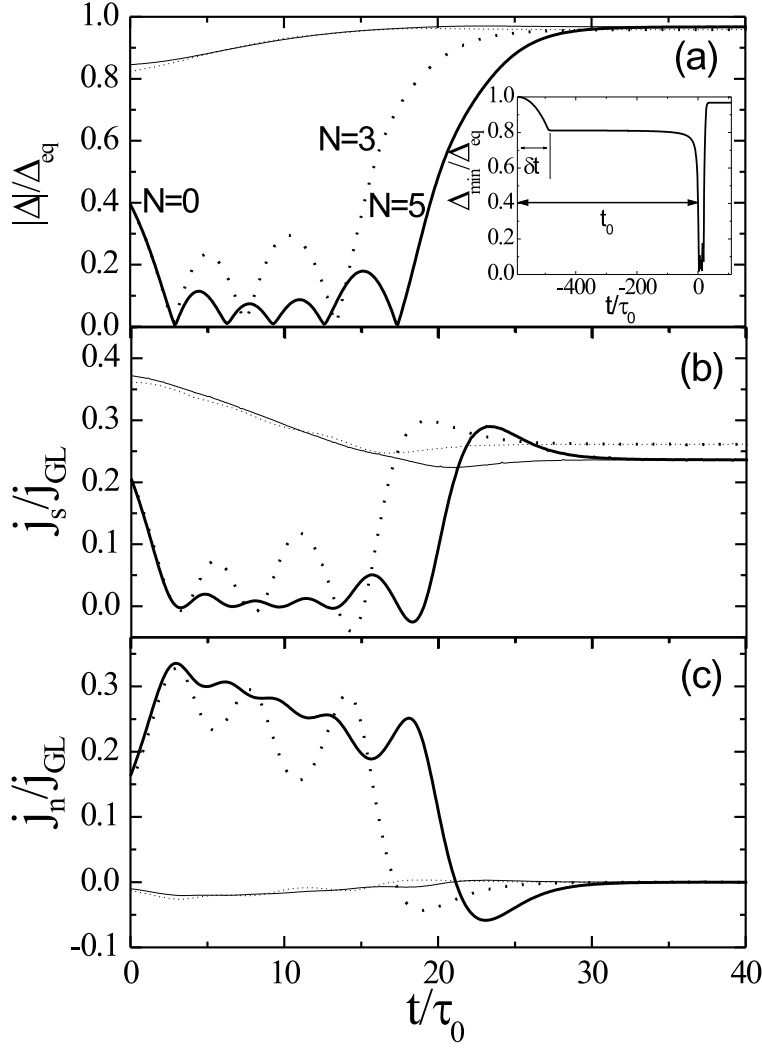


Рис. 2. Временная зависимость $|\Delta|$ (а), сверхпроводящей j_s (б) и нормальной j_n (с) плотности тока в месте, где $|\Delta|$ достигает минимального (толстые кривые) и максимального (тонкие кривые) значений при $u = 3$, $R = 10\xi$ (пунктирные кривые) и $R = 15\xi$ (сплошные кривые). Для обоих колец магнитное поле увеличивалось от нуля до H_s за время $\delta t = 100\tau_0$ (см. вставку на рисунке (а)).

2(а)) так как увеличивается скорость сверхпроводящих электронов. При превышении магнитным полем значения H_s в кольце появляется место, в котором $|\Delta|$ достигает минимального значения Δ_{min} и Δ_{min} вначале относительно медленно (на временном масштабе, сравнимом с τ_0) уменьшается со временем (см. вставку на рис. 2(а)). Когда Δ_{min} достигает значения $\sim 0.4\Delta_{eq}(T)$ процесс изменения Δ_{min} ускоряется, Δ_{min} обращается в ноль и затем происходят осцилляции $|\Delta|$ (см. рис. 2(а)). В то же самое время происходят осцилляции сверхпроводящего (рис. 2(б)) и нормального (рис. 2(с))

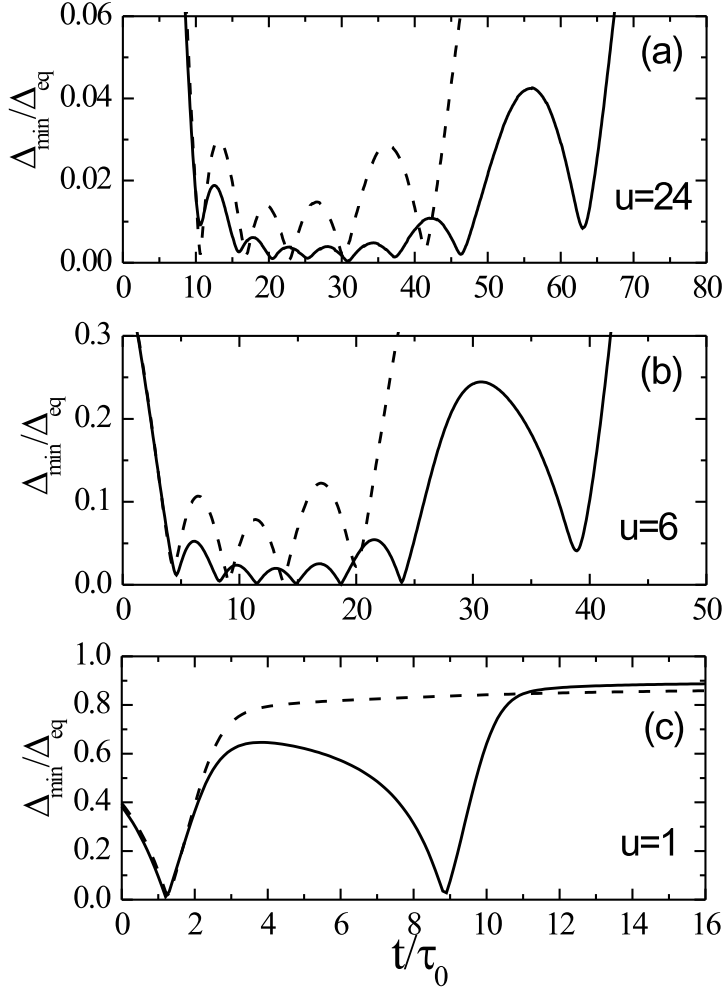


Рис. 3. Динамика модуля сверхпроводящего параметра порядка в точке где $|\Delta|$ принимает минимальное значение при различных значениях параметра u и двух радиусах $R = 10\xi$ (пунктирные кривые) и $R = 15\xi$ (сплошные кривые). Начало координат смещено к моменту, когда $\Delta_{min} = 0.4\Delta_{eq}$.

токов в той же самой точке. В других местах вдоль кольца такие осцилляции менее выражены (см. тонкие кривые на рис. 2). Через определенный интервал времени кольцо переходит в новое стационарное состояние с $N = 3$ для кольца с $R = 10\xi$ и $N = 5$ для $R = 15\xi$.

На рисунке 3 представлена динамика Δ_{min} при различных значениях u . Заметим, что с увеличением u число проскальзываний фазы (или, эквивалентно, количество нулей на зависимости $\Delta_{min}(t)$) увеличивается, что говорит о росте δN . Другим важным свойством является то, что амплитуда осцилляций Δ_{min} уменьшается с

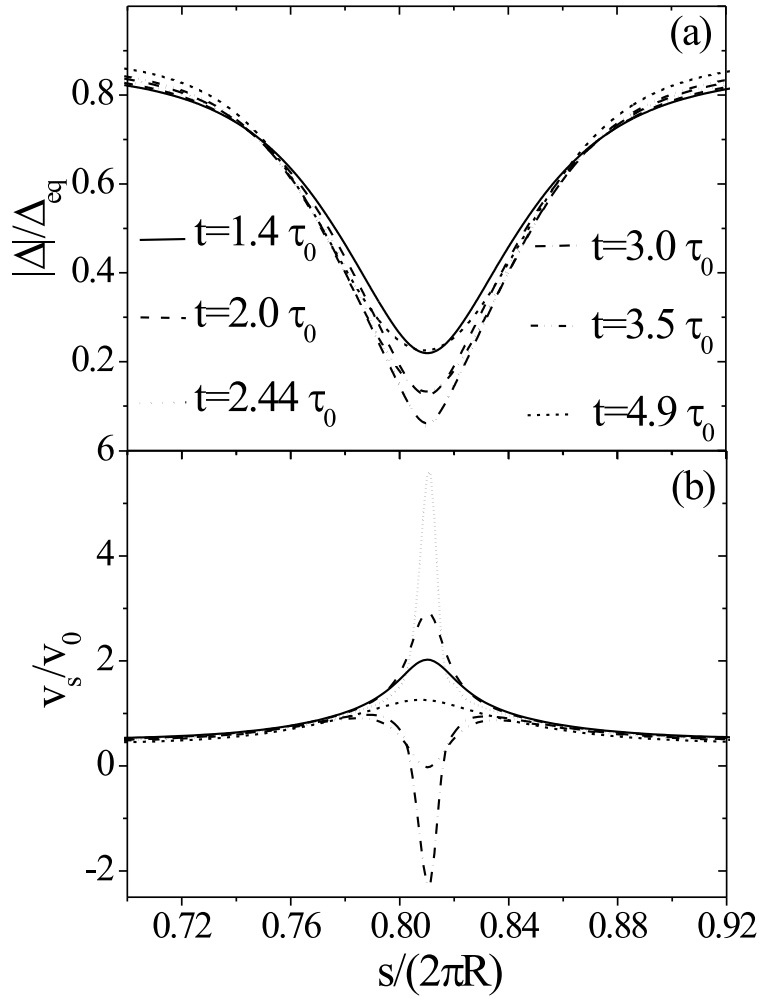


Рис. 4. Распределение $|\Delta|$ (a) и сверхскорости v_s (b) возле центра проскальзывания фазы в различные моменты времени в кольце с $R = 10\xi$ и $u = 3$. Проскальзывание фазы происходит в момент времени $t \simeq 2.7\tau_0$.

ростом u .

Анализ нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау (ур. 1.13) и полученных численных результатов показывает, что существует два характерных времени в рассматриваемой модели. Первое, это время изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Вторым временем является время между двумя последовательными проскальзываниями фазы (период осцилляций Δ_{min} - см. рис. 3). Ниже будет показано, что второе время пропорционально времени изменения разности фаз сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{\delta\phi}$ и оно связано со временем релаксации зарядового дисбаланса.

На рисунке 4 показано распределение $|\Delta|$ и сверхскорости v_s возле точки, где Δ_{min} первый раз обращается в ноль, в различные моменты времени до и после момента проскальзывания фазы, которое происходит в момент времени $t \simeq 2.7\tau_0$. До момента проскальзывания фазы $|\Delta|$ уменьшается, тогда как после увеличивается. Для того чтобы понять такое различное поведение запишем уравнение 1.13 отдельно для динамики $|\psi| = |\Delta|/\Delta_{eq}$ и фазы ϕ

$$u \frac{\partial |\psi|}{\partial t} = \frac{\partial^2 |\psi|}{\partial s^2} + |\psi| \left(1 - |\psi|^2 - \left(\frac{v_s}{v_0} \right)^2 \right), \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\varphi - \frac{1}{u|\psi|^2} \frac{\partial j_n}{\partial s}, \quad (1.17)$$

где s координата вдоль кольца и при записи уравнения 1.17 было использовано условие $\text{div}(j_s + j_n) = 0$. Очевидно, что если правая часть 1.16 отрицательная, то $|\psi|$ уменьшается во времени, а если положительная, то наоборот, $|\psi|$ увеличивается во времени. Так как вторая производная $|\psi|$ всегда положительна возле центра проскальзывания фазы (см. рис. 4(a)), то различная временная зависимость $|\psi|(t)$ определяется членом $\sim -v_s^2 |\psi|$. Из рис. 4(b) видно, что после проскальзывания фазы значение v_s меньше, чем до (с практически тем же распределением $|\psi|(s)$), что и приводит к росту $|\psi|$ после момента проскальзывания фазы. Однако, в некоторый момент времени скорость v_s может стать достаточно большой, чтобы правая часть ур. 1.16 снова стала отрицательной, что и будет приводить к уменьшению $|\Delta|$.

Основываясь на результатах численного счета можно сделать вывод, что для каждого значения Δ_{min} существует критическое значение сверхскорости в минимальной точке $v_s^{c,min}$ такое, что если сверхскорость $v_s^{min} < v_s^{c,min}$, то Δ_{min} растет во времени, а в противоположном случае Δ_{min} уменьшается (в случае с однородно распределенным вдоль кольца $|\Delta|$, неустойчивость возникает при $v_s > v_s^c$, определяемой уравнением 1.14). Следовательно, если после проскальзывания фазы v_s растет достаточно быстро, так чтобы в какой-то момент времени стало выполнено условие $v_s^{min} > v_s^{c,min}$, то Δ_{min} будет уменьшаться снова, приводя к новому проскальзыванию фазы.

Из полученных результатов следует, что время изменения v_s (или разности фазы сверхпроводящего параметра порядка) и $|\Delta|$ по разному зависят от u .

Действительно, из рисунков 2 и 3 следует, что с увеличением u время изменения $|\Delta|$ становится больше (это видно, например, из уменьшения амплитуды осцилляций $|\Delta|$). В тоже время, изменение v_s зависит не только от u , но также от предистории: чем больше проскальзываний фазы произошло в кольце (и чем больше изменилась завихренность в кольце), тем больше становится время между двумя последовательными проскальзываниями фазы. Для того чтобы понять такое поведение можно воспользоваться ур. 1.17.

Из уравнения 1.17 легко получить соотношение между разностью фаз возле центра проскальзывания фазы $\delta\phi = \phi(+\xi) - \phi(-\xi)$ и падением напряжения $V = -(\varphi(+\lambda_Q) - \varphi(-\lambda_Q))$

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{d\delta\phi}{dt} = V \sim j_n(0)\lambda_Q, \quad (1.18)$$

где $j_n(0)$ нормальная плотность тока в центре проскальзывания фазы и $\lambda_Q \sim 1/u^{1/2}|\psi|$ определяет эффективную глубину проникновения электрического поля в сверхпроводник, или длину релаксации зарядового дисбаланса в рамках модельного уравнения 1.13. Из уравнения 1.18 можно оценить время изменения $\delta\phi$ или сверхскорости $v_s \sim \delta\phi$ возле центра проскальзывания фазы

$$\tau_{\delta\phi} \sim \frac{1}{\lambda_Q |j_n(0)|}, \quad (1.19)$$

Данный результат позволяет качественно объяснить результаты численных расчетов. Действительно, из рис. 2(с) видно, что $|j_n(0)|$ уменьшается после каждого проскальзывания фазы что, согласно выражению 1.19 должно приводить к росту $\tau_{\delta\phi}$. С увеличением u , λ_Q уменьшается и $\tau_{\delta\phi}$ увеличивается. Из численных расчетов следует (см. рис. 5), что $\tau_{\delta\phi} \sim u^{0.21}$ и $\tau_{\delta\phi} \sim u^{0.23}$ для колец с радиусами $R = 10\xi$ и $R = 15\xi$, соответственно (при этом $\tau_{\delta\phi}$ было определено как время между первым и вторым проскальзываниями фазы). Этот результат близок к ожидаемому из уравнения 1.19, если использовать зависимость $\lambda_Q(u) \sim u^{-0.27}\xi$, следующую из результатов численного расчета для NS границы (в диапазоне $u = 1 - 100$). Кроме того, выражение 1.19 позволяет объяснить уменьшение $\tau_{\delta\phi}$ с увеличением радиуса кольца (см. вставку на рис. 5). Действительно, после каждого проскальзывания фазы, сверхскорость в кольце уменьшается на $\sim v_0\xi/R$, что приводит к уменьшению полного тока, и, следовательно, $j_n(0)$. Принимая во внимание ур. 1.19 можно сделать

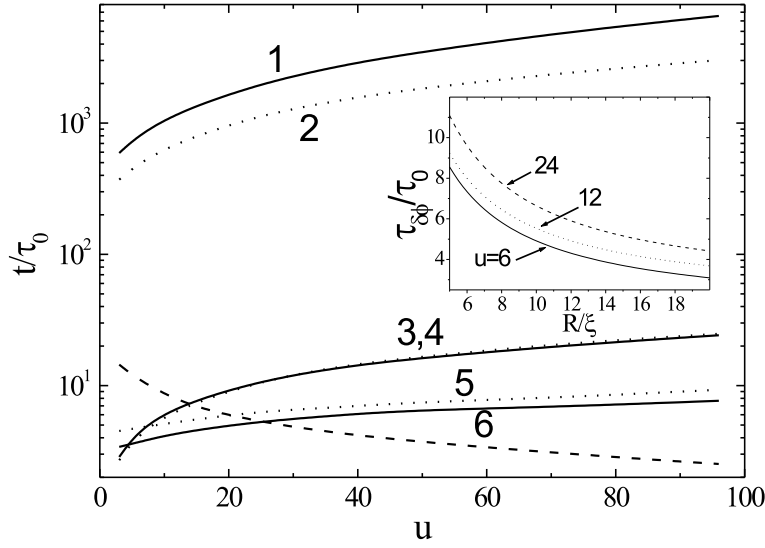


Рис. 5. Зависимость от параметра u начального времени подавления t_0 (кривые 1,2), времени релаксации $\tau_{|\Delta|}$ (кривые 3,4 - в численных расчетах $\tau_{|\Delta|}$ было определено как время необходимое для изменения Δ_{min}/Δ_{eq} от 0.4 до 0 при первом проскальзывании фазы) и времени изменения разности фаз $\tau_{\delta\phi}$ (кривые 5,6 - определено из численных расчетов как время между первым и вторым проскальзыванием фазы). Точечные (сплошные) кривые соответствуют кольцу с радиусом $R = 10\xi$ (15ξ). Пунктирная кривая соответствует времени релаксации зарядового дисбаланса (полученного из соотношения $\tau_Q/\tau_0 = 5.79\lambda_Q^2/\xi^2$). На вставке показана зависимость $\tau_{\delta\phi}$ от радиуса кольца для различных значений u .

вывод, что $\tau_{\delta\phi}$ после каждого проскальзывания фазы будет увеличиваться на $\sim \xi/R$ (по крайней мере для колец большого радиуса $R \gg \xi$ и для первых проскальзываний фазы). Поведение близкое к этому показано на вставке к рис. 5 (интересно отметить, что в отличии от $\tau_{\delta\phi}$, время $\tau_{|\Delta|}$ практически не зависит от радиуса кольца).

На основании этих результатов можно сделать следующее заключение: когда период осцилляций (время изменения разности фаз сверхпроводящего параметра порядка) становится порядка или больше чем $\tau_{|\Delta|}$, то следующее проскальзывание фазы становится невозможным.

Необходимо отметить, что полученный выше результат существенно зависит от наличия электрического потенциала и необходимости решения уравнения $\text{div} j = 0$. Был проведен численный эксперимент, в котором член с φ был опущен в ур. 1.13 и

было обнаружено, что число проскальзываний фазы в этом случае не зависело от u и R и $\delta N = 1$. Данный результат показывает на важность электрического потенциала в появлении второго характерного времени в рассматриваемой системе.

В работе [65] также изучался вопрос о переходе между метастабильными состояниями в сверхпроводящем кольце. Однако авторы данной работы положили $\varphi = 0$ и в результате численного моделирования были обнаружены переходы с $\delta N > 1$ только в случае быстрого роста магнитного поля. В работе [65] такие переходы были связаны с появлением нескольких точек вдоль кольца, в которых одновременно происходило по одному проскальзыванию фазы.

В недавней работе [67] исследовался вопрос о величине δN при переходе между различными метастабильными состояниями в одномерном кольце. Авторы данной работы подтвердили основные выводы наших исследований для $u \gg 1$, и обнаружили, что при $u \ll 1$ возможно только одно проскальзывание фазы в какой-либо точке сверхпроводящего кольца, однако несколько таких точек вдоль кольца может появиться одновременно.

Нами было также исследовано влияние конечной ширины кольца на переходы между состояниями с различной завихренностью. С этой целью было выполнено численное моделирование двумерного нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау. Вычисления показали, что для колец с шириной $w < 2\xi$ параметр порядка практически не зависит от радиальной координаты, что видно из рис. 6 и сверхпроводимость пропадает в поле, выше критического H_c . Для поля H_c было найдено аппроксимирующее выражение, которое хорошо удовлетворяет численным результатам при $w < 2\xi$ и $w/R < 1$ (с точностью лучше, чем 2%)

$$H_c = 3.67 \frac{\Phi_0}{2\pi\xi w}. \quad (1.20)$$

Критическое поле кольца (выражение 1.20) имеет такую же зависимость от ξ и w как и узкая сверхпроводящая пластина с толщиной $w < \sqrt{5}\lambda_L$, помещенная в параллельное магнитное поле [68, 69]. Даже величина численного коэффициента, который для пластины равен $2\sqrt{3} \simeq 3.46$, оказывается близка. Кроме того, переход в нормальное состояние таких колец при $H = H_c$ является фазовым переходом второго рода, как и в случае узких пластин.

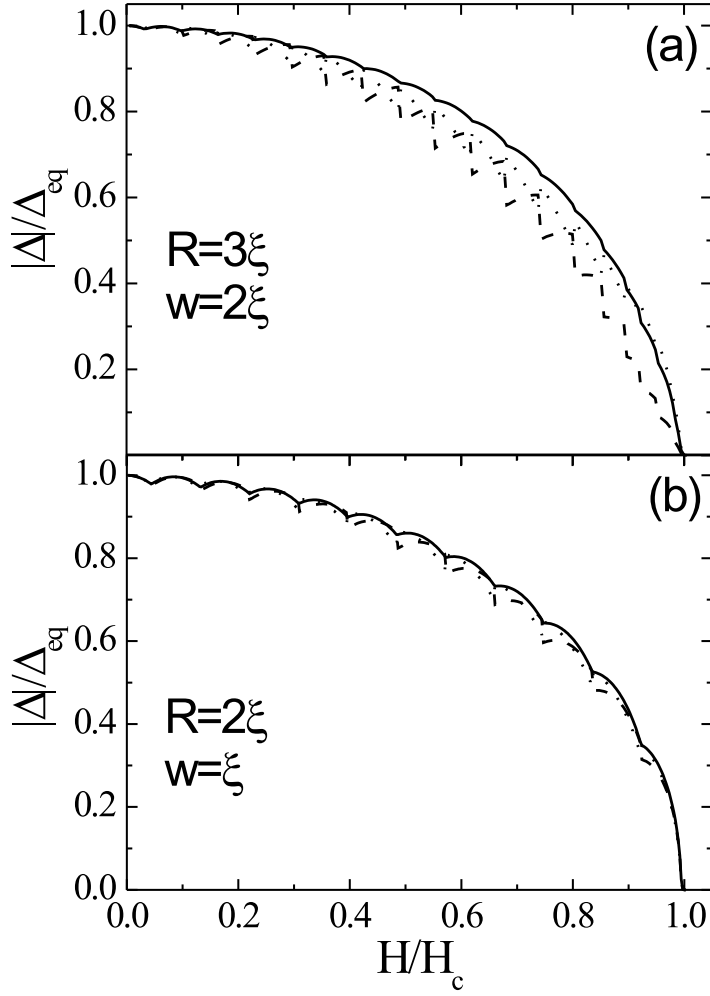


Рис. 6. Зависимость $|\Delta|$ от приложенного магнитного поля для двух колец различного радиуса и ширины, находящихся в основном состоянии при каждом значении магнитного поля. Пунктирные кривые соответствуют $|\Delta|(R - w/2, H)$ (внутренний радиус кольца), сплошные кривые - $|\Delta|(R, H)$ (средний радиус) и точечные кривые - $|\Delta|(R + w/2)$ (внешний радиус).

Величина $|\Delta|$ в середине кольца (при $r = R$) с хорошей точностью удовлетворяет следующему выражению

$$\frac{|\Delta|^2}{\Delta_{eq}^2} = 1 - (H/H_c)^2 - \frac{v_s^2}{v_0^2}, \quad (1.21)$$

где $v_s(N, H)/v_0 = N\xi/R - HR/2H_c2\xi$ и завихренность, как и в случае одномерных колец, зависит от предистории. Данный результат похож на результат работ [68, 69] для усредненного по ширине пластины $|\Delta|$, за исключением последнего слагаемого, которое возникает из-за замкнутой геометрии кольца и ненулевой завихренности N .

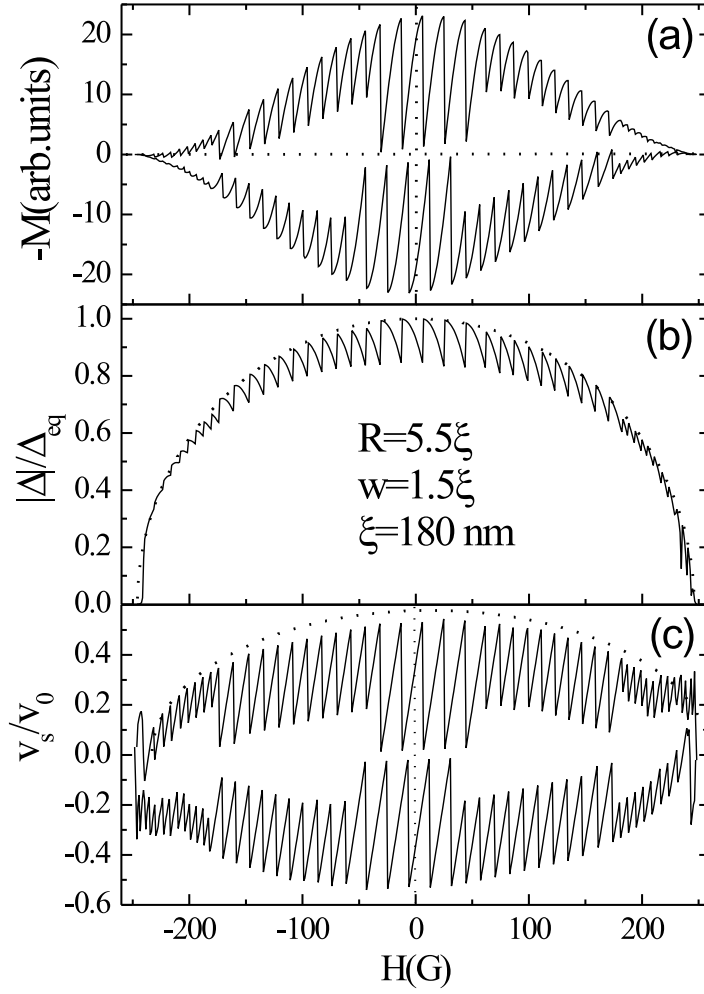


Рис. 7. Зависимость магнитного момента кольца M (a), $|\Delta|$ (b) и сверхскорости v_s в середине кольца (c), от магнитного поля. Точечная кривая на рисунке (b) - выражение $\sqrt{1 - (H/H_c)^2}$. Точечная кривая на рисунке (c) - выражение $\sqrt{1 - ((H - H_0)/H_c)^2}/\sqrt{3}$, где $H_0 \simeq 13G$ - смещение максимума зависимости $M(H)$ от линии $H = 0$. Результаты получены при изменении магнитного поля от $-H_c$ до H_c и обратно (для магнитного момента и сверхскорости).

Используя уравнение 1.21 можно обобщить выражение 1.14 на случай кольца с конечной шириной $w \lesssim 2\xi$. Во-первых, можно пренебречь зависимостью Δ от радиальной координаты, что позволяет свести задачу к одномерной. Во-вторых, чтобы учесть подавление $|\Delta|$ магнитным поле необходимо добавить член $-(H/H_c)^2\psi$ в правую часть уравнения 1.13, вместо второй производной по радиальной координате. Используя анализ стабильности состояния с заданной завихренностью,

из линеаризованного одномерного уравнения Гинзбурга-Ландау легко получить критическую скорость

$$\frac{v_s^c}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{H}{H_c}\right)^2 + \frac{\xi^2}{2R^2}}. \quad (1.22)$$

Заметим, что v_s^c уменьшается с ростом магнитного поля, что автоматически приводит к уменьшению максимального скачка в завихренности δN_{max} в больших магнитных полях

$$\delta N_{max} = \text{Int} \left(\frac{v_s^c(H) R}{v_0 \xi} \right). \quad (1.23)$$

Для того чтобы проверить справедливость выражений 1.22-1.23, было выполнено численное моделирование двумерного нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау для кольца с $R = 5.5\xi$ и $w = 1.5\xi$ (параметры выбраны с целью дальнейшего сравнения теоретических результатов с данными эксперимента на алюминиевом кольце - см. ниже). Величина параметра $u = 48$ была выбрана на том основании, чтобы обеспечить переходы с максимально возможным изменением завихренности. На рисунке 7 показаны теоретические зависимости магнитного момента кольца M , $|\Delta|$ и сверхскорости в середине кольца от приложенного магнитного поля. В численном эксперименте магнитное поле менялось от $H = -H_c$ до $H = H_c$ и обратно. Условие 1.22 приводит к гистерезису $M(H)$ и к изменению $\delta N_{max}(H)$ в согласии с изменением $v_s^c(H)$. Видно, что основное отличие между одномерной и двумерной моделями происходит вблизи поля H_c . По-видимому, различие связано с неоднородным распределением $|\Delta|$ по радиусу, которое наиболее сильно проявляется при $H \simeq H_c$ (см. рис. 6) и которым пренебрегается в одномерной модели.

Кроме того, был рассмотрен случай, когда в кольце существует дефект. Влияние дефекта моделировалось введением в правую часть уравнения 1.13 дополнительного члена $-\rho(s)\psi$ с $\rho(s) = -1$ внутри дефектной области с размерами ξ и $\rho(s) = 0$ снаружи (такой дефект описывает локальное подавление критической температуры). Наличие дефекта приводит к результату, показанному на рисунке 8 для $M(H)$, $|\Delta|(H)$ и $v_s(H)$. Благодаря присутствию дефекта, v_s^c отличается от выражения 1.22 уже в слабых магнитных полях ($v_s^c(H=0)/v_0 \simeq 0.33$ для данного дефекта), и в таком кольце становятся возможными только переходы с $\delta N = 1$. Отметим, что в кольце

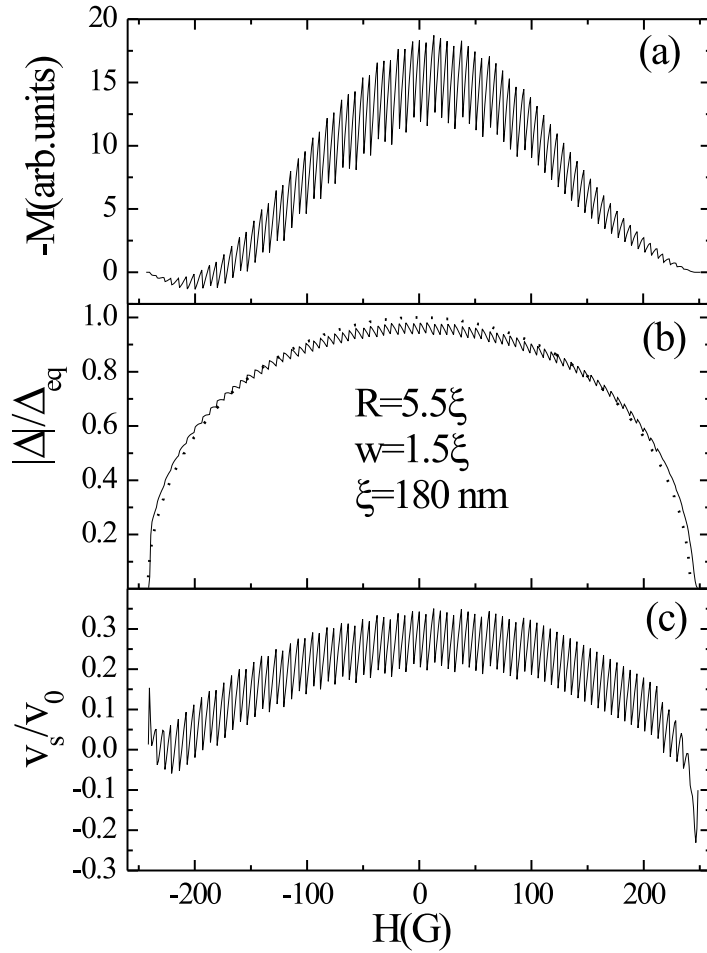


Рис. 8. Зависимость магнитного момента (a), $|\Delta|$ (b) и сверхскорости (c) в середине кольца с дефектом, от магнитного поля. Кривая из точек на рис. (b) - зависимость $\sqrt{1 - (H/H_c)^2}$.

с дефектом зависимости $v_s^c(H)$ и $|\Delta|(H)$ качественно такие же, как и в кольце без дефекта.

Полученные теоретические результаты оказались близки к результатам измерений намагниченности алюминиевого кольца (которая пропорциональна магнитному моменту кольца) со средним радиусом $R = 1.0 \pm 0.1$ мкм, шириной $w = 0.25 \pm 0.05$ мкм и $\xi = 180$ нм, что практически соответствуют теоретическим параметрам. Кроме однородного кольца, было также экспериментально изучено кольцо с одним дефектом (см. рис. 9).

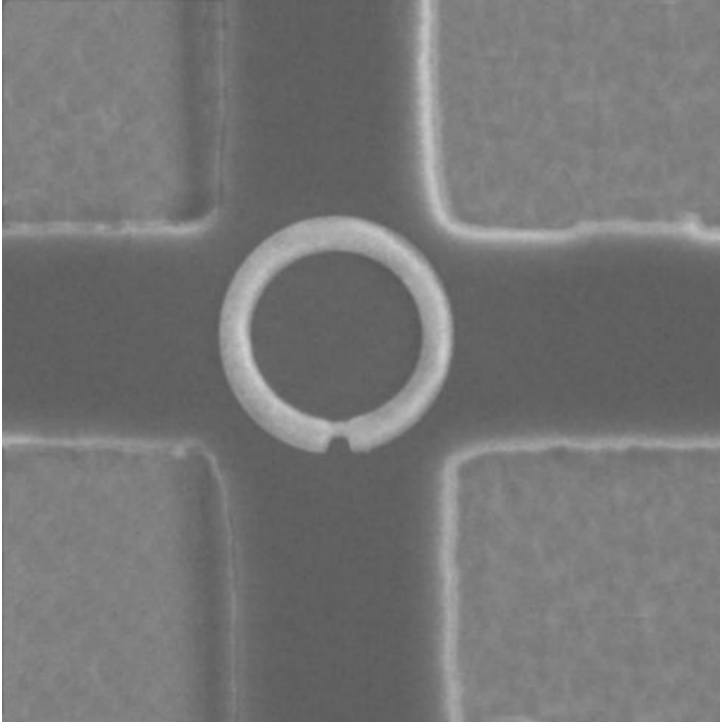


Рис. 9. Микрофотография сверхпроводящего кольца, помещенного на поверхность холловского мостика. Искусственный дефект (представляющий из себя небольшое сужение) был сделан с помощью электроннолучевой литографии.

На рис. 10(а) показана кривая намагниченности (петля гистерезиса) кольца без дефекта, а на рис. 11 показана зависимость $M(H)$, измеренная, начиная с 'размагниченного' состояния (с завихренностью равной нулю) при $H = 0$ (измерения проводились в группе проф. А. Гейма [70]). Из данных, представленных на рисунке 11 можно найти поле H_s , при котором безвихревое состояние становится неустойчивым и сравнить его с теоретическим значением (следующим из одномерной модели)

$$\frac{H_s}{H_{c2}} = \frac{2v_s^c \xi}{v_0 R} \quad (1.24)$$

Из этого сравнения можно найти $\xi \simeq 190\text{нм}$ при $T \simeq 0.4\text{К}$, которое находится в хорошем согласии с экспериментальным значением $\xi(0) \simeq 180\text{ нм}$, определенным из величины свободного пробега и T_c . Более того, из рис. 10(а) можно увидеть изменение завихренности на $\delta N = 3$ при $H \simeq 0$. Это также находится в согласии с тем, что радиус исследованного кольца больше, чем 4.6ξ (см. ур. 1.21). Другая важная информация, которая может быть получена из рис. 11, это то, что после изменения завихренности намагниченность сильно меняется (уменьшается), но не происходит изменение знака M . Вспоминая, что каждое изменение завихренности уменьшает

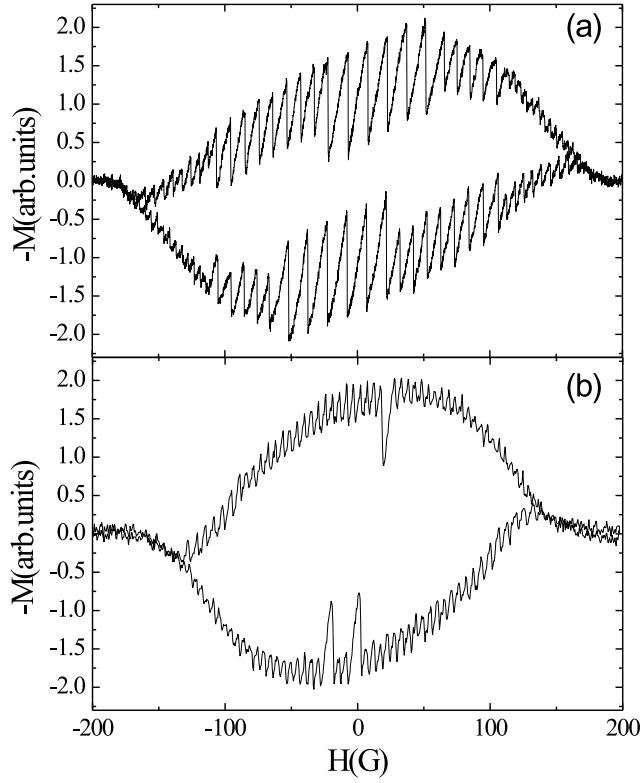


Рис. 10. Зависимость намагниченности от магнитного поля в алюминиевом кольце без дефекта (а) и с дефектом (б) при $T \simeq 0.4K$. В обоих случаях параметры кольца (радиус и ширина) были те же самые.

сверхскорость v_s на $\sim v_0\xi/R$ (а, следовательно, плотность тока и намагниченность $M \sim j$) можно сделать вывод, что радиус кольца должен быть в диапазоне $5.5\xi \lesssim R \lesssim 6.5\xi$, что находится в согласии с экспериментальным значением $R/\xi \simeq 5.3 \pm 0.5$.

В кольце приблизительно того же среднего радиуса и ширины, но с искусственным дефектом, в эксперименте наблюдались в основном изменения завихренности с $\delta N = 1$ (см. рис. 10(b)). Причиной этого является значительное уменьшение v_s^c (и, следовательно, H_s - см. точечную кривую на рисунке 11). Из рисунков 7(с), 8(с) видно, что максимальное значение $v_s^c/v_0 \simeq 0.54$ для кольца без дефекта и $v_s^{c,d}/v_0 \simeq 0.35$ для кольца с дефектом, в слабых магнитных полях. Их отношение $v_s^{c,d}/v_s^c \simeq 0.65$ близко к отношению $H_s^d/H_s \simeq 0.67$, полученному в эксперименте (см. рис. 11). Из рисунка 7(с) можно увидеть, что для кольца без дефекта при $v_s/v_0 \simeq 0.35$ существуют только скачки с $\delta N = 1$. Но при небольшом

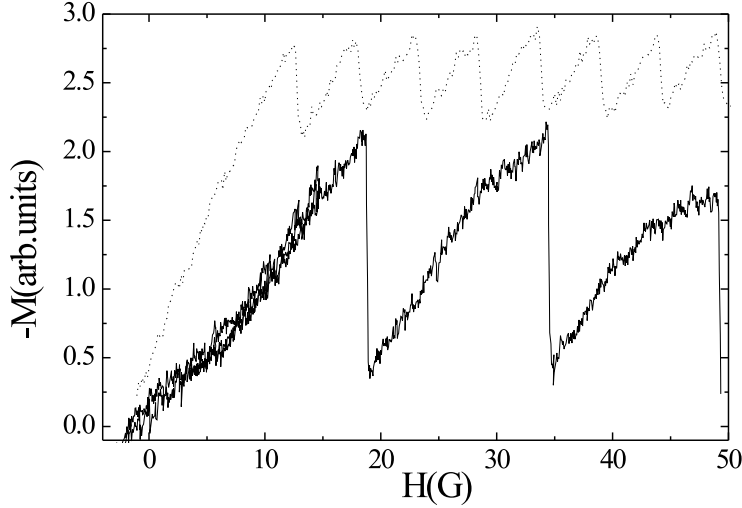


Рис. 11. Зависимость намагниченности кольца без дефекта (сплошная кривая) и с дефектом (точечная кривая) от магнитного поля, в случае, когда при $H = 0$ кольцо находилось в размагниченном состоянии (с завихренностью $N = 0$). Точечная кривая сдвинута на 0.6 вверх для удобства представления.

увеличении v_s и скачки с $\delta N = 2$ могут появиться в кольце. Так что можно предположить, что $v_s/v_0 = 0.35$ близко к пограничному значению, которое отделяет режимы с $\delta N = 1$ и $\delta N = 2$. Из экспериментальных результатов следует, что максимальное значение v_s близко к этому пограничному значению. Термические флуктуации могут влиять на величину δN , особенно когда v_s близко к пограничному значению. Это может быть причиной того, почему в эксперименте (см. рис. 10 (b)) иногда происходят скачки с $\Delta N = 2$, которые отсутствуют в численном расчете (см. рис. 8(a)).

Многоквантовые изменения намагниченности также были обнаружены в работе [71] на алюминиевых сверхпроводящих кольцах, которые были близки к представленным здесь экспериментальным результатам. В другой работе [72] исследовалась зависимость тока через туннельный контакт, присоединенный к алюминиевому кольцу, как функция магнитного потока Φ через кольцо. Было обнаружено, что туннельный ток периодически зависит от Φ с периодом много большим, чем квант магнитного потока Φ_0 . Данный результат также может быть объяснен наличием критической скорости v_s^c , ниже которой сверхпроводящее

состояние является устойчивым, хотя оно и не соответствует основному состоянию. Расчеты в рамках модели Узаделя [73] позволили объяснить результаты работы [72] количественно, предполагая, что переходы при разных магнитных полях всегда происходят в основное состояние. Отметим, что полученные результаты оказались количественно близки к результатам, следующим из модели Гинзбурга-Ландау.

Во всех проведенных экспериментах [70–72] были обнаружены только переходы с максимально возможным изменением завихренности. Все эксперименты были выполнены на алюминиевых кольцах, а для алюминия характерна большая величина $\tau_{in} \sim 10^{-9}$ с (вблизи T_c), что приводит к величине параметра $\gamma(T) \simeq 10^2 - 10^3$, и эффективному $u \gg 1$ в уравнении 1.13. Это является одним из возможным объяснением данного эффекта. Другим объяснением может служить джоулев разогрев. Все эксперименты были выполнены при температурах значительно ниже T_c , когда данным эффектом нельзя пренебрегать. Нетрудно оценить, используя параметры эксперимента, что даже одно проскальзывание фазы способно локально повысить температуру выше T_c [74], что способствует последующим проскальзываниям фазы в том же самом месте.

В заключение, в данном разделе исследованы переходы между метастабильными состояниями в сверхпроводящем кольце, помещенном в перпендикулярное магнитное поле. Численное моделирование в рамках нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау показало, что переходы происходят через появление центра проскальзывания фазы в одном месте вдоль кольца и конечное состояние зависит от отношения между временем изменения модуля параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$ и временем между последовательными проскальзываниями фазы (которое пропорционально времени изменения разности фаз $\tau_{\delta\phi}$ возле ЦПФ). После каждого проскальзывания фазы ток в кольце уменьшается, время между последовательными проскальзываниями фазы растет и когда выполняется неравенство $\tau_{|\Delta|} < \tau_{\delta\phi}$, последующее проскальзывание фазы становится невозможным и сверхпроводящее кольцо переходит в стационарное состояние. Конечная ширина кольца приводит к зависимости количества проскальзываний фазы δN от приложенного магнитного поля, что согласуется с результатами экспериментов [70–72]. Кроме того, хорошо

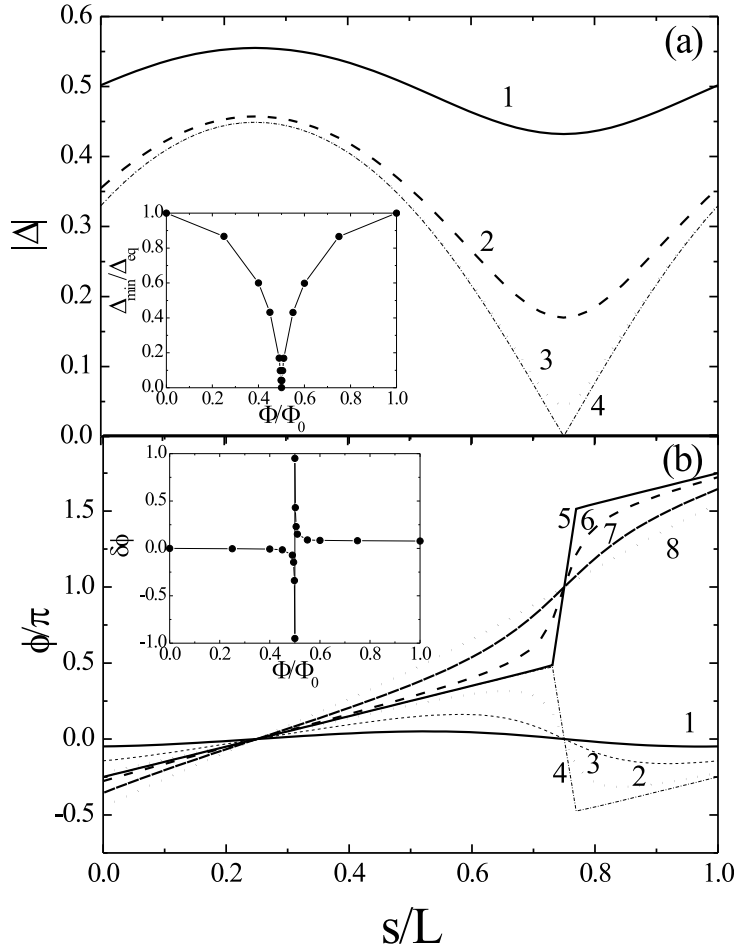


Рис. 12. Распределение модуля (а) и фазы (б) сверхпроводящего параметра порядка в неоднородном квазиодномерном кольце при различных значениях приложенного магнитного потока: 1 – $\Phi = 0.45\Phi_0$, 2 – $\Phi = 0.49\Phi_0$, 3 – $\Phi = 0.498\Phi_0$, 4 – $\Phi = (0.5 - 0)\Phi_0$, 5 – $\Phi = (0.5 + 0)\Phi_0$, 6 – $\Phi = 0.502\Phi_0$, 7 – $\Phi = 0.51\Phi_0$, 8 – $\Phi = 0.55\Phi_0$. Распределение $|\Delta|(s)$ для $\Phi = (0.5 + \alpha)\Phi_0$ такое же, как и для $\Phi = (0.5 - \alpha)\Phi_0$ при $\alpha < \Phi_0/2$. На вставках показаны зависимости минимального значения $|\Delta|$ в кольце и разности фаз вокруг этой точки в зависимости от Φ .

согласуется с экспериментом и величина δN в слабых и больших магнитных полях, если считать, что переходы всегда происходят в основное состояние.

1.3. Особенности изменения завихренности в неоднородном сверхпроводящем кольце субмикронного радиуса

В данном разделе обсуждается вопрос о переходе между состояниями с различной завихренностью в неоднородных кольцах особо малого радиуса с $R \lesssim \xi$. Под неоднородностью понимается локальное уменьшение толщины (ширины) кольца, присоединение к кольцу сверхпроводящего провода или локальное уменьшение критической температуры в каком либо месте кольца. Все эти факторы приводят к неоднородному распределению $|\Delta|$ вдоль кольца, когда по нему течет экранирующий ток, что эффективно соответствует появлению 'слабой' связи в месте, где $|\Delta|$ минимальна. В кольцах большого радиуса $R > \xi$ наличие такой 'слабой' связи приводит к уменьшению δN_{max} из-за уменьшения величины максимальной сверхскорости (см. раздел 1.2), но качественно, поведение завихренности и величины экранирующих токов (намагниченности) похоже на случай однородных колец - переход между различными состояниями происходит через нестационарный процесс проскальзывания фазы, что сопровождается скачкообразным изменением модуля параметра порядка и сверхтока в кольце. Однако в кольце с радиусом $R \lesssim \xi$, переход происходит по отличному сценарию. Параметр порядка плавно меняется от максимального значения, при нулевом магнитном потоке через кольцо, до нуля (при $\Phi = \Phi_0/2$) в области 'слабой' связи. При этом экранирующий ток также меняется непрерывным образом и при $\Phi = \Phi_0/2$ он обращается в ноль по всему кольцу. Однако завихренность и разность фаз возле точки, где $|\Delta|$ минимален меняется скачком при $\Phi = \Phi_0/2$. На рисунке 12 приведены распределения модуля и фазы сверхпроводящего параметра порядка вдоль неоднородного кольца при различных значениях приложенного магнитного потока. Данный результат получен из численного решения одномерного стационарного уравнения Гинзбурга-Ландау для кольца с радиусом $R = 0.52\xi$ и шириной кольца, меняющейся по закону $w(s)/w_0 = 1 + 0.1 \cdot \sin(2\pi s/L)$.

В однородных кольцах существуют решения уравнения Гинзбурга-Ландау, описываемые распределениями $|\Delta|(s)$ и $\phi(s)$ похожими на показанные на рисунке 12, но они соответствуют седловым состояниям и являются неустойчивыми [75, 76].

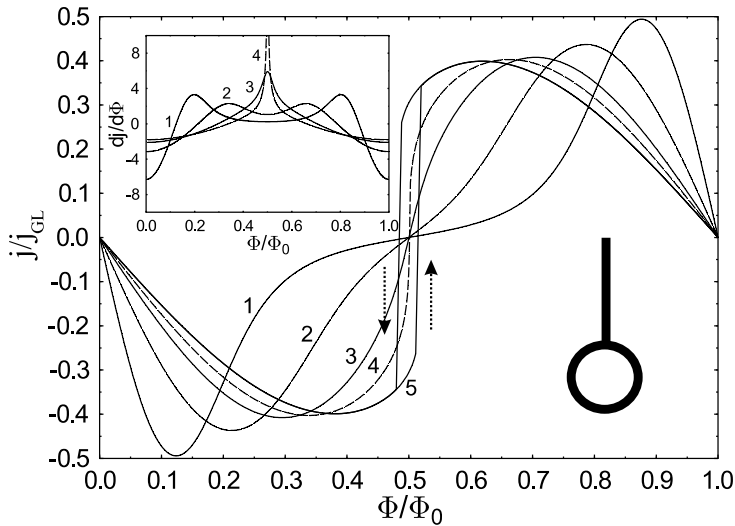


Рис. 13. Экранирующий ток в кольце, с присоединенной проволокой длины 5ξ , как функция увеличивающегося и уменьшающегося магнитного потока через кольцо. Различные кривые соответствуют кольцам различной длины $L = 2\pi R$: 1 : $L/\xi = 1$; 2 : $L/\xi = 2$; 3 : $L/\xi = 3$; 4 : $L/\xi = 3.5$; 5 : $L/\xi = 4$. Для $L/\xi = 4$ одномерный вихрь не существует и в кольце появляется гистерезис (стрелки показывают изменение тока при уменьшении и увеличении Φ). На вставке показана зависимость $dj/d\Phi$ (эта величина пропорциональна магнитной восприимчивости) для данных колец. Заметим, что существует два максимума в диапазоне $\Phi/\Phi_0 = 0 - 1$ для колец малой длины. С увеличением длины кольца два максимума сливаются в один и производная $dj/d\Phi$ расходится при $\Phi \rightarrow \Phi_0/2$.

В кольцах малого радиуса неоднородности кольца приводят к стабилизации таких решений(состояний). Похожее состояние также может быть реализовано в мостике Витстона малого размера [77, 78] и в сверхпроводящем кольце с присоединенным сверхпроводящем проводом (в этом случае из-за эффекта близости сверхпроводящий параметр порядка будет больше в точке присоединения провода, что является частным случаем неоднородной системы). В сверхпроводящем кольце с неоднородной шириной(толщиной) такое состояние изучалось в работах [79, 80], однако не было принято во внимание, что при $\Phi = \Phi_0/2$ существует скачок фазы равный $\pm\pi$ около точки, где $|\Delta| = 0$, что привело к интерпретации такого состояния как односвязного. Более того, в работе [81] было сделано утверждение, что такое состояние может быть устойчивым и в однородных кольцах в конечном диапазоне $\delta\Phi$ вблизи $\Phi_0/2$. Авторы работы [81] также не учли конечного скачка $\delta\phi$, что и привело к этому неправильному

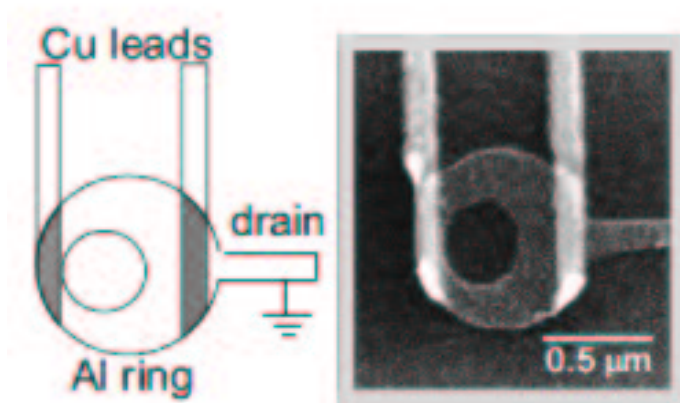


Рис. 14. Схема эксперимента (слева) и фотография образца, сделанная с помощью сканирующего электронного микроскопа. Два медных провода присоединены к асимметричному алюминиевому кольцу через туннельные контакты с большим сопротивлением.

результату.

Важно отметить, что особенностью наличия такого состояния является отсутствие гистерезиса в зависимости намагниченности от магнитного поля. Так, на рисунке 13 показана зависимость экранирующего тока в кольце (различной длины $L = 2\pi R$ и с присоединенной проволокой фиксированной длины 5ξ) от приложенного магнитного потока. Видно, что при превышении некоторой критической длины кольца возникает гистерезис, и для больших колец одномерное вихревое состояние не существует. Также заметим, что наличие присоединенной проволоки приводит к существованию сверхпроводимости при $\Phi = \Phi_0$ даже для колец малой длины (без такой проволоки сверхпроводимость не существует при $\Phi = \Phi_0/2$ для однородных или неоднородных колец с вариацией ширины и с длиной $L < \pi\xi$).

В 2006 году, в группе проф. А.Канда был проведен эксперимент по обнаружению подобного состояния в неоднородном алюминиевом кольце [83] (см. рис. 14). Неоднородность возникала как за счет смещения отверстия от центра кольца, так и за счет наличия сверхпроводящего электрода. В узком и широком месте кольца были присоединены два медных контакта через изоляционную прослойку, что создавало туннельный переход сверхпроводник-изолятор-нормальный металл. Параметры кольца были следующие: - внешний радиус кольца 0.42 мкм, радиус отверстия

0.18 мкм, смещение отверстия от центра 0.1 мкм. Величина, которая измерялась в эксперименте - напряжение на туннельных контактах при фиксированном заданном токе. Когда сверхпроводящий параметр порядка обращался в ноль в узком или широком месте, то напряжение становилось близким к его значению в нормальном состоянии, а при наличии $|\Delta| > 0$ напряжение сильно возрастало (что свидетельствовало о появлении щели в спектре квазичастиц, или, в случае бесщелевой сверхпроводимости, уменьшению плотности состояний на поверхности Ферми). Согласно предсказаниям теоретических расчетов, выполненных для кольца конечной ширины [76, 82], при повышении магнитного поля, в узком месте кольца должен возникать вихрь (при $\Phi \simeq \Phi_0/2$), тогда как при больших значениях магнитного потока (когда магнитное поле приближается к критическому значению при котором сверхпроводимость в кольце исчезает) вихрь должен появляться в широком месте кольца.

На рисунке 15 показано измеренное туннельное напряжение при различных температурах и магнитных полях в узком и широком месте кольца. Видно, что при достаточно низких температурах существует гистерезис (величина напряжения зависит от направления изменения магнитного поля вблизи $\Phi = \pm(n + 1/2)\Phi_0$), что говорит об зависимости поля перехода между состояниями с различной завихренностью от предистории. Однако при температуре $T = 1.2K$ (что ниже $T_c = 1.36K$) гистерезис отсутствует, что свидетельствует о существовании подобного состояния.

Нами было также выполнено численное моделирование двумерных стационарных уравнений Гинзбурга-Ландау для данной геометрии при параметрах, близких к экспериментальным. На рисунке 16(a) показаны рассчитанные поля переходов между состояниями с различной завихренностью (которая считалась вдоль внешнего радиуса кольца), а на рисунке 16(b-d) распределение параметра порядка при различных температурах и полях, соответствующих безгистерезисному изменению завихренности. Видно достаточно хорошее согласие между теорией и экспериментом, что также подтверждает обнаружение состояния, напоминающее вихрь при $\Phi \simeq \Phi_0/2$ в узком месте кольца.

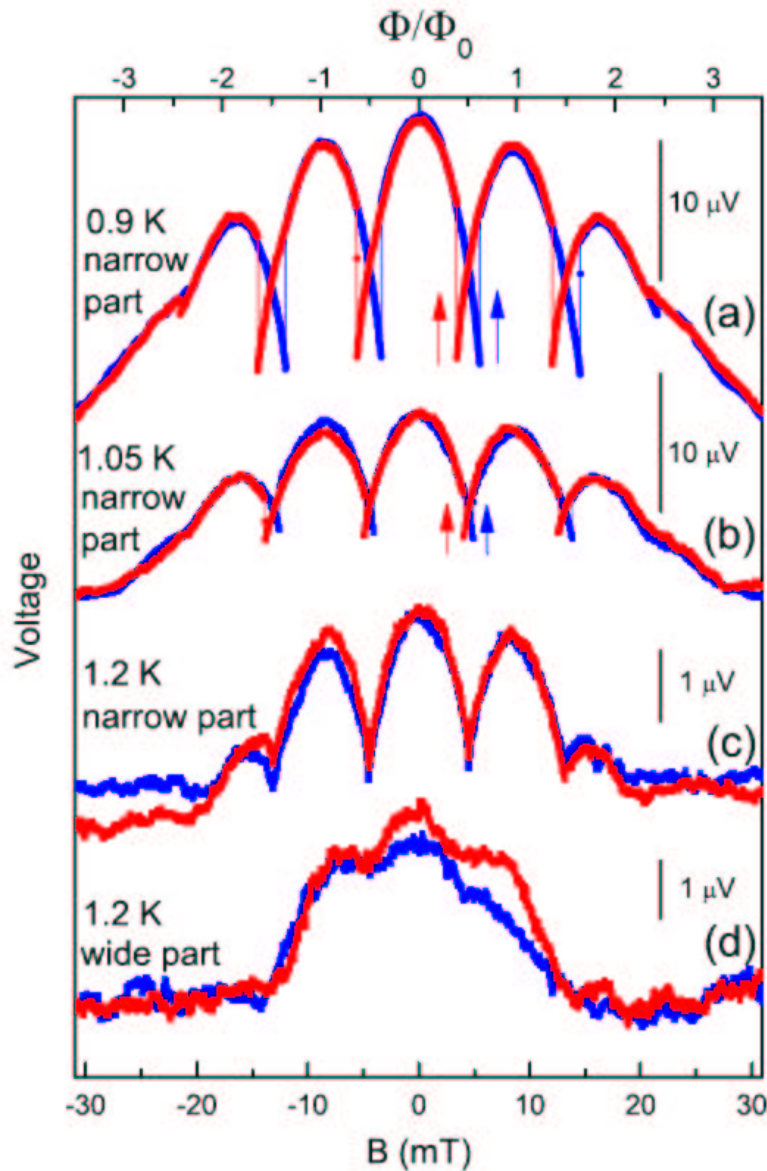


Рис. 15. Зависимость от магнитного поля туннельного напряжения (приложенный ток $I = 0.3$ нА) для туннельного контакта в узком месте кольца при (а) $T=0.9$ К, (б) $T=1.05$ К, и (с) $T=1.2$ К, а также туннельного напряжения в широком месте (д) при $T=1.2$ К. Стрелки показывают направление изменения магнитного поля.

И, наконец, на рисунке 17 представлена зависимость сопротивления туннельных контактов в узком и широком местах кольца. Данный результат является последним подтверждением, что при $\Phi \simeq \Phi_0/2$ ($B = 4.5$ мТ) подавление сверхпроводимости и вход вихря происходит в узком месте кольца (так как сопротивление в узком месте ниже), а при $\Phi \simeq 5\Phi_0/2$ ($B = 20.0$ мТ) подавление сверхпроводимости и вход вихря происходит в широком месте (сопротивление в широком месте ниже).

Сформулируем основной полученный результат. Теоретически показано, что

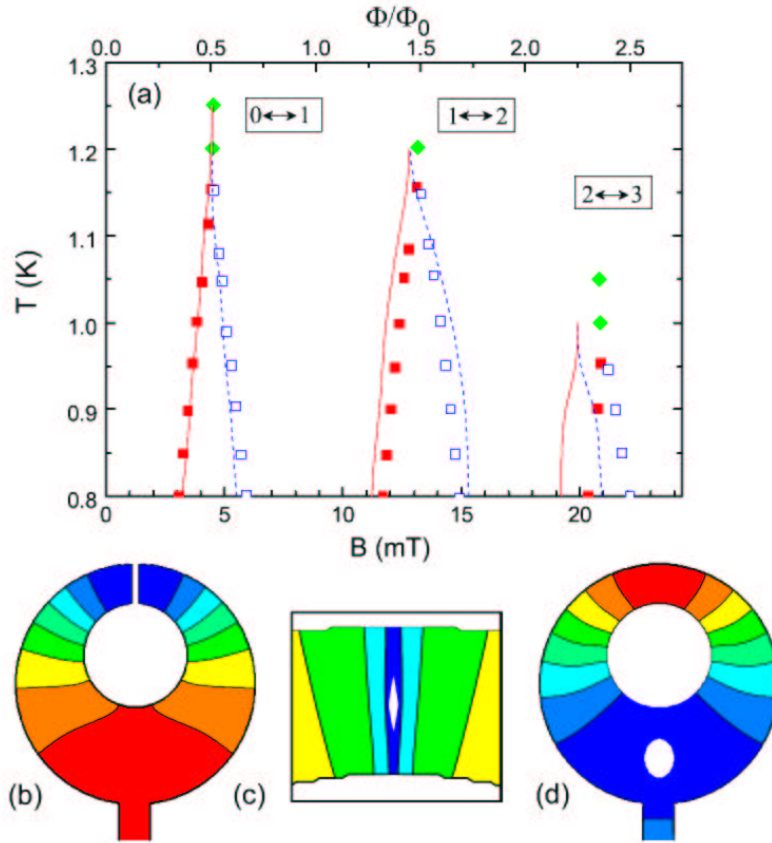


Рис. 16. (а) Поля переходов между состояниями с различной завихренностью при различных температурах, рассчитанные теоретически (сплошные линии) и найденные из эксперимента (символы). Пустые и закрашенные квадраты обозначают поля, при которых происходят скачки напряжения при увеличении и уменьшении магнитного поля, соответственно (ромбы отвечают полям где гистерезис отсутствует и напряжение достигает минимального значения). Наилучшее согласие с экспериментом достигается для кольца, с размерами на 5% меньше, чем в эксперименте и при $\xi(0) = 120$ нм. Контурные линии показывают распределение $|\Delta|$ по кольцу для первого (b) и третьего (d) переходов при температурах 1.2 и 1.0 К, соответственно. В белой области $|\Delta| < 10^{-3}\Delta_{eg}$. (c) Распределение $|\Delta|$ в узкой части кольца при первом переходе показано в логарифмическом масштабе (виден сильно деформированный кор вихря).

в квазиодномерном неоднородном сверхпроводящем кольце малого размера (с радиусом меньше, чем длина когерентности) может существовать стационарное распределение параметра порядка $|\Delta|(x)$ при величине магнитного потока сквозь кольцо $\Phi = \Phi_0/2$, которое соответствует распределению $|\Delta|(x, t)$ возле центра проскальзывания фазы в момент времени t , когда $|\Delta| = 0$ в ЦПФ и разность

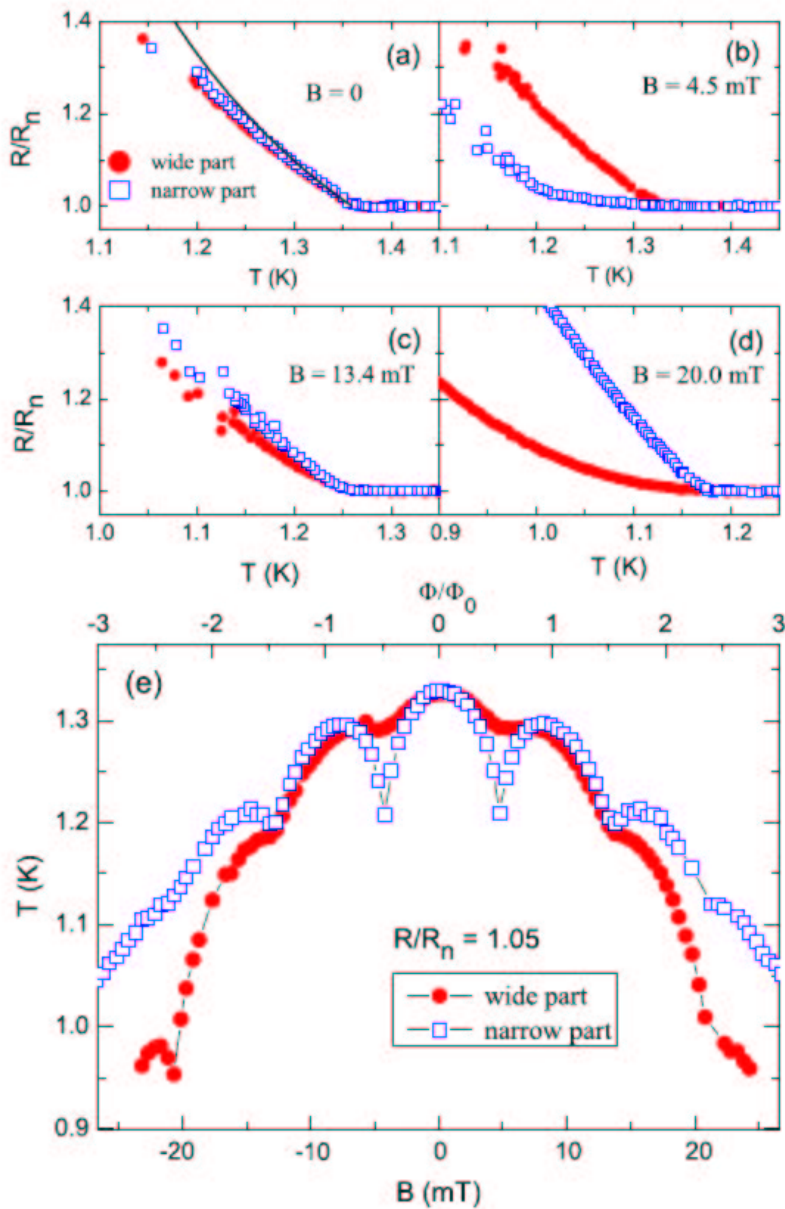


Рис. 17. [(a)–(d)] Зависимость от температуры туннельного сопротивления R (нормализованного на его значение в нормальном состоянии) в широкой части кольца (кружки) и узкой части кольца (квадраты) при различных значениях магнитного поля, близкого к полю, при котором происходит изменение завихренности. (e) Зависимость от магнитного поля температуры, при которой отношение R/R_n равно 1.05.

фаз около этой точки равна $\pm\pi$. Такое состояние существует и в однородных кольцах, однако оно является седловым и неустойчивым. В случае кольца конечной и переменной ширины данное состояние трансформируется в сильно деформированный вихрь, который локализован в узком месте кольца при $\Phi \simeq \Phi_0/2$, и в широком месте кольца в магнитном поле близком к критическому. Последний результат был подтвержден в эксперименте на неоднородном алюминиевом кольце.

1.4. Зависимость гистерезиса вольтамперной характеристики сверхпроводящего мостика от его длины

Как было установлено в разделе 1.2, процесс проскальзывания фазы в сверхпроводящем кольце прекращается, когда характерное время изменения модуля параметра порядка становится меньше, чем время между последовательными проскальзываниями фазы (последнее увеличивается при уменьшении тока, протекающего через сверхпроводник). Этот результат может быть использован при объяснении гистерезиса вольт-амперных характеристик (ВАХ) сверхпроводящих мостиков вблизи T_c , когда влиянием джоулева разогрева можно пренебречь. Аналитические оценки и численные расчеты в данном разделе основаны на обобщенном нестационарном уравнении Гинзбурга-Ландау (ур. 1.9). При этом большое внимание уделяется зависимости минимального тока (тока возврата или *retrapping current* в англоязычной литературе), при котором процесс проскальзывания фазы все еще существует в сверхпроводящем мостике, от длины мостика. Данная задача позволяет проиллюстрировать идею о конкуренции между временами изменения $|\Delta|$ и $\delta\phi$ и ее влиянии на гистерезис ВАХ количественно (не используя параметр u в уравнении 1.13 как свободный). Используемый подход позволяет также связать $\tau_{|\Delta|}$ с материальными параметрами сверхпроводящего мостика - неупругим временем релаксации энергии квазичастиц за счет электрон-фононного взаимодействия τ_{in} , его длиной и температурой.

Рассмотрим сверхпроводящий мостик, находящийся в контакте со сверхпроводящими 'берегами' (в этом случае можно считать $|\Delta|$ заданной на концах мостика). На рисунке 18 представлены типичные ВАХ для относительно длинных ($L > \xi(T)$) и

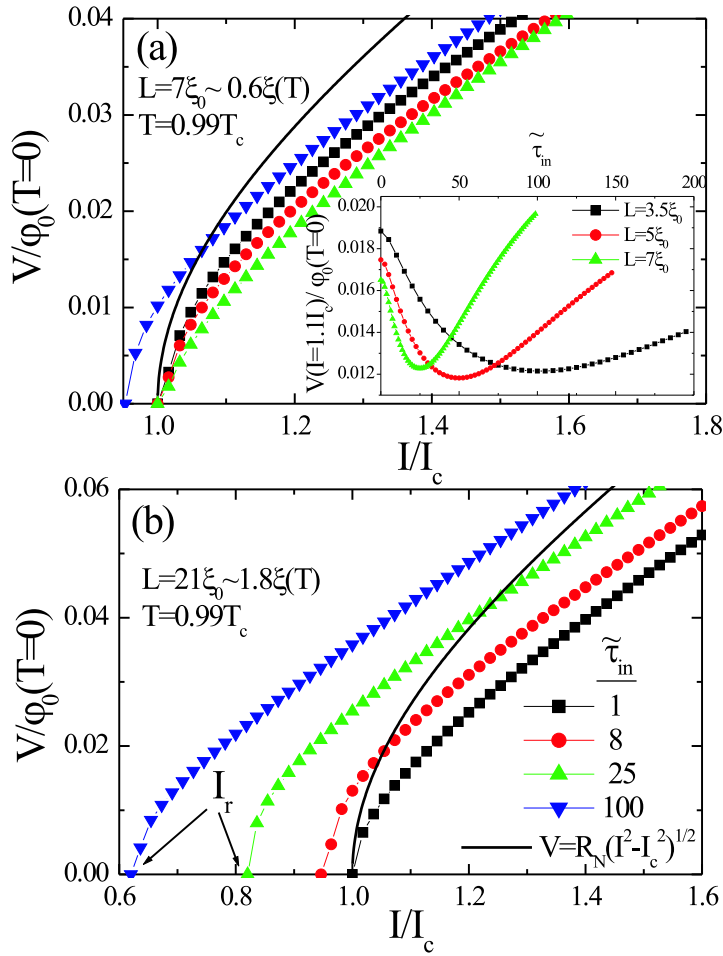


Рис. 18. Вольт-амперные характеристики короткого (а) и относительно длинного (б) сверхпроводящих мостиков, полученные в режиме уменьшающегося тока в результате численного решения обобщенного нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау (ур. 1.9) и уравнения $div j = 0$. Для сравнения, на рисунках также показаны ВАХ передемпфированного джозефсоновского контакта в RCSJ модели [58] (черные кривые). Напряжение обезразмерено в единицах $\varphi_0(T=0) = \Delta_0/e$, а длина в единицах $\xi_0 = \sqrt{\hbar D/\Delta_0}$, где $\Delta_0 = 1.76k_B T_c$.

коротких ($L < \xi(T)$) мостиков, которые следуют из совместного решения уравнения 1.9 и $div j = 0$. В обоих случаях, при достаточно больших значениях параметра $\tilde{\tau}_{in} = \tau_{in} \Delta_0/\hbar$, вольтамперные характеристики являются гистерезисными, хотя влияние джоулева нагрева при их расчете не учитывалось. Как обсуждается ниже, гистерезис возникает из-за конечного времени изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка.

Рассмотрим сначала случай короткого мостика с длиной $L < \xi(T)$. Запишем уравнение 1.9 для динамики $|\Delta|$ (пренебрегая при этом линейным и нелинейным членами в правой части ур. 1.9 и используя оценку $\partial|\Delta|^2/\partial x^2 \simeq \Delta_{lead}/L^2$)

$$\frac{\partial|\Delta|^2}{\partial t} \sim \frac{\xi_{GL}^2 \Delta_{lead} k_B T_c}{L^2 \tau_{in}}, \quad (1.25)$$

где $\Delta_{lead} = \Delta_{eq}$ - величина $|\Delta|$ в берегах. Из уравнения 1.25 следует оценка для $\tau_{|\Delta|} \sim (L/\xi_{GL})^2 \tau_{in} (1 - T/T_c)^{1/2}$ (это время, необходимое для роста $|\Delta|$ от нуля до Δ_{eq}).

Так как электрическое поле практически однородно в коротком мостике (его длина меньше характерной глубины проникновения электрического поля в сверхпроводник $L_E \sim \sqrt{\gamma}\xi$, следующей из уравнения 1.12 [6]), из соотношения Джозефсона $\partial\delta\phi/\partial t = 2eV/\hbar$ можно найти время роста $\delta\phi$ после момента проскальзывания фазы: $\tau_{\delta\phi} \sim \hbar/eV \sim \hbar/R_N I \sim \hbar I_c / I k_B (T_c - T)$ (где было использовано выражение для критического тока короткого мостика $I_c = \pi\Delta_{eq}^2/4ek_B T_c R_N \sim (1 - T/T_c)$ [84]). Это же время пропорционально периоду осцилляций $|\Delta|$ ($T_{|\Delta|}$) или джозефсоновскому периоду, и оно же связано со временем изменения тока $\tau_j = \hbar/2eI_c R_N$ (см. например обзор [85]) в сверхпроводнике: $\tau_{\delta\phi} \sim \tau_j I_c / I$.

Данные оценки для $\tau_{\delta\phi}$ и $\tau_{|\Delta|}$ являются достаточно грубыми, но они позволяют качественно понять численные результаты для ВАХ введя отношение

$$\frac{\tau_{|\Delta|}}{\tau_{\delta\phi}} \simeq \tilde{\tau}_{in} (1 - T/T_c)^{1/2} \frac{I}{I_c} \left(\frac{L}{\xi(T)} \right)^2, \quad L < \xi(T). \quad (1.26)$$

Когда отношение $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi} \ll 1$ мало (в случае малых значений параметра $\tilde{\tau}_{in} = \tau_{in}\Delta_0/\hbar$, коротких мостиков или температур близких к T_c), то модуль сверхпроводящего параметра порядка следует изменениям $\delta\phi$ практически без задержки во времени. В этом случае ток-фазовое соотношение $I_s(\delta\phi)$ близко к синусоидальному (см. рис. 1.19(b)) и зависимость $|\Delta|(\delta\phi)$ в резистивном состоянии почти такая же, как в сверхпроводящем состоянии (см. рис. 1.19(a)).

Пока отношение $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi} \lesssim 1$, то увеличение τ_{in} (при всех других неизменных параметрах) приводит к уменьшению напряжения при фиксированном токе $I \geq I_c$ (см. вставку на рис. 1.18(a)), так как время изменения $|\Delta|$ увеличивается и требуется больше времени для того, чтобы изменить $|\Delta|$ от нуля до его максимального значения, что ведет к увеличению джозефсоновского периода $T_{|\Delta|}$. В каком-то смысле

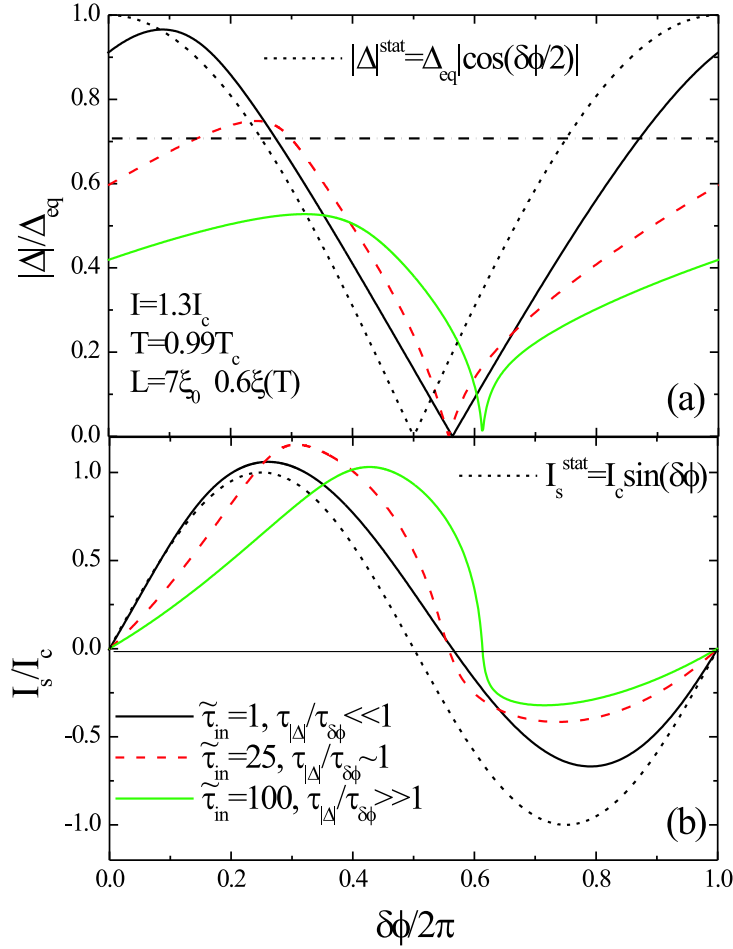


Рис. 19. Зависимость модуля сверхпроводящего параметра порядка (a) и сверхпроводящего тока (b) в центре короткого сверхпроводящего мостика ($L=7\xi_0 \sim 0.6\xi(T)$) при $T = 0.99T_c$) от разности фаз на мостике при $I = 1.3I_c$ и различных значениях $\tilde{\tau}_{in}$ (результаты получены из численного решения ур. 1.9 и $divj = 0$). Горизонтальная пунктирная прямая на рис. (a) показывает минимальное значение $|\Delta| = \Delta_{lead}/\sqrt{2}$ в сверхпроводящем состоянии, когда $\delta\phi = \pi/2$ [84].

это напоминает задержку во времени отклика сверхпроводника при пропускании через него импульса тока [86–88] - чем больше τ_{in} , тем дольше задержка, связанная с конечным временем изменения $|\Delta|$. С увеличением $\tau_{|\Delta|}$ также уменьшается амплитуда осцилляций $|\Delta|_{max}$ и происходит большее отклонение обеих зависимостей $|\Delta|(\delta\phi)$ и $I_s(\delta\phi)$ от их значений в стационарном сверхпроводящем состоянии (см. рис. 1.19(a,b)).

При дальнейшем увеличении τ_{in} амплитуда осцилляций $|\Delta|$ продолжает

уменьшаться (см. рис. 1.19(a)) и существует такое значение τ_{in} , при превышение которого период осцилляций будет уменьшаться (а напряжение $V \sim 1/T_{|\Delta|}$ увеличиваться) несмотря на рост $\tau_{|\Delta|}$ (см. вставку на рис. 1.18(a)). Это происходит, когда $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi}$ становится порядка единицы. Примерно при тех же значениях τ_{in} вольт-амперная характеристика становится гистерезисной. Это происходит из-за того, что при таких значениях параметров резистивное состояние может существовать и при $I < I_c$, так как $|\Delta|$ возрастает медленно (по сравнению с $\delta\phi$) после момента проскальзывания фазы, и когда $\delta\phi$ приближается к $\pi/2$ (критическому значению для сверхпроводящего мостика в статическом случае) модуль сверхпроводящего параметра порядка все еще сильно подавлен (см. рис. 1.19(a)). Следовательно, осцилляции $|\Delta|$ могут существовать и при токе $I \simeq I_s \sim |\Delta|_{max}^2 \pi / 2L$ который меньше, чем критический ток $I_c \sim \Delta_{lead}^2 \pi / 4L$. Можно оценить величину тока возврата I_r , при котором динамический процесс проскальзывания фазы прекращается, используя условие $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi}(I_r) \lesssim 1$, что дает

$$I_r \lesssim \frac{I_c}{\tilde{\tau}_{in}(1 - T/T_c)^{1/2}} \left(\frac{\xi(T)}{L} \right)^2, \quad L < \xi(T). \quad (1.27)$$

При этом токе период осцилляций становится порядка $\tau_{|\Delta|}$, что означает существование минимального напряжения $V_r \sim \hbar/e\tau_{|\Delta|}$, ниже которого резистивное состояние не существует (во всяком случае в режиме заданного тока).

Необходимо отметить, что приведенные оценки являются качественными и их целью является только понимание того, как I_r и V_r должны меняться с изменением длины мостика, температуры, τ_{in} , а также что является причиной гистерезиса ВАХ сверхпроводящих мостиков вблизи критической температуры (в пренебрежении джоулевой диссипацией). Количественно, эти зависимости могут быть получены только из численного решения уравнения 1.9 (в том диапазоне температур где оно действительно) и условия постоянства полного тока.

Можно сравнить динамические свойства короткого мостика, следующие из модельного уравнения 1.9, со свойствами джозефсоновского контакта в модели с резистивным и емкостным шунтами (RCSJ модель) [58]. Важным отличием сверхпроводящего мостика с большим отношением $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi}$ от джозефсоновского контакта в RCSJ модели является его сильно несинусоидальное ток-фазовое

соотношение в резистивном состоянии (см. рис. 19(b)). В дальнейшем удобно использовать аналогию динамики джозефсоновского контакта с динамикой некой эффективной 'частицей', которая движется во внешнем потенциале $U_{eff}(\delta\phi)$ таком, что $-\partial U_{eff}/\partial\delta\phi = I_s(\delta\phi)$ [58]. Используя эту интерпретацию можно сказать, что в сверхпроводящем мостике движущаяся 'частица' влияет на потенциал, в котором она двигается, и чем больше отношение $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi}$, тем сильнее U_{eff} модифицируется. Это является основной причиной для существования осцилляций сверхпроводящего параметра порядка при $I < I_c$, так как эффективный потенциал U_{eff} в резистивном состоянии отличается от его значения в статическом сверхпроводящем состоянии.

Обсудим теперь случай длинных мостиков. Та же самая идея о конкуренции между двумя временами $\tau_{|\Delta|}$ и $\tau_{\delta\phi}$ может быть использована для объяснения монотонного увеличения напряжения с ростом τ_{in} (при фиксированном токе) и гистерезис ВАХ при параметрах рис. 1.18(b). По сравнению с коротким мостиком необходимо заменить L на $\xi(T)$ в ур. 1.25 и тогда легко получить следующую оценку для $\tau_{|\Delta|} \sim \tau_{in}/(1 - T/T_c)^{1/2}$. Этот результат совпадает с хорошо известным выражением для пространственно однородного случая [58]: $\tau_{|\Delta|} \simeq 3.7\tau_{in}k_B T_c/\Delta_{eq}$. Для того чтобы оценить $\tau_{\delta\phi}$, необходимо использовать ток распаривания (в качестве критического тока длинного мостика) $I_c = \sqrt{4/27}\pi\Delta_{lead}^2 L/4ek_B T_c R_N 2\xi(T)$ и принять во внимание, что электрическое поле может существовать на масштабе $L_E \sim \xi_0 \tilde{\tau}_{in}^{1/2}/(1 - T/T_c)^{1/4}$ [6] возле центра проскальзывания фазы, и эта длина может быть много больше чем $\xi(T) \sim \xi_0/(1 - T/T_c)^{1/2}$. Следовательно, необходимо различать два случая: $\xi(T) < L_E(T) \ll L$ и $\xi(T) < L \lesssim L_E(T)$.

В первом случае падение напряжения происходит на масштабе $2L_E$ ($\tau_{\delta\phi} \sim L/(2L_E R_N I)$), тогда как во втором случае на всей длине мостика ($\tau_{\delta\phi} \sim 1/(R_N I)$). Следовательно, получаем

$$\frac{\tau_{|\Delta|}}{\tau_{\delta\phi}} \simeq \tilde{\tau}_{in} (1 - T/T_c)^{1/2} \frac{I}{I_c} \frac{L_E(T)}{\xi(T)}, \quad L_E(T) \ll L, \quad (1.28)$$

$$\frac{\tau_{|\Delta|}}{\tau_{\delta\phi}} \simeq \tilde{\tau}_{in} (1 - T/T_c)^{1/2} \frac{I}{I_c} \frac{L}{\xi(T)}, \quad L_E(T) \gtrsim L. \quad (1.29)$$

В обоих случаях неравенство $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi} \gtrsim 1$ удовлетворяется при $T = 0.99T_c$ почти при всех значениях $\tilde{\tau}_{in}$, представленных на рис. 1.18(b). Этот результат объясняет

монотонную зависимость напряжения от τ_{in} (при фиксированном токе) и более ярко выраженный гистерезис (по сравнению с коротким мостиком - см. рис. 1.18). Также как в случае с коротким мостиком, можно оценить ток возврата I_r из условия $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\varphi}(I_r) \lesssim 1$

$$I_r \lesssim \frac{I_c}{\tilde{\tau}_{in}(1 - T/T_c)^{1/2}} \frac{\xi(T)}{L_E(T)}, L_E(T) \ll L, \quad (1.30)$$

$$I_r \lesssim \frac{I_c}{\tilde{\tau}_{in}(1 - T/T_c)^{1/2}} \frac{\xi(T)}{L}, L_E(T) \gtrsim L. \quad (1.31)$$

В обоих случаях отношение I_r/I_c много меньше, чем для короткого мостика при той же температуре и τ_{in} что, в основном, связано с большей величиной $\tau_{|\Delta|}$ в длинных мостиках. Также как и в случае коротких мостиков существует минимальное возможное напряжение $V_r = V(I_r) \sim \hbar/2e\tau_{|\Delta|} > 0$ (при тех параметрах, при которых существует гистерезис) и максимально возможный период осцилляций $|\Delta|$, который пропорционален $\tau_{|\Delta|}$ и не зависит от длины мостика.

Интересно отметить, что для мостиков с длиной $\xi(T) < L < L_E(T)$ температурная зависимость тока возврата $I_r \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$ (см. 1.31) такая же, как и для тока возврата в модели, учитывающей джоулев разогрев [89]. Однако в нашем случае условия применимости ур. 1.30-1.31 ограничены узким интервалом температур вблизи T_c , где ур. 1.9 справедливо количественно.

Нестационарные уравнения Гинзбурга-Ландау ранее уже были использованы для изучения динамических свойств сверхпроводящих мостиков (см. например обзор [90]). Чаще всего вводился коэффициент u^* перед первой производной $\partial\Delta/\partial t$ (рассматривался случай с $\tau_{in} = 0$ в ур. 1.9)

$$u^* \frac{\pi\hbar}{8k_B T_c} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{i2e\varphi}{\hbar} \right) \Delta = \xi_{GL}^2 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2} \right) \Delta, \quad (1.32)$$

и изучалась динамика Δ и рассчитывались ВАХ при различных значениях u^* (схожим образом исследовалась динамика Δ в сверхпроводящих кольцах в разделе 1.2 данной диссертации). Нетрудно убедиться, что разные значения u^* соответствуют сверхпроводникам с различными τ_{in} , так как с заменой $u^* \rightarrow 2\tau_{in}|\Delta|/\hbar \gg 1$, уравнение для динамики $|\Delta|$, следующее из уравнения 1.9, можно получить из уравнения 1.32. В рамках уравнения 1.32 для коротких мостиков можно получить $\tau_{|\Delta|} \sim u^*(L/\xi_{GL})^2$ и $\tau_{\delta\varphi} \sim \tau_j I_c/I$. В работе [8] был введен параметр $\nu =$

$u^*(L/\xi(T))^2 I/I_c \sim \tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi}$ (см. ур. (22) в работе [8] или ур. (168) в обзоре [85]) который описывает влияние конечного времени $\tau_{|\Delta|}$ на вольт-амперные характеристики, однако не обсуждалось, как его величина влияет на величину тока возврата. В модели с эффективной u^* вольт-амперные характеристики также имеют вид гипербол и являются гистерезисными если выполняется условие $u^*(L/\xi(T))^2 \gg 1$ (этот результат был получен для частного случая мостика с длиной $L = \xi(T)$ - см. работы [90,91]), что приблизительно соответствует нашему условию $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi} \sim u^*(L/\xi(T))^2 \gtrsim 1$, взятому при $I = I_c$.

Однако использование уравнения 1.32 с произвольным u^* , вместо уравнения 1.9, имеет ограниченную область применения для мостиков с длиной большей, чем ξ . Действительно, параметр u^* в ур. 1.32 определяет не только $\tau_{|\Delta|}$, но от него также зависит глубина проникновения электрического поля в сверхпроводник $L_E \sim 1/\sqrt{u^*}$ (или $L_E \sim 1/\sqrt{\tau_{in}}$ с заменой $u^* \rightarrow 2\tau_{in}|\Delta|/\hbar$) которое отличается от $L_E \sim \sqrt{\tau_{in}}$, следующего из ур. 1.9. Для случая длинных мостиков $L \gtrsim \xi(T)$ это будет приводить к существенному отличию в величине максимального тока, при котором может существовать процесс проскальзывания фазы. Действительно, данный ток растет с увеличением τ_{in} [92, 93], тогда как в рамках модельного уравнения 1.32 он уменьшается с ростом u^* . Однако зависимость тока возврата от τ_{in} качественно правильно описывается уравнением 1.32 (в смысле, что I_r уменьшается с ростом τ_{in}), если использовать связь $u^* \sim \tau_{in}$. Это оправдывает использование нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау с эффективным u в разделе 1.2 для изучения переходов между метастабильными состояниями в сверхпроводящих кольцах (в сверхпроводящих кольцах процесс проскальзывания фазы прекращается, когда ток в кольце становится меньше, чем I_r).

В форме, близкой к уравнению 1.9, нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау было использовано для аналитического расчета ВАХ короткого сверхпроводящего мостика в работе [94]. Однако автор данной работы использовал неправильное допущение, что релаксация неравновесных квазичастиц в равновесие происходит только вследствие диффузии (см. ур. (14) в работе [94]) и им было получено небольшое уменьшение сопротивления мостика в резистивном состоянии R для

относительно малых τ_{in} (см. ур. (12) и рисунок (5) в работе [95]). Уменьшение сопротивления с увеличением u^* в рамках ур. 1.32 было также обнаружено для коротких S-S'-S [8] и S-N-S [96] сверхпроводящих мостиков, однако в этих работах не исследовался случай больших u^* и не было обнаружено минимума в зависимости $R(u^*)$ и увеличения сопротивления при больших значениях u^* .

В работах [97, 98] предельный случай короткого мостика с $L < \xi(T = 0)$ был рассмотрен вблизи T_c в рамках микроскопической теории. Авторы данных работ обнаружили уменьшение сопротивления, когда $\tau_{in}eV_c/\hbar \ll 1$ (где $V_c = I_c R_N$ и $\hbar/eV_c \simeq \tau_{\delta\phi}(I = I_c)$) но, в отличие от наших результатов и результатов работ [8, 94], сопротивление в [97, 98] не зависело от длины мостика. Кроме того, гистерезис вольтамперных характеристик мостиков в работах [97, 98] появлялся при условии, что $\tau_{in}eV_c/\hbar \sim \tau_{in}/\tau_{\delta\phi} \gg 1$, тогда как в наших вычислениях в локальном приближении гистерезис появляется когда $\tau_{|\Delta|}/\tau_{\delta\phi} \simeq (L/\xi_0)^2(1 - T/T_c)\tau_{in}/\tau_{\delta\phi} \gg 1$. На данный момент неясно, как стартуя с наших результатов (которые справедливы для мостиков с $\xi_0 < L < \xi(T)$) можно непрерывно перейти к результатам [97, 98] (которые были найдены для мостиков с $L < \xi_0$), уменьшая длину мостика.

Основной результат данного раздела следующий. В рамках локального приближения показано, что динамический процесс проскальзывания фазы в сверхпроводящем мостике прекращается, когда период осцилляций $|\Delta|$ (или джозефсоновский период) становится сравнимым с характерным временем изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Данный результат справедлив в том случае, когда ток возврата I_r , при котором происходит этот переход, оказывается меньше, чем критический ток мостика I_c . В этом случае переход в сверхпроводящее состояние, при $I \rightarrow I_r$, происходит из состояния с конечным напряжением $V_r \sim \hbar/2e\tau_{|\Delta|}$. В случае короткого ($L < \xi(T)$) мостика, $\tau_{|\Delta|}$ определяется не только температурой и временем релаксации неравновесных квазичастиц в равновесие, но также и длиной мостика. Используя аналогию с RCSJ моделью для точечного джозефсоновского контакта, можно дать следующую интерпретацию полученного результата - конечное $\tau_{|\Delta|}$ приводит к изменению ток-фазового соотношения в резистивном состоянии, что является причиной гистерезиса вольтамперных

характеристик сверхпроводящих мостиков с пренебрежимо малой емкостью вблизи критической температуры сверхпроводника.

1.5. Процесс проскальзывания фазы в мостиках конечной длины в режиме приложенного напряжения

В данном разделе исследуется процесс проскальзывания фазы и ВАХ мостика конечной длины, соединенным с массивными сверхпроводящими берегами, в режиме приложенного напряжения. Расчет проводится в локальном приближении, используя уравнение 1.9 со стандартным граничным условием $\psi(x = \pm L/2) = \exp(-i\varphi(\pm L/2)t)$, где разность электрических потенциалов на концах мостика $\varphi(-L/2) - \varphi(L/2) = V$ определяется приложенным напряжением, а полный ток в мостике $I = V\sigma_n S/L + \int_0^L I_s dx/L$ зависит от времени из-за $I_s(t)$ (S - площадь поперечного сечения мостика).

На рисунке 1.20 приведены ВАХ мостиков различной длины. Характерными особенностями ВАХ является их S-образная форма и наличие ступенчатой структуры при малых напряжениях (см. рис. 1.20(b)).

Рассмотрим сначала причину возникновения ступеней. При приложении напряжения V к сверхпроводнику, в нем возникает электрическое поле $E = V/L$, которое разгоняет сверхпроводящие электроны. Когда их скорость превысит критическое значение v_s^c , сверхпроводящее состояние становится неустойчивым и в центре мостика возникает центр проскальзывания фазы (ЦПФ возникает в центре, так как в сверхпроводящих берегах параметр порядка имеет наибольшее значение, равное Δ_{eq} а в центре минимальное - Δ_{min}). Каждое проскальзывание фазы приводит к уменьшению скорости сверхпроводящих электронов на $\delta v_s = v_0 \xi/L$ и уменьшению тока в мостике - см. рис. 21(b) (ситуация схожа с уменьшением тока в сверхпроводящем кольце, вследствие процесса проскальзывания фазы). Процесс проскальзывания фазы (ПФ) продолжается до тех пор, пока ток в мостике остается больше, чем I_r и при меньшем токе $|\Delta|$ восстанавливается в центре мостика практически до своего равновесного состояния (см. рис. 21(a)). В дальнейшем, приложенное напряжение (электрическое поле) опять ускоряет сверхпроводящие электроны и весь процесс повторяется. В результате в мостике возникают осцилляции

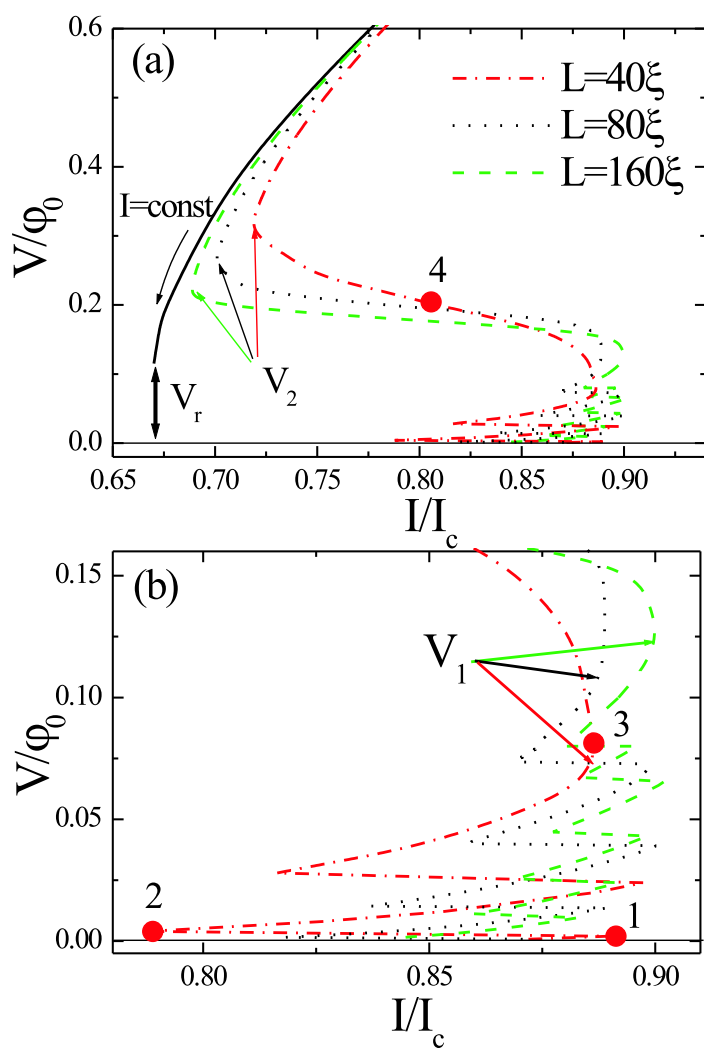


Рис. 20. (а) Теоретические ВАХ мостиков различной длины L при $\gamma = 10$ (для определения $\gamma \sim \tau_{in}$ см. ур. 1.12). Сплошная кривая найдена в режиме заданного тока и практически одинакова для всех рассмотренных мостиков. Пунктирно-точечная кривая ($L = 40\xi$), точечная кривая ($L = 80\xi$) и пунктирная кривая ($L = 160\xi$) получены в режиме заданного напряжения. (б) - увеличенная область ВАХ при малых напряжениях. Ток обезразмерен на критический ток, равный для представленных длинных мостиков, току распаривания.

$|\Delta|$, показанные на рисунке 1.21(а) (при двух значениях напряжения).

С увеличением напряжения количество проскальзываний фазы за один период увеличивается на единицу - см. рис. 1.21(а) (так как происходит рост сверхскорости и тока и между последовательными ПФ), что приводит к резкому уменьшению среднего во времени тока (так как дополнительное проскальзывание фазы резко уменьшает минимальный ток - см. рис. 21(b), тогда как максимальный ток в течение осцилляций остается практически без изменений и приблизительно равен току распаривания I_{dep}). С дальнейшим ростом напряжения количество ПФ в течении одного периода увеличивается последовательно на единицу, что приводит к новым ступеням на ВАХ при малых напряжениях. С увеличением длины мостика ширина этих ступеней уменьшается (так как каждое ПФ приводит к меньшему изменению сверхскорости) и ВАХ сглаживается (см. рис. 20).

Вплоть до некоторого характерного напряжения $V = V_1$ (см. рис. 20(b)) средний ток растет с ростом напряжения (за исключением тех значений напряжения, при котором происходит рост числа ПФ на единицу за один период осцилляций $|\Delta|$). Это связано с уменьшением периода времени, когда $I(t) < I_c = I_{dep}$ и предельным значением среднего во времени тока является I_{dep} . При напряжении $V > V_1$, время необходимое для нескольких проскальзываний фазы, становится сравнимым с периодом осцилляций и с $\tau_{|\Delta|}$, и динамика Δ_{min} (а вместе с этим и динамика тока) изменяется (см. рис. 22). Это проявляется, во-первых, в меньшей амплитуде осцилляций $|\Delta|$, а во-вторых, в отсутствии одного, четко выраженного периода осцилляций. В диапазоне напряжений $V_1 < V < V_2$ с ростом напряжения средний ток уменьшается как из-за уменьшения максимального тока (минимальный ток остается приблизительно равным I_r), так и за счет уменьшения промежутка времени, в течении которого по мостику течет ток, близкий к максимальному. Оба этих эффекта связаны с возросшим числом проскальзываний фазы в единицу времени.

С дальнейшим ростом напряжения, при $V > V_2$ (см. рис. 20(a)) динамика $|\Delta|$ становится упорядоченной в том смысле, что появляется четко определенный период, который обратно пропорционален приложенному напряжению $\sim \hbar/2eV$. При $V > V_2$ происходит рост среднего тока за счет роста нормальной компоненты

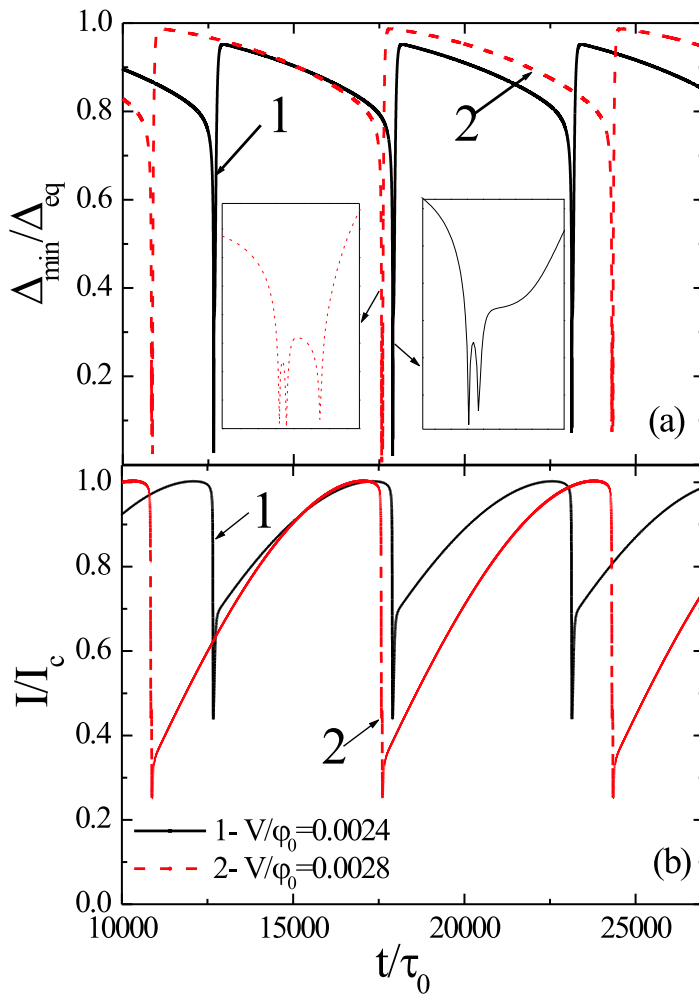


Рис. 21. Динамика $|\Delta|$ в центре мостика (а) и тока через мостик (б) при двух близких значениях приложенного напряжения, показанных точками 1 и 2 на ВАХ на рис. 20(б). При изменении напряжения количество проскальзываний фазы в течении одного периода увеличивается на один.

тока. С увеличением длины мостика эффекты, связанные с дискретным изменением сверхскорости и тока после каждого проскальзывания фазы, становятся менее выраженными. В результате, ВАХ в режиме приложенного напряжения и тока приближаются друг к другу при $V > V_2$, а V_2 приближается к скачку напряжения $V_r \sim \hbar/2e\tau_{|\Delta|}$.

Как следует из результатов раздела 1.4, гистерезис ВАХ уменьшается при уменьшении длины мостика (когда его длина становится сравнимой с ξ). Аналогичный эффект на гистерезис оказывает наличие дефектов (возникающих

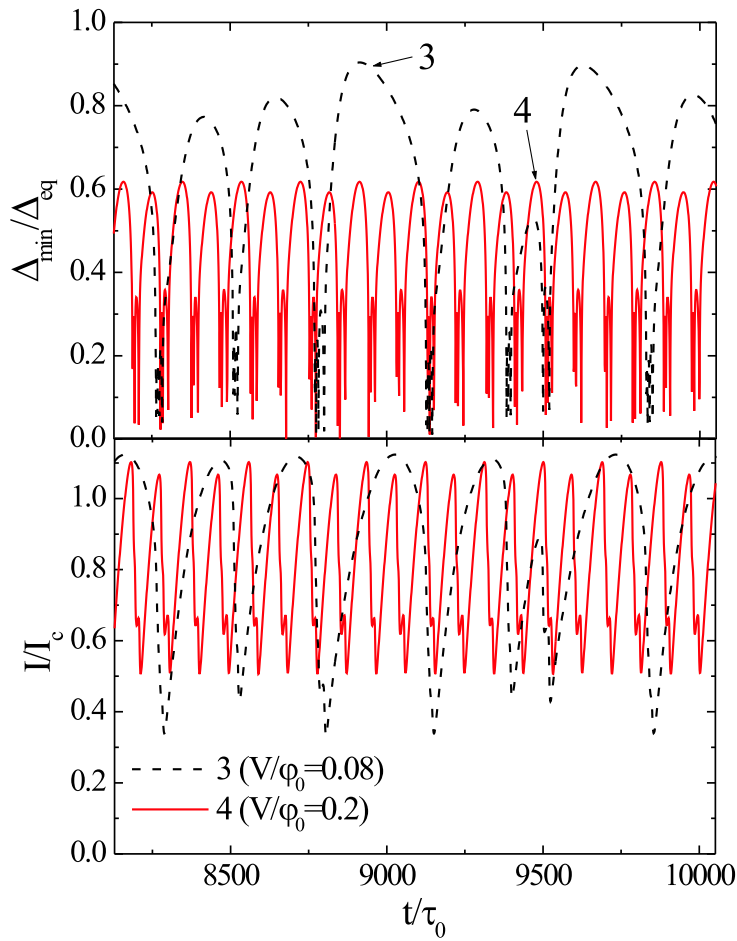


Рис. 22. Динамика $|\Delta|$ в центре мостика (а) и тока через мостик (б) при двух близких значениях приложенного напряжения, показанных точками 3 и 4 на ВАХ на рис. 20(а,б).

вследствие локальной вариации критической температуры или ширины/толщины мостика). На рисунке 1.23 представлены ВАХ сверхпроводящего мостика с локально подавленным T_c , которое моделировалось введением в правую часть уравнения 1.12 члена $-\rho_0\psi$ в центре мостика в области с длиной ξ . В численном моделировании использовалось два значения ρ_0 : $\rho_0 = 0$ ('слабый' дефект, приводящий к слабому уменьшению I_c и I_r) и $\rho_0 = -2$ ('сильный' дефект, приводящий к сильному уменьшению I_c и I_r). Из рисунка 23 видно, что наличие гистерезиса ВАХ в режиме заданного тока не ведет к S-образной ВАХ в режиме заданного напряжения, если гистерезис достаточно мал (токи I_r и I_c близки друг к другу).

Обсудим также случай, когда сверхпроводящий мостик соединен с нормальными

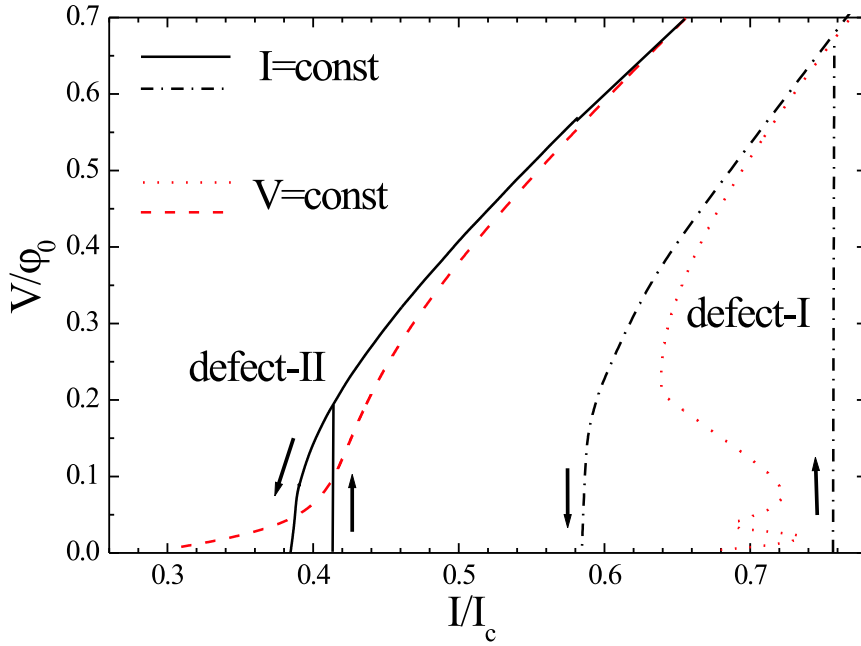


Рис. 23. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика ($L = 40\xi$, $\gamma = 10$) с локально подавленной T_c в центре мостика в области, с длиной ξ . В случае слабого гистерезиса (в режиме заданного тока), ВАХ в режиме заданного напряжения не имеет S-образную форму. Ток безрмостика азмерен на критический ток мостика без дефекта (ток распаривания).

массивными 'берегами'. В этом случае необходимо использовать граничное условие $|\Delta|(x = \pm L/2) = 0$ и $-\sigma_n \partial \varphi / \partial x(x = \pm L/2) = I/S$ на концах мостика. Особенностью такого мостика является его конечное сопротивление (из-за наличия двух NS границ на концах мостика), которое равно $2R_{NS} \sim 2L_E R_N / L$ (при $L \gg L_E$). При приложении напряжения, в мостике появляется ток $I = V/2R_{NS}$ и пока величина этого тока не достигнет критического значения ($I_c \sim I_{dep}$), то сверхпроводящее состояние будет оставаться устойчивым. Однако процесс проскальзывания фазы может существовать и при меньшем токе $I_r < I_{dep}$. Таким образом в сверхпроводящем мостике с нормальными 'берегами' может существовать гистерезис ВАХ и в режиме заданного напряжения. Так, при увеличении V от нуля до значения $V_c = 2I_{dep} R_{NS}$ ВАХ будет практически линейной (за исключением токов близких к I_{dep} когда подавление $|\Delta|$ за счет тока будет приводить к росту L_E). При $V > V_c$ ток в мостике превысит

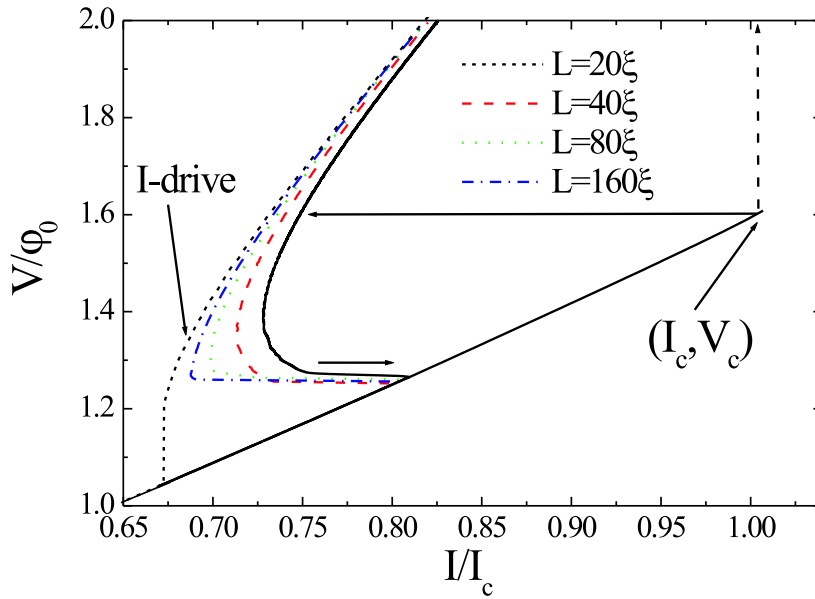


Рис. 24. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика, соединенного с нормальными 'берегами', в режиме заданного напряжения ($\gamma = 10$, $L_E \simeq 2.3\xi$).

ток распаривания и внутри мостика появится ЦПФ, что приведет к появлению дополнительного сопротивления и уменьшению тока в мостике. Таким образом, можно ожидать, что ВАХ также будет иметь S-образную форму. На рисунке 24 представлены ВАХ таких мостиков с различной длиной.

Рассчитанные вольтамперные характеристики сверхпроводящих мостиков в режиме заданного напряжения качественно похожи на ВАХ оловянных и свинцовых сверхпроводящих нанопроволок, измеренных в работах [93, 99]. На рис. 25 показаны ВАХ свинцовых нанопроволок и в таблице 1 приведены их параметры. В эксперименте использовалась двухконтактная методика измерений, что приводило к наличию последовательно (с нанопроволоками), включенного контактного сопротивления. По видимому это обстоятельство, в совокупности с большой длиной исследованных образцов (даже для самой короткой проволоки $L = 22 \text{ мкм} \simeq 1000\xi$) не позволило обнаружить, теоретически предсказанные ступеньки на ВАХ при малых напряжениях. В работах [93,99] в режиме заданного тока гистерезиса ВАХ не наблюдалось. Однако в более поздней работе [100], после экранировки сверхпроводящих проволок от внешних источников шумов удалось обнаружить не

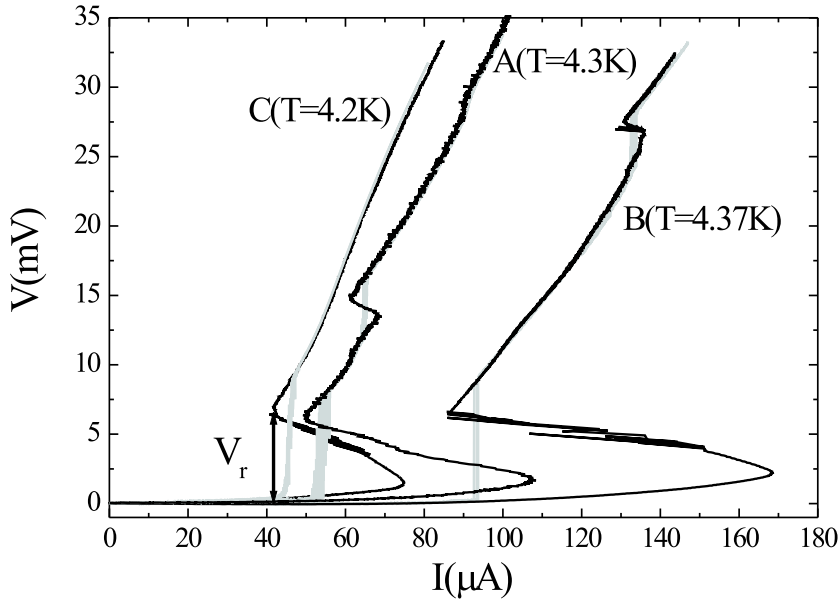


Рис. 25. Вольт-амперные характеристики различных свинцовых сверхпроводящих нанопроволок, параметры которых представлены в таблице 1, в режиме заданного тока (серые кривые) и режиме заданного напряжения (черные кривые). Контактное напряжение вычтено из первоначальных экспериментальных данных.

только S-образную форму ВАХ в режиме $V = const$, но также и гистерезис ВАХ в режиме $I = const$. Наличие достаточно интенсивных шумов является критическим при переключении проволоки/мостика в резистивное состояние (и обратно при $I \sim I_r$) в режиме $I = const$, однако их наличие слабо сказывается на форме ВАХ в режиме $V = const$, так как в этом режиме ток в нанопроволоке меняется во времени от $\sim I_r$ до $\sim I_c$, что автоматически приводит к переключению проволоки в резистивное состояние.

Необходимо отметить, что экспериментально обнаруженное значение V_r практически не зависело от образца и росло с уменьшением температуры (см. рис. 26). Качественно, этот результат соответствует ожидаемому отсутствию зависимости $V_r \simeq 2\pi\hbar/e\tau_{\Delta} \simeq \hbar(1 - T/T_c)^{1/2}2\pi/e\tau_{in}$ (см. раздел 1.4) от удельного сопротивления образца и росту V_r с уменьшением температуры, однако количественно существуют большие отличия (используя значение τ_{in} для свинца из литературы [101], получим $\hbar/2e\tau_{in} = 0.19mV$, что значительно меньше

Таблица 1. Параметры различных образцов, чьи ВАХ представлены на рис. 25. R_N - нормальное сопротивление проволоки при температуре $T = 7.1K$ чуть выше критической температуры $T_c \simeq 6.7K$ (имеющей практически то же самое значение для различных образцов - см. рис. 11 в [93]), R_{res} - остаточное сопротивление нанопроволоки при $T = 4.3K$ (вследствие контактного сопротивления), длина когерентности найдена из критического поля $H_c = H_{c2} = \Phi_0/2\pi\xi^2$

	$L(\mu m)$	$d(\text{нм})$	$R_N(\Omega)$	$R_{res}(\Omega)$	$H_c(4.5K)(T)$	$\xi(4.5K)(\text{нм})$	$\rho_n(\mu\Omega \cdot \text{см})$
A	22	40	300.9	14.9	1.271	16	1.67
B	50	55	210.2	21.7	0.925	19	0.86
C	50	55	465.9	80.7	1.652	14	1.75

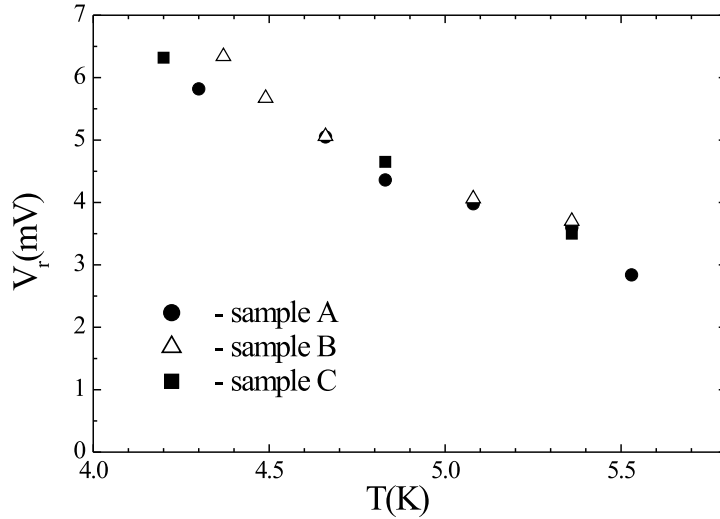


Рис. 26. Скачок в напряжении V_r (см. рис. 25) для образцов А-С при различных температурах.

экспериментального значения). Это указывает на ограниченную количественную применимость полученных теоретических результатов областью температур близких к T_c .

Теоретически, задача о процессе проскальзывания фазы в мостике/проволоке с заданным напряжением ранее исследовалась в работе [102], в рамках простого нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау (см. ур. 1.11). Было найдено, что зависимость $I(t)$ имеет сложную структуру (было установлено наличие несколько периодов осцилляций $|\Delta|$ для коротких проволок с $L = 3 - 4\xi$ и квазихаотичное

поведение для достаточно длинной проволоки с $L = 7\xi$), однако не было проанализировано, как этот результат зависит от приложенного напряжения и не были рассчитаны вольтамперные характеристики.

Сформулируем основной результат раздела. В рамках локального приближения показано, что ВАХ сверхпроводящего мостика, ограниченного сверхпроводящими 'берегами', в режиме заданного напряжения имеет S-образную форму со ступенчатой структурой в области низких напряжений. Последний эффект возникает из-за увеличения количества проскальзываний фазы за один период осцилляций $|\Delta|$, с ростом напряжения. Участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением, при напряжениях порядка $\sim \hbar/2e\tau_{|\Delta|}$, возникает из-за сложной динамики сверхпроводящего параметра порядка, связанной с конечным временем изменения $|\Delta|$. В случае мостика, ограниченного нормальными 'берегами', ступеньки на ВАХ при малых напряжениях пропадают и гистерезис ВАХ возникает как в режиме заданного тока, так и в режиме заданного напряжения. Часть полученных теоретических результатов (S-образная ВАХ) качественно совпадает с результатами, обнаруженными в экспериментах на оловянных и свинцовых нанопроволоках.

1.6. Процесс проскальзывания фазы в мостиках конечной длины в присутствии низкочастотного электромагнитного излучения

В данном разделе исследуется процесс проскальзывания фазы в сверхпроводящем мостике при наличии постоянного тока I^{dc} и внешнего электромагнитного излучения низкой частоты $\nu \ll 1/\tau_{in} \ll \Delta_{eq}/\hbar$, которое не приводит к стимуляции сверхпроводимости или к ее прямому разрушению. Наличие излучения учитывается в используемой модели через появление в мостике переменного тока $I(t) = I^{dc} + I^{ac} \sin(2\pi\nu t)$, создаваемого электрическим полем электромагнитного излучения (такое приближение справедливо, когда длина волны падающего излучения много больше размеров мостика и можно считать, что ток распределен по сверхпроводнику равномерно). Целью исследования является изучение зависимостей критических токов I_c^{ac} и I_r^{ac} (т.е. постоянных токов, при котором мостик переходит из

состояния с $V = 0$ в состояние с конечным напряжением и обратно при наличии переменного тока - см. вставку на рисунке 1.27(а)) от амплитуды I^{ac} и частоты ν переменного тока (т.е. мощности и частоты электромагнитного излучения). Данная задача была инициирована экспериментом, выполненным в группе профессора Устинова из университета Эрлангена в 2004 году. Также, эта задача позволяет продемонстрировать влияние конечного $\tau_{|\Delta|}$ на процесс проскальзывания фазы, которое может быть обнаружено в эксперименте с э.-м. излучением. В расчетах использовалось два значения параметра $\gamma = 13$ и 39 (см. ур. 1.12), которые близки к типичным значениям для свинца и олова при $T = 0.9T_c$ [101]. Длина мостика была выбрана равной 20ξ .

На рисунке 27 приведены характерные полученные результаты. Обсудим сначала зависимость $I_c^{ac}(I^{ac}, \nu)$. При малых частотах $1/\nu$, параметр порядка имеет достаточно времени, чтобы следовать за изменениями тока. Когда сумма $I^{dc} + I^{ac}$ становится больше критического тока I_c (критический ток мостика в отсутствие переменного тока), в центре мостика возникает процесс проскальзывания фазы и $I_c^{ac} \simeq I_c - I^{ac}$. С увеличением частоты необходимо увеличивать сумму $I^{dc} + I^{ac}$, чтобы за время $\sim 1/\nu$ сверхпроводимость могла разрушиться в центре мостика. Это приводит к нелинейной зависимости I_c^{ac} от I^{ac} с уменьшением периода $1/\nu$.

Конечным $\tau_{|\Delta|}$ также объясняется рост I_r^{ac} при малых амплитудах переменного тока. При малых частотах $1/\nu$, I_r^{ac} сначала возрастает, так как разность $I^{dc} - I^{ac}$ может стать меньше, чем I_r и процесс проскальзывания фазы прерывается и не может начаться снова, если $I^{dc} + I^{ac} < I_c$. При $I^{ac} = (I_c - I_r)/2$ рост I_r^{ac} прекращается, также пропадает гистерезис ВАХ и I_r^{dc} следует зависимости $I_c^{ac}(I^{ac})$. При больших частотах ν , большое влияние на I_r^{ac} оказывает конечное $\tau_{|\Delta|}$. Это сказывается в более медленном росте I_c^{ac} при малых I^{ac} и гистерезис сохраняется до больших значений I^{ac} . Физически это связано с тем, что $|\Delta|$ не успевает следовать за быстрыми осцилляциями переменной компоненты тока.

Другой особенностью зависимостей $I_c^{ac}(I^{ac})$ и $I_r^{ac}(I^{ac})$ является наличие осцилляций при больших амплитудах I^{ac} и не очень малых и не очень больших частотах ν (см. рисунки 1.27 и 1.28). Причина этих осцилляций следующая. При $I^{ac} >$

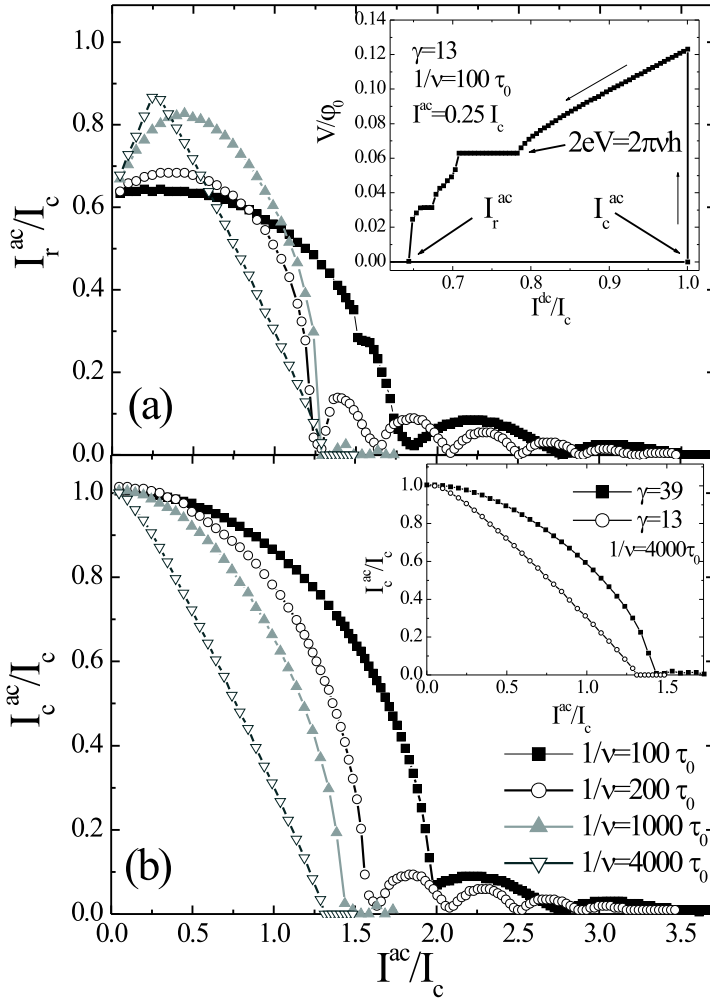


Рис. 27. Зависимость (а) I_r^{ac} и (б) I_c^{ac} от амплитуды переменного тока для различных значений частоты $1/\nu$. Длина мостика $L = 20\xi$, параметр $\gamma = 13$. На вставке к рисунку (а) показана типичная ВАХ при наличии переменного тока. На вставке к рисунку (б) показана зависимость $I_c^{ac}(I^c)$ при двух значениях параметра γ .

I_c и не очень малых периодах переменного тока, даже при нулевом постоянном токе $I^{dc} = 0$ будут происходить проскальзывания фазы, но их число будет одинаковым при положительном и отрицательных токах (соответствующим первому и второму полупериоду переменного тока), поэтому среднее во времени напряжение будет равно нулю. Чем меньше период $1/\nu$, тем меньше будет число проскальзываний фазы в каждом полупериоде (при фиксированном значении I_{ac}). Например, при $1/\nu = 200\tau_0$ будет только одно проскальзывание фазы в диапазоне $1.29I_c <$

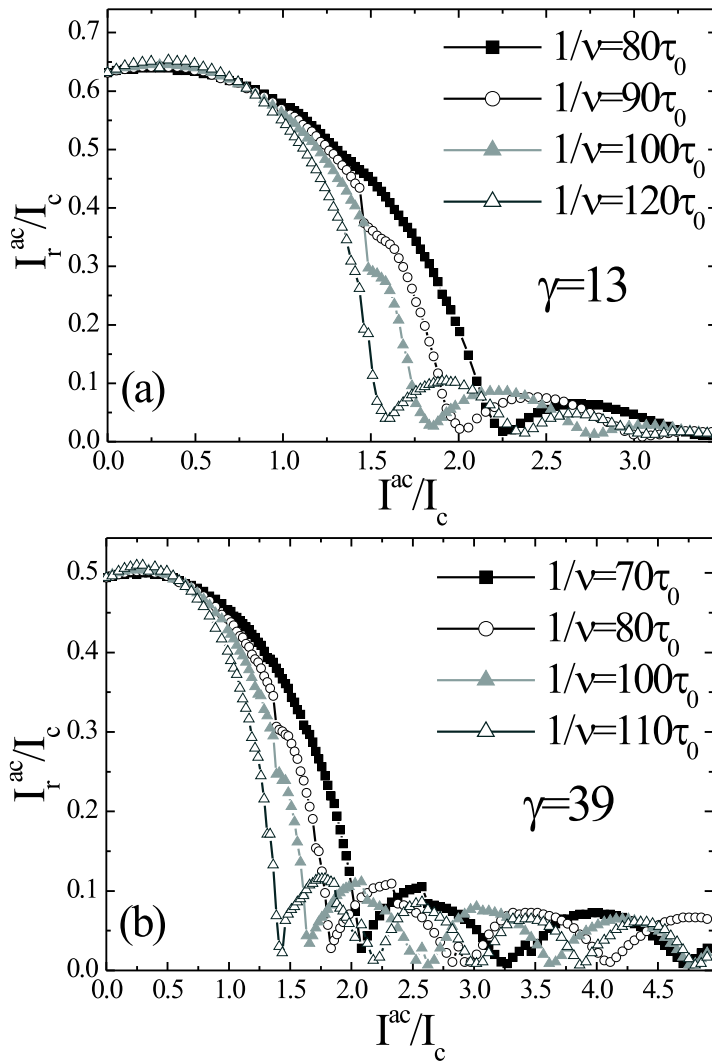


Рис. 28. Ток возврата I_r^{ac} (для двух значений параметра γ : (a) $\gamma = 13$ и (b) $\gamma = 39$) в области, где осцилляции в зависимости $I_r^{ac}(I^{ac})$ наиболее ярко выражены.

$I^{ac} < 1.68I_c$, два проскальзывания фазы в диапазоне токов, где происходит вторая осцилляция I_r^{ac} , и так далее. При включении постоянной компоненты тока (для определенности положительной), будет расти время, когда через сверхпроводник течет положительный ток и это будет приводить к большему числу 'положительных' проскальзываний фазы, чем 'отрицательных', что и обеспечивает ненулевое среднее напряжение. Наиболее легко это будет происходить при тех токах, где происходит смена в режиме от одного к двум и т.д. ПФ во время полупериода $1/2\nu$, а наиболее трудно, посередине между этими значениями тока. Это приводит к осцилляциям I_c^{ac} (и I_r^{ac} , который совпадает с I_c^{ac} для достаточно больших I^{ac}).

Другой важной особенностью является наличие скачка в зависимости $I_r^{ac}(I^{ac})$ в некотором диапазоне частот (см. зависимость $I_r^{ac}(I^{ac})$ на рисунке 27(b) при $1/\nu = 100\tau_0$ и рисунок 1.28). Численные расчеты показывают, что этот эффект возникает при переходе в состояние с нулевым средним напряжением со ступеньки Шапиро. Данный эффект объясняется наличием согласования между внутренней частотой процесса проскальзывания фазы и внешней частотой, которая 'помогает' поддерживать процесс проскальзывания фазы даже при достаточно малой постоянной компоненте приложенного тока. Действительно, эффект существует только при частотах близких к $1/\nu_c \sim V_r$, где V_r - прыжок напряжения на ВАХ при $I = I_r$ в режиме постоянного тока (см. разделы 1.4 и 1.5) и $1/\nu_c$ является максимальным периодом осцилляций $|\Delta|$ в режиме постоянного тока.

Целесообразно сравнить полученные результаты со аналогичными свойствами джозефсоновских контактов (ДК). Процесс проскальзывания фазы в джозефсоновском (туннельном или основанном на слабой связи) контакте и сверхпроводящем мостике качественно похожи, так как в обоих случаях фаза сверхпроводящего параметра порядка меняется на 2π . Главным качественным отличием является конечное $|\Delta|$ в мостике, тогда как в ДК $|\Delta|$ сильно подавлен. В результате, в сверхпроводящем мостике появляется новый фактор - конечное время изменения $\tau_{|\Delta|}$, что приводит к изменению ток-фазового отношения в резистивном состоянии (см. раздел 1.4) и появлению гистерезиса вольтамперных характеристик. В случае ДК гистерезис возникает из-за 'инерции' связанной с наличием емкости, а ток-фазовое соотношение остается без изменений в резистивном состоянии (во всяком случае в RCSJ модели джозефсоновского контакта [58]).

Некоторые из обнаруженных эффектов для сверхпроводящих мостиков могут быть получены в рамках RCSJ модели. Рассмотрим для простоты передемпфированный ДК (с малой величиной параметра демпинга β_c) [58]). На рисунке 29 показана зависимость критического тока ДК от амплитуды переменного тока при различных частотах. При малых частотах (и малых амплитудах I^{ac}) имеет место линейная зависимость $I_c^{ac}(I^{ac})$, которая изменяется на нелинейную при больших частотах. При достаточно больших амплитудах происходят осцилляции

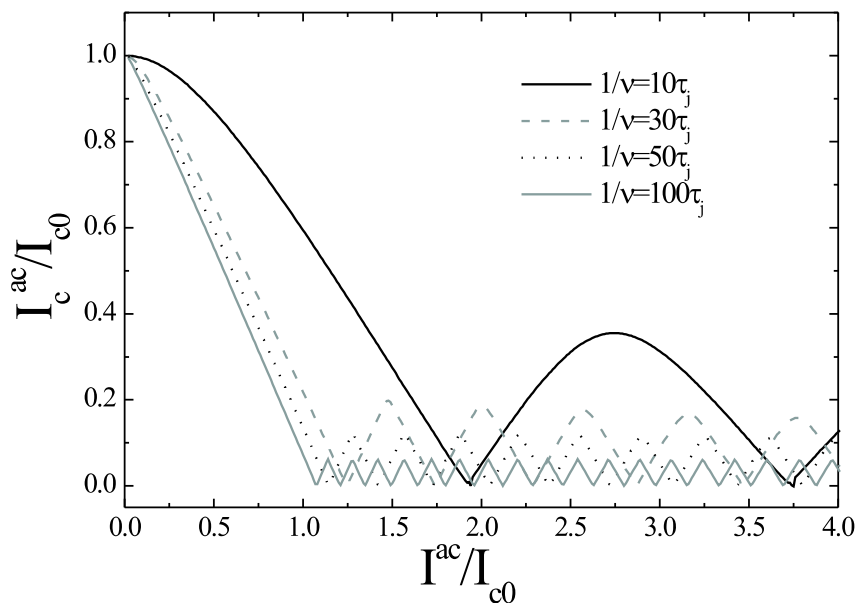


Рис. 29. Зависимость критического тока джозефсоновского контакта от амплитуды переменного тока, рассчитанная в рамках модели RCSJ с параметром демпинга $\beta_c = 0.01$ (см. [58]). Ток измеряется в единицах джозефсоновского критического тока I_{c0} и время в единицах $\tau_J = 2eI_{c0}R_N/\hbar$, где R_N - сопротивление ДК в нормальном состоянии.

I_c^{ac} имеющие ту же причину, что и в случае свехпроводящего мостика. Однако существует одно качественное отличие - практически не происходит уменьшение амплитуды осцилляций I_c^{ac} с увеличением I^{ac} (ср. рис. 29 и 27(b)). Данное свойство связано с существованием максимального тока I_{max} , выше которого процесс проскальзывания фазы не существует и свехпроводящий мостик переходит в нормальное состояние. Этот эффект связан с тем обстоятельством, что ЦПФ можно рассматривать как две близко расположенные NS границы (динамически появляющиеся и исчезающие). Известно (см. например обзор [6]), что в присутствии достаточно большого транспортного тока NS граница начинает двигаться в направлении нормальной области. Физически эффект связан с тем, что вблизи NS границы $|\Delta|$ подавлен и свехпроводящий ток даже меньше тока стремится будет сильно влиять на $|\Delta|$, что и приводит к движению NS границы в сторону нормальной области. Однако, из-за конечной длины конвертации нормального тока в свехток L_E это будет происходить при конечном приложенном токе I_{NS} . Его значение можно оценить приравняв усредненный вблизи NS границы на масштабе

ξ сверхток $I_s = I(1 - \exp(-x/L_E))$ току распаривания I_{dep} . В результате получим, что $I_{NS} \simeq I_{max} \simeq I_{dep}L_E/\xi$ в пределе $L_E \gg \xi$. Так как в локальном приближении $L_E/\xi \sim \sqrt{\gamma}$, то видно, что I_{max} растет с ростом γ .

Этот результат также объясняет, почему с увеличением γ амплитуда осцилляций I_r^{ac} уменьшается медленнее с ростом I^{ac} (см. рис. 28) и сверхпроводящее резистивное состояние существует при более высоких токах. Это также объясняет результат работы [103], в которой было найдено, что I_{max} увеличивается с уменьшением u^* , что следует из приведенных выше рассуждений, так как $L_E \sim 1/\sqrt{u^*}$.

Новые интересные эффекты возникают, если рассматривать асимметричный во времени переменный ток. А именно, рассмотрим случай, когда переменный ток содержит вторую гармонику, сдвинутую по фазе относительно первой гармоники

$$I(t) = I^{dc} + I_1^{ac} \sin(2\pi\nu t) + I_2^{ac} \sin(4\pi\nu t + \theta_0). \quad (1.33)$$

Расчеты показывают, что такой переменный сигнал может приводить к ненулевому среднему напряжению, даже если постоянный ток равен нулю. Данный эффект качественно похож на аналогичный эффект, теоретически предсказанный в работах [104,105] и экспериментально обнаруженный в работе [106] для резистивного отклика кругового джозефсоновского контакта с одиночным Джозефсоновским вихрем. На рисунке 30 представлены ВАХ мостика при наличии переменного сигнала типа 1.33 со следующими параметрами $I_1^{ac} = 1.24I_c$, $I_2^{ac} = 0.74I_c$ и $1/\nu = 4000\tau_0$ (а) и $1/\nu = 200\tau_0$ (б).

Величина напряжения при $I^{dc} = 0$ сильно зависит от сдвига фазы θ_0 , причем в определенном диапазоне параметров величина этого напряжения пропорциональна частоте переменного тока (падающего излучения) - см. рисунок 31. Как следствие, данный эффект может быть использован для создания источника (эталоны) напряжения высокой точности, когда $\nu_c > 2eV_r/\hbar$. Величина индуцированного напряжения лежит в диапазоне нескольких мкВ на один центр проскальзывания фазы (оценка сделана для низкотемпературных сверхпроводников при температуре близкой к T_c). В вычислениях рассматривалась ситуация, когда существует только один центр проскальзывания фазы. Если несколько ЦПФ могут одновременно существовать, то они могут начать взаимодействовать друг с другом и их осцилляции

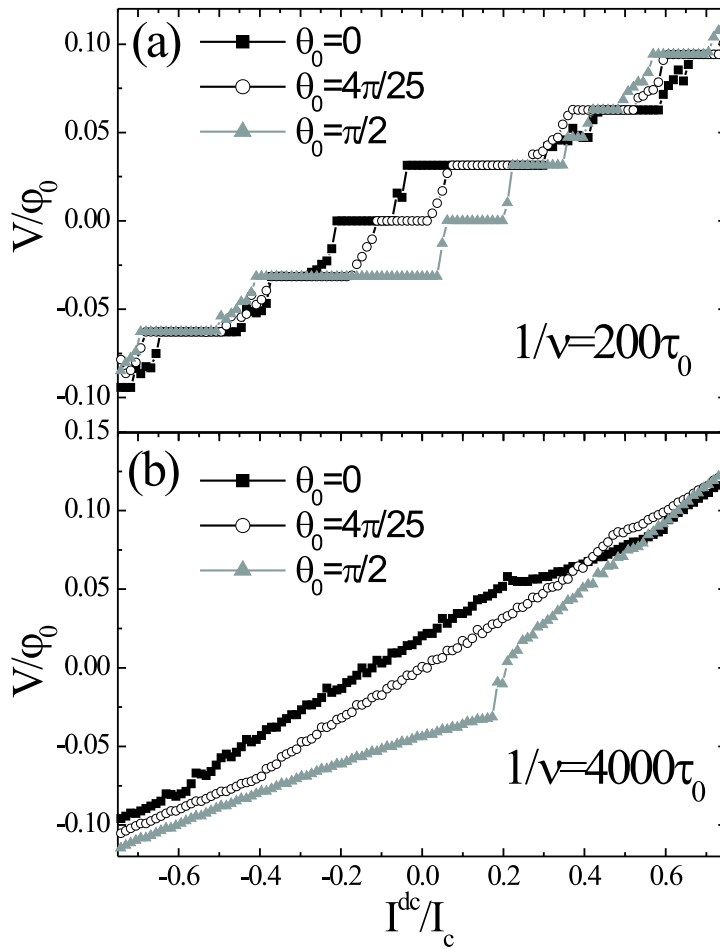


Рис. 30. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика в присутствии асимметричного переменного тока ($I_1^{ac} = 1.24I_c$, $I_2^{ac} = 0.74I_c$, $\gamma = 13$) с периодами $1/\nu = 4000\tau_0$ (a) и $1/\nu = 200\tau_0$ (b). При $1/\nu = 200\tau_0$ проскальзывания фазы не возникают, если в качестве начального состояния выбрано стационарное сверхпроводящее состояние. Поэтому в начальный момент времени в центре мостика было положено $|\Delta| = 0$ в области с размерами ξ , что позволило 'запустить' процесс проскальзывания фазы.

могут быть синхронизированны [7], что будет приводить к увеличению амплитуды сигнала.

В случае низкотемпературных сверхпроводников с критической температурой порядка нескольких кельвинов $\tau_0(T = 0) \sim 4.8 \cdot 10^{-13} c \cdot K/T_c$, предсказанные эффекты должны существовать в гигагерцовой области электромагнитного излучения и при температурах не очень далеких от T_c (для того чтобы исключить влияние джоулева

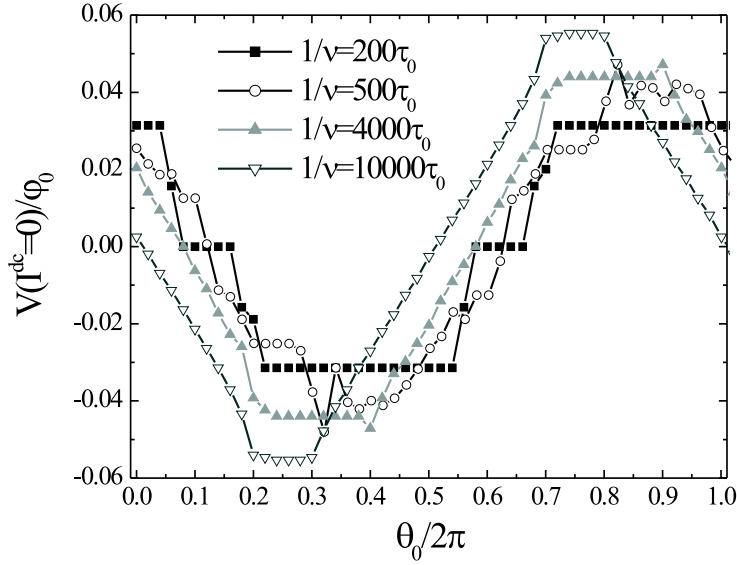


Рис. 31. Зависимость напряжения, индуцированного переменным асимметричным током с $I^{dc} = 0$, от разности фаз θ_0 для различных частот ν . При частотах близких или больших чем $\nu_c \sim 2eV_r/\hbar \sim 1/\tau_{|\Delta|}$ индуцированное напряжение пропорционально частоте приложенного сигнала.

разогрева). Часть представленных теоретических результатов была обнаружена в эксперименте [123] на оловянных мостиках (с длиной 5 мкм и шириной 2 мкм) при температурах близких к $T_c \sim 3.8K$ и при не очень больших мощностях электромагнитного излучения (которое индуцировало переменный ток $I^{ac} \lesssim I_c$). Немонотонная зависимость $I_r^{ac}(I^{ac})$ (похожая на показанную на рисунке 27(а)) была обнаружена при $\nu = 200MHz$ и $T = 3.67K$, при этом критический ток I_c^{ac} убывал с увеличением I^{ac} , за исключением высоких частот излучения $\nu > 3GHz$, при которых в эксперименте наблюдалась стимуляция сверхпроводимости, описанная в работе [108]. Кроме того, скачки в зависимости $I_r^{ac}(I^{ac})$ (см. рис. 28) были обнаружены при высоких частотах $\nu_c \simeq V_r$ (в эксперименте $\nu_c \sim 9.3GHz$), когда переход в состояние с нулевым сопротивлением происходил со ступеньки Шапиро.

Таким образом, в данном разделе теоретически изучено влияние симметричного и асимметричного переменного тока (электромагнитного излучения), с частотой много меньшей $1/\tau_{in}$, на процесс проскальзывания фазы в сверхпроводящем мостике. Было обнаружено, что при больших амплитудах I^{ac} симметричного переменного

тока, ток возврата в сверхпроводящее состояние I_r^{ac} осциллирует с ростом I^{ac} и амплитуда этих осцилляций уменьшается с ростом мощности переменного сигнала. Асимметричный переменный сигнал (с нулевым средним током) может вызвать в мостике появление ненулевого среднего напряжения. Показано, что при достаточно высоких частотах величина напряжения пропорциональна частоте асимметричного переменного тока с нулевым средним. Данные свойства напоминают свойства джозефсоновских контактов, находящихся под воздействием асимметричного электромагнитного излучения.

1.7. Влияние магнитного поля на критические токи процесса проскальзывания фазы

В данном разделе исследуется влияние магнитного поля на критические токи I_r и I_c процесса проскальзывания фазы. В дальнейшем рассматриваются случаи узких мостиков с шириной меньшей или сравнимой с $\xi(T)$, и относительно широких мостиков с шириной много большей $\xi(T)$, но меньшей $\Lambda = 2\lambda_L^2/d$. Рассмотрим сначала случай широких мостиков (расчеты в этом случае выполнены с использованием двумерного уравнения 1.9).

В случае приложения магнитного поля ток в мостике будет распределен неравномерно по ширине - см. рисунок 32. В результате, в полях меньших поля $\sim \Phi_0/4\pi\xi w$, при котором плотность тока $j(x)$ не меняет знак по ширине пленки, критический ток (который определяется из условия, что плотность тока на одной из границ становится равной тока распаривания) уменьшается с ростом магнитного поля (см. рисунок 33)). При $I > I_c$ и $H = 0$ в резистивном состоянии возникает линия проскальзывания фазы (ЛПФ), которая представляет из себя аналог центра проскальзывания фазы для двумерного случая. В этом состоянии поперек пленки появляется область с продольными размерами порядка 2ξ , вдоль которой параметр порядка сильно подавлен. При $H = 0$ происходят осцилляции $|\Delta|$ вдоль этой линии в фазе для всех точек, которые эквивалентны осцилляциям $|\Delta|$ в одномерном мостике той же длины и при той же плотности тока. При $H \neq 0$ распределение плотности тока по ширине становится неоднородным, что приводит к сдвигу фазы

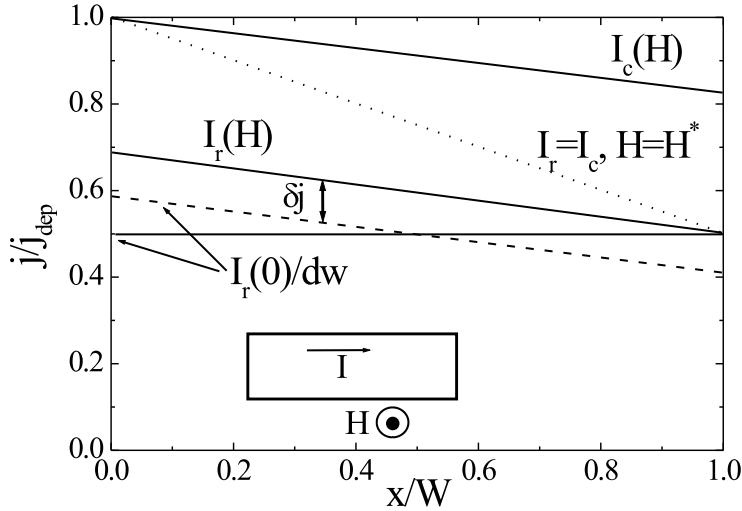


Рис. 32. Схематичное распределение плотности тока в мостике с $w \gg \xi$. При токе $I = I_r(0)$, в ненулевом магнитном поле в части пленки плотность тока становится меньше $I_r(0)/(wd)$ и необходимо увеличить ток на $\delta j wd$, чтобы выполнить условие $j(x) \geq I_r(0)/(wd)$, при котором условие $\tau_{|\Delta|} > \tau_{\delta\phi}$ выполняется по всей ширине мостика. В поле $H = H^*$ ток $I_r = I_c$ (точечная линия).

между осцилляциями $|\Delta|$ в разных точках вдоль ЛПФ. Такое поведение схоже с динамикой сверхпроводящей разности фаз в джозефсоновском контакте конечной длины, помещенном в магнитное поле. Используя эту аналогию можно сказать, что при $I > I_c$ и $H \neq 0$ в ЛПФ движется вихрь, напоминающий джозефсоновский вихрь.

При уменьшении тока, ЛПФ исчезает при токе $I_r(H) < I_c(H)$ в случае $\gamma \gg 1$ (при $H = 0$ ток I_r совпадает с током возврата одномерного сверхпроводящего мостика). Однако, в отличие от I_c ток возврата возрастает в слабых магнитных полях (см. рис. 33). Понять это можно следующим образом. В ненулевом магнитном поле при токе равном $I_r(H = 0)$ в половине пленки плотность тока станет меньше чем $I_r(0)/(wd)$ (см. пунктирную линию на рисунке 32). Это означает, что в этой части пленки не будет выполнено условие $\tau_{|\Delta|} > \tau_{\delta\phi}$ и процесс проскальзывания фазы (связанный с проходом вихря, похожего на джозефсоновский, поперек пленки) должен остановиться. Он может продолжаться, если минимальная плотность тока превысит $I_r(H = 0)/(wd)$, что будет приводит к линейному росту $I_r(H)$ с магнитным полем, до тех пор, пока он не станет равным $I_c(H)$ (при этом ВАХ становится

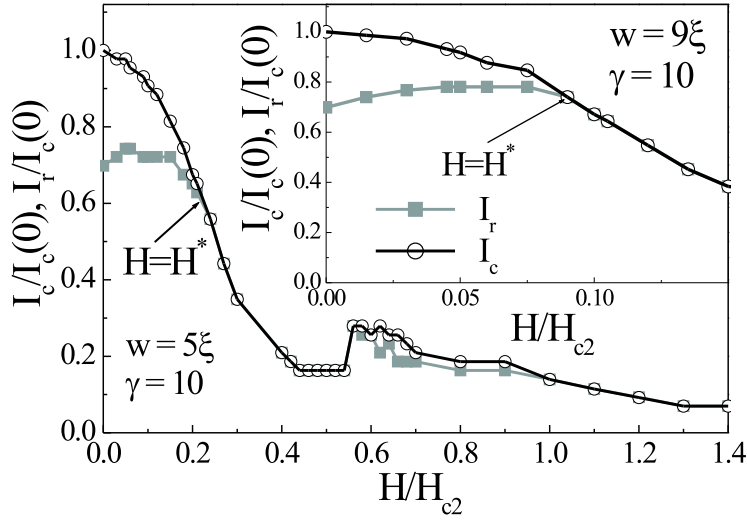


Рис. 33. Зависимости $I_c(H)$ и $I_r(H)$, найденные численно для пленок различной ширины.

безгистерезисной). Рассчитанная зависимость $I_r(H)$ оказывается нелинейной (что, по-видимому, связано с корреляцией изменения $|\Delta|$ на масштабах $\sim \xi(T)$), но I_r растет в слабых полях (см. рис. 33) и гистерезис пропадает при некотором магнитном поле $H = H^*$, зависящем от ширины пленки.

Рассмотрим теперь случай пленок с шириной $w < \xi(T)$. В таких пленках $|\Delta|$ практически не зависит от ширины и можно произвести усреднение по ширине мостика сверхскорости, создаваемой внешним полем. Такое усреднение приведет к появлению в правой части ур. 1.9 члена $-(H/H_c)^2 \Delta$ (похожая процедура была выполнена для сверхпроводящих колец конечной ширины - см. раздел 1.2), ответственного за подавление параметра порядка магнитным полем: $|\Delta| = \Delta_{eq} \sqrt{1 - (H/H_c)^2}$ ($H_c = \sqrt{3} \Phi_0 / \pi \xi w$ - критическое поле узкого мостика). Нетрудно увидеть, что в данной модели влияние магнитного поля схоже с влиянием температуры (см. ур. 1.9) и нетрудно показать, что критический ток длинного мостика ($L \gg \xi$) зависит от магнитного поля следующим образом

$$I_c(H) = I_{dep} (1 - (H/H_c)^2)^{3/2}. \quad (1.34)$$

Надо заметить, что такая зависимость справедлива до магнитного поля $\sim H_{c2} < H_c$, при котором разрушается сверхпроводимость в берегах(контактах). В поле $H >$

H_{c2} нормальная компонента тока проникает в сверхпроводник на расстояние $L \sim L_E$ от возникшей границы нормальный металл-сверхпроводник, что должно приводить к резкому увеличению тока I_c при $H \simeq H_{c2}$ в мостиках с длиной $\xi \ll L \lesssim 2L_E$ (так как I_s будет меньше чем полный ток, а только сверхпроводящая компонента тока влияет на сверхпроводимость). Величина увеличения зависит от длины мостика и полагая, что распределение электрического потенциала (и нормального тока) удовлетворяет уравнению $\nabla^2\varphi - \varphi/L_E^2 = 0$ с граничными условиями $-\sigma_n \nabla\varphi|_{\pm L/2} = I/S$ можно получить для сверхтока в центре мостика следующее выражение $I_s = I(1 - 1/\cosh(L/2L_E))$ (ср. с уравнением 7.25 из [6]). Приравнивая это значение критическому значению $I_{dep}(1 - (H/H_c)^2)^{3/2}$, можно найти критический ток в поле большем, чем H_{c2}

$$I_c(H) = I_{dep}(1 - (H/H_c)^2)^{3/2}/(1 - \cosh(L/2L_E)), H > H_{c2}. \quad (1.35)$$

Кроме критического тока, в поле $H \simeq H_{c2}$ должен резко увеличиваться и ток возврата I_r (для достаточно коротких мостиков с $L \lesssim 2L_E$). Данный эффект связан с эффективным уменьшением 'сверхпроводящей' длины мостика, а как обсуждалось в разделе 1.4, в мостиках меньшей длины ток I_r больше (см. ур. 1.31).

Кроме того, существует еще один механизм, который может влиять на зависимость I_r от магнитного поля. Он связан с уменьшением L_E в слабых магнитных полях [1, 109]

$$L_E(H) = \frac{L_E(0)}{(1 + \gamma(H/H_c)^2)^{1/4} \sqrt{1 - (H/H_c)^2}} \quad (1.36)$$

Согласно ур. 1.30 это должно приводить к росту тока I_r в слабых магнитных полях для мостиков (проволок) с длиной $L > 2L_E$. При этом, данный механизм роста возможен только в относительно слабых полях $H \ll H_c$ и при больших значениях параметра $\gamma \gg 1$, так как в сильных полях возникает подавление параметра порядка $|\Delta| \sim \sqrt{1 - (H/H_c)^2}$, что ведет к росту $\tau_{|\Delta|}(H) \simeq \tau_{|\Delta|}(0)/\sqrt{1 - (H/H_c)^2}$ и уменьшению I_r (см. раздел 1.4). В широких мостиках данный механизм увеличения I_r должен быть подавлен (или, по крайней мере, выражен значительно слабее) из-за более сильной зависимости $|\Delta|(H)$ (см. рис. 34)

Увеличение критического тока I_c в поле $H > H_{c2}$ было обнаружено в эксперименте на алюминиевых микромостиках [111] (подробное обсуждение

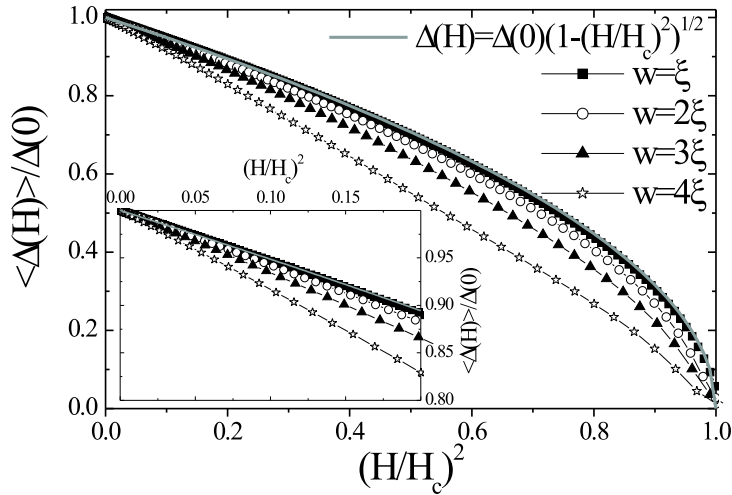


Рис. 34. Зависимость модуля параметра порядка, усредненного по ширине мостика, от приложенного магнитного поля для мостиков различной ширины (результат получен на основе численного решения двумерного уравнения Гинзбурга-Ландау). Видно, что в относительно узких мостиках с $w < 2\xi$ подавление $|\Delta|$ значительно слабее, чем в мостиках с $w > 2\xi$, при том же отношении H/H_c .

см. в разделе 4.2). Увеличение тока I_r было обнаружено в эксперименте на оловянных и свинцовых нанопроволоках с длиной $L < 2L_E$, причем эффект наблюдался вблизи поля подавления сверхпроводимости в берегах [110]. Однако последний эксперимент проводился при температуре значительно ниже критической, где локальное приближение становится неприменимым количественно, поэтому применимость нашего результата для объяснения данного эксперимента остается под вопросом.

Сформулируем основной результат данного раздела. В рамках локального приближения показано, что в специальном случае узкого мостика с длиной $L \lesssim 2L_E$ и шириной $w < \xi$, соединенного с массивными сверхпроводящими контактами, критический ток и ток возврата могут резко вырасти при поле $H \simeq H_{c2}$, что связано с подавлением сверхпроводимости в контактах и проникновением нормальной компоненты тока в сверхпроводящий мостик на расстояние порядка L_E . Уменьшение глубины проникновения электрического поля в слабых магнитных полях $H \ll H_c$ и больших значениях параметра $\gamma = \tau_{in} \Delta_{eq} / \hbar \gg 1$ является другим механизмом роста

тока возврата в узких сверхпроводящих пленках. В относительно широких мостиках с шириной $\xi \ll w \ll \lambda^2/d$, ток I_r возрастает в магнитных полях $H \lesssim \Phi_0/4\pi\xi w$ из-за неоднородного распределения плотности тока по ширине мостика.

2. Трансформация движущейся решетки вихрей

Абрикосова, вызванная неравновесными эффектами

В узких сверхпроводящих пленках с шириной $w \gg \xi$ и пространственно неоднородным распределением плотности тока конечное сопротивление возникает не из-за линий проскальзывания фазы, а за счет движения вихрей. В данной главе рассматривается вопрос о влиянии неравновесных эффектов, связанных с изменением $|\Delta|$ во времени, на динамику движущихся вихрей Абрикосова. Как уже обсуждалось в разделе 1.1, вблизи критической температуры сверхпроводника, данный источник неравновесия приводит к сильному увеличению времени изменения $|\Delta|$, по сравнению с равновесной ситуацией. Можно ожидать, что в случае движущегося вихря, этот неравновесный эффект будет приводить к изменению формы вихря, так как $|\Delta|$ уменьшается впереди вихря и $|\Delta|$ увеличивается позади движущегося вихря, что приводит локально, к 'охлаждению' и 'нагреву' квазичастиц, соответственно. Можно ожидать, что позади движущегося вихря образуется область с подавленным параметром порядка (данный эффект впервые был предсказан в работе [22]), что будет приводить к притяжению к этой области соседних вихрей и образованию движущихся вихревых цепочек, вместо движущейся треугольной решетки Абрикосова. Приведенные ниже результаты опубликованы в работах [A7, A14].

Расчеты в главе выполнены в локальном приближении. В качестве модельной системы рассматривается сверхпроводящая пластина, бесконечная в направлениях осей z и y и конечная по ширине (в направлении оси x - см. рис. ??). Данная модель позволяет исследовать влияние неоднородного по ширине распределения плотности тока на динамику вихрей в нулевом и слабом магнитных полях, а также исследовать вопрос о влиянии $\tau_{|\Delta|}$ на движение вихрей в больших магнитных полях, когда влияние экранирующих токов мало и используемая модель качественно будет совпадать с моделью узкой пленки, помещенной в перпендикулярное магнитное поле большой величины ($H \gg \Phi_0/4\pi\xi w$).

В вычислениях пренебрегается возможностью формирования искривленных

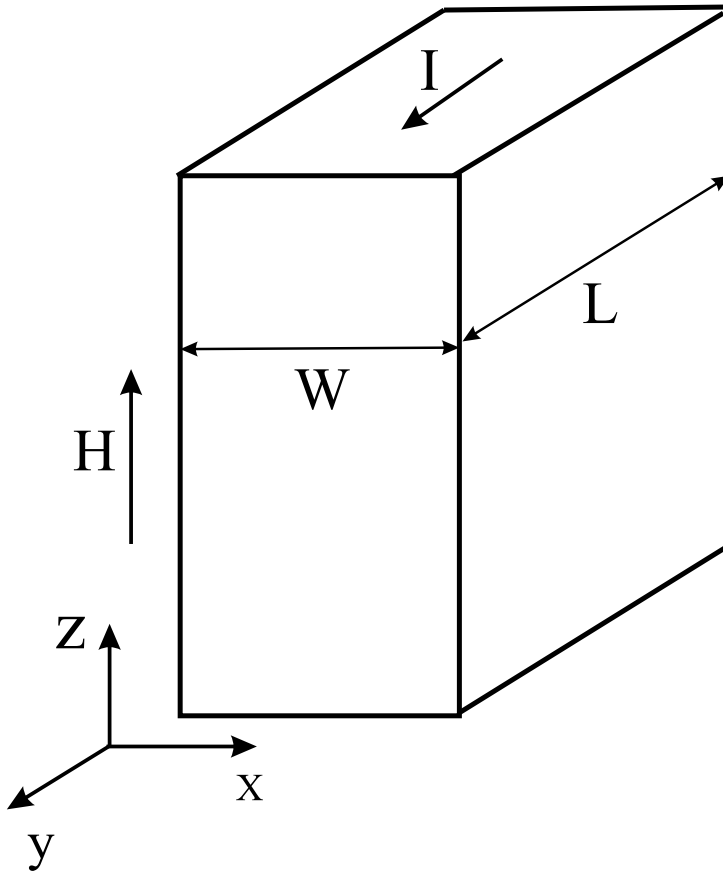


Рис. 35. Рассматриваемая модельная система - сверхпроводящая пластина (бесконечно длинная в направлениях y и z) с транспортным током I , помещенная в параллельное магнитное поле H .

вихрей в направлении оси z и далее рассматривается двумерная задача. В локальном приближении динамика Δ определяется уравнением 1.12 (в безразмерных величинах), а уравнение Максвелла для векторного потенциала имеет следующий вид

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \text{Re} [\psi^* (-i\nabla - \mathbf{A})\psi] - \kappa^2 \text{rot rot} \mathbf{A}, \quad (2.1)$$

Векторный потенциал в используемой модели имеет только две компоненты $\mathbf{A} = (A_x, A_y, 0)$ и используется калибровка с равным нулю электрическим потенциалом. Для решения системы уравнений 1.12, 2.1 была использована неявная численная схема, предложенная в работе [112], которая позволяет эффективно решать уравнение 2.1 в случае больших значений параметра Гинзбурга-Ландау κ . В направлении y были использованы периодические граничные условия и граничные условия сверхпроводник-вакуум $(\nabla_x - iA_x)\psi|_{x=0,W} = 0$ в направлении оси x .

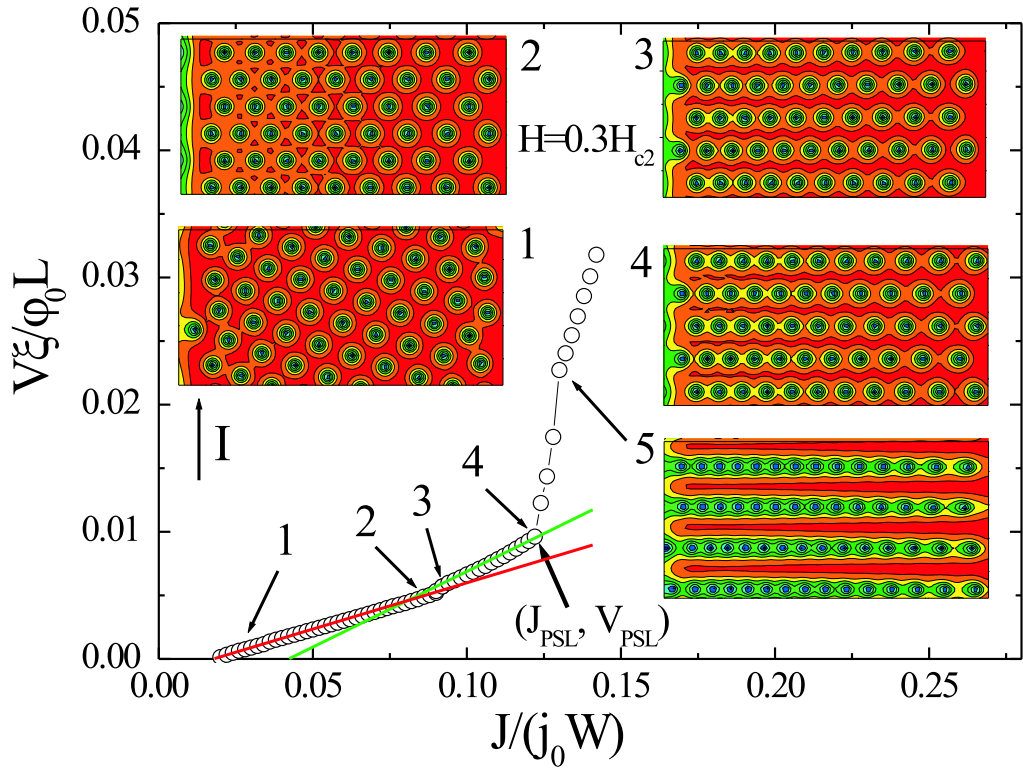


Рис. 36. Вольтамперная характеристика сверхпроводящей пластины с шириной $W = 50\xi$, $\gamma = 10$ и при $H = 0.3H_{c2}$. Ток увеличивался от нуля до некоторого конечного значения. На вставках показано мгновенное распределение $|\Delta|(x, y)$ при различных значениях приложенного тока.

Транспортный ток 'вводился' в систему через граничные условия для векторного потенциала $\text{rot}\mathbf{A}|_z(x = 0, W) = H \pm H_I$ где $H_I = 2\pi J/c$ магнитное поле, индуцированное током J (на единицу длины в направлении оси z) и H - приложенное магнитное поле. Во всех расчетах было положено $\kappa = 5$ и параметр γ менялся от 0 до 40.

Вначале рассмотрим случай большого магнитного поля, превышающего поле, созданное транспортным током: $H \gg H_I$. В таких полях распределение плотности транспортного тока по ширине сверхпроводника будет почти однородным (за исключением прикраевой области с размерами порядка нескольких ξ), что упрощает интерпретацию полученных численных результатов. На рисунке 36 показана ВАХ пластины при $H = 0.3H_{c2}$ (на вставках показано мгновенное распределение $|\Delta|(x, y)$,

соответствующее различным значениям приложенного тока). Движение вихрей начинается при токе $I > I_c$, величина которого определяется наличием поверхности и краевого барьера на вход/выход вихрей. При малых токах, движущаяся вихревая структура близка к треугольной (см. вставку 1 на рис. 36). При увеличении тока, вихревая решетка трансформируется в набор линий (цепочек), вдоль которых двигаются вихри, но, тем не менее, квази-треугольная структура сохраняется (см. вставку 2 на рис. 36). С дальнейшим увеличением тока (и скорости вихрей) происходит перестройка в вихревой структуре (см. вставку 3 на рисунке 36), которая также видна на ВАХ в виде наличия излома. При этом переходе количество вихревых линий уменьшается с 6 до 5 (для использованного периода $L = 25\xi$) и, соответственно, количество вихрей в линии увеличивается (так как общее количество вихрей определяется приложенным магнитным полем). Заметим, что излом на ВАХ связан с более быстрым движением вихрей в данной вихревой конфигурации и при дальнейшем увеличении тока напряжение увеличивается с током быстрее, чем до перехода 2-3 (что говорит об уменьшении вязкости при движении вихрей). При токе, указанном цифрой 4, происходит второй переход, связанный с дальнейшим уменьшением числа вихревых линий. При этом расстояние между соседними вихрями в линии уменьшается, а их скорость сильно возрастает, что приводит к резкому росту напряжения. В сверхпроводнике появляются несколько линий, вдоль которых сверхпроводящий параметр порядок в среднем по времени сильно подавлен, и вихри двигаются с высокой скоростью. В дальнейшем такие линии будут называться вихревыми линиями проскальзывания фазы (вихревая ЛПФ), так как они похожи на линии проскальзывания фазы в сверхпроводящих пленках с однородным распределением тока по ширине сверхпроводника и $H = 0$. Однако вдоль линии проскальзывания фазы параметр порядка распределен однородно и обращается в ноль одновременно во всех точках линии (в какой то момент времени), тогда как в вихревой ЛПФ $|\Delta|$ распределен неоднородно и обращается в ноль только в местах расположения вихрей.

Обнаруженные переходы в вихревой решетке могут быть объяснены изменением формы движущегося вихря, возникающей вследствие неравновесных процессов.

Действительно, при движении вихря параметр порядка уменьшается перед движущимся вихрем, и он растет во времени позади него (см. рис. 37). Следовательно, происходит локальное 'охлаждение' квазичастиц перед вихрем и их 'нагрев' позади него, что приводит к 'стимуляции' сверхпроводимости впереди вихря и к ее 'подавлению' позади движущегося вихря. С математической точки зрения данный эффект становится понятным, если мы будем искать решение уравнения 1.12 в виде $\psi(x - vt, y)$, описывающее движущийся, с постоянной скоростью v в направлении оси x , одиночный вихрь. Подстановка в уравнение 1.12 приводит к появлению члена $\sim -v\partial|\psi|/\partial x$ (вместо производной по времени) в уравнении для $|\psi|$

$$\nabla^2|\psi| + (1 - |\psi|^2 - Q^2/Q_0^2 + uv\frac{\partial|\psi|}{\partial x}\sqrt{1 + \gamma^2|\psi|^2})|\psi| = 0, \quad (2.2)$$

Исследуя это уравнение по теории возмущения (считая, что $uv\gamma \ll 1$) можно увидеть, что впереди вихря (где $\partial|\psi|/\partial x > 0$) будет возникать усиление сверхпроводимости, а позади вихря (где $\partial|\psi|/\partial x < 0$) - подавление (заметим, что данный эффект существует и при $\gamma = 0$, однако по величине он будет значительно слабее, чем при $\gamma \gg 1$). Качественно, изменение формы вихря показано на рисунке 37. Таким образом, вихрь становится вытянутым в направлении движения, а позади вихря возникает область с подавленным $|\Delta|$, что приводит к притяжению к этой области соседних вихрей.

Когда происходит переход от 5 к 4 цепочкам вихрей, то расстояние между вихрями резко уменьшается. Если скорость вихрей достаточно большая, такая, что $v > v_c \sim a/\tau_{|\Delta|}$ (a - расстояние между вихрями в цепочке), то параметр порядка не имеет достаточно времени, чтобы вырасти после последовательного прохода двух вихрей и $|\Delta|$ будет сильно подавлен вдоль траектории движения вихрей (это напоминает динамическое подавление $|\Delta|$ в центре проскальзывания фазы - см. раздел 1.4). Этот эффект ускоряет движение вихрей, так как в этом случае амплитуда изменения $|\Delta|$ будет меньше, и меньше будет само характерное время изменения $|\Delta|$: $\tau_{|\Delta|} \sim |\psi|\gamma\tau_{GL}$. Это является причиной перехода от медленного к быстрому движению вихрей и резкому росту напряжения при токе $J = J_{PSL}$ (см. рис. 36).

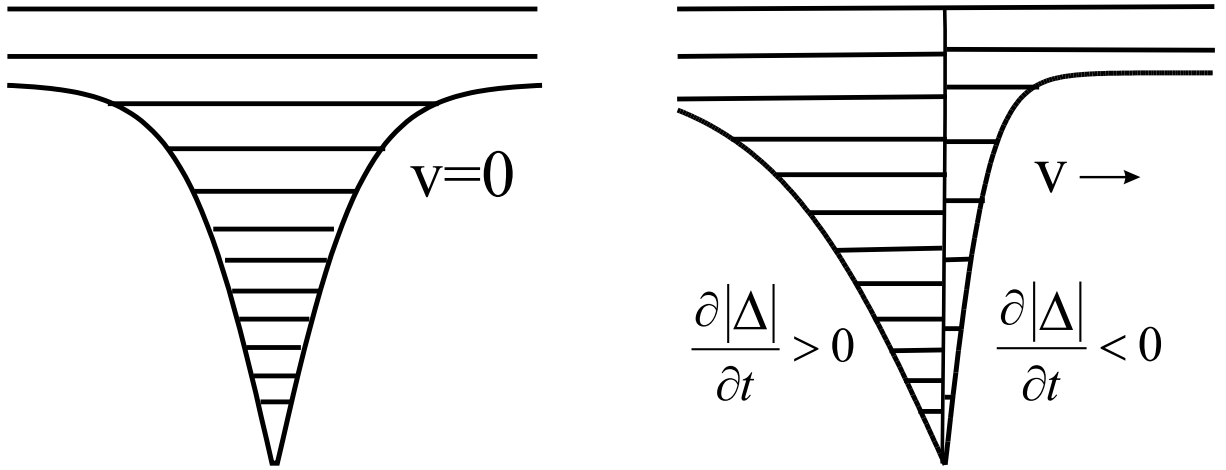


Рис. 37. Деформация кора вихря благодаря его движению (показано схематично). В случае $L_{in} < \xi(T)$ диффузией квазичастиц можно пренебречь и локально существует 'охлаждение' и 'нагрев' квазичастиц.

Увеличение магнитного поля не ведет к качественно новым эффектам, за исключением появления режима, когда медленно движущиеся вихри могут сосуществовать с быстро движущимися вихрями (см. рис. 38). Когда в сверхпроводнике появляется быстро движущаяся цепочка вихрей (вихревая ЛПФ), сверхпроводящий ток уменьшается на расстоянии $\lesssim L_E$ от цепочки. В результате вихри, находящиеся на расстоянии меньшем чем L_E от цепочки, станут двигаться медленнее, так как сверхпроводящая компонента тока уменьшается, а именно она приводит вихри в движение. В локальном приближении $L_E \simeq \xi\sqrt{\gamma/u}$, и численный расчет показывает, что с увеличением γ область токов и магнитных полей, в которой такие структуры возникают, увеличивается. Например для $\gamma = 20$ медленные вихри и вихревые ЛПФ могут сосуществовать уже при $H = 0.3H_{c2}$, а для $\gamma = 40$ они сосуществуют даже при $H = 0$.

Заметим, что в поле $H = 0.4H_{c2}$, в сравнении с полем $H = 0.3H_{c2}$, перестройка вихревой решетки ведет к нерегулярному распределению вихрей в диапазоне токов, соответствующем промежутку, между точками 2 и 3 на рисунке 38. Одной из причин такого поведения может быть использование периодических граничных условий и конечного периода L в наших вычислениях. Например, похожее нерегулярное распределение движущихся вихрей в поле $H = 0.3H_{c2}$ (здесь не показанное) исчезает между токами, обозначенными цифрами 2 и 3 на рисунке 36 с увеличением периода L

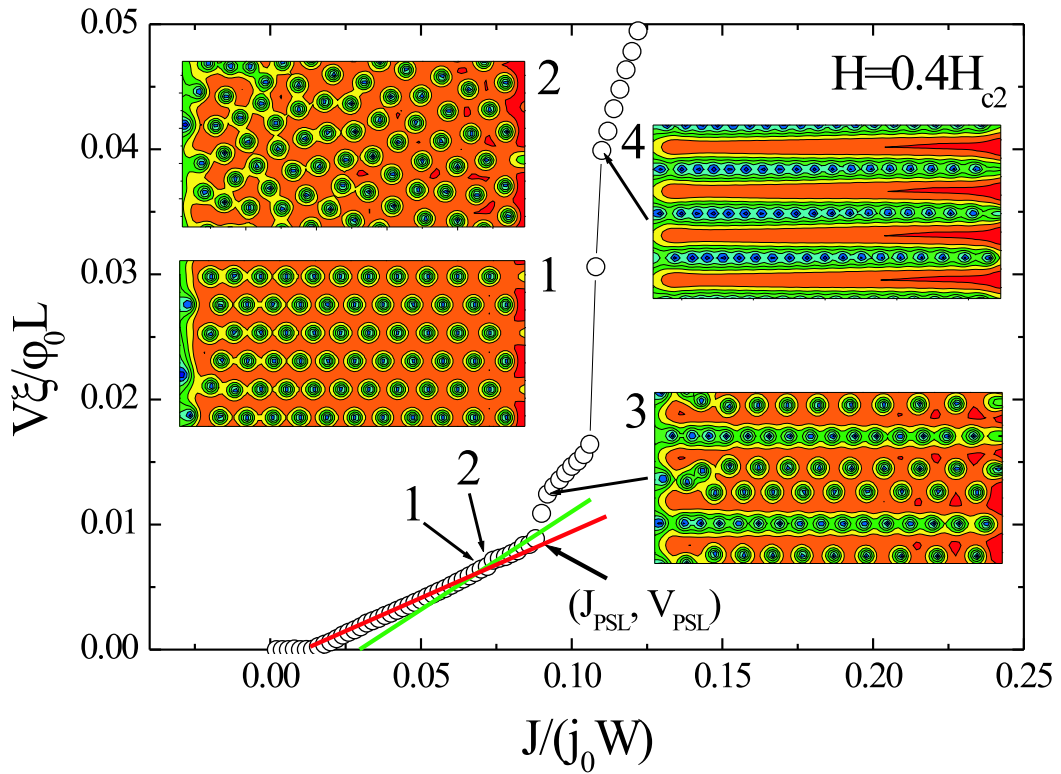


Рис. 38. Вольтамперная характеристика сверхпроводящей пластины с шириной $W = 50\xi$, $\gamma = 10$ и $H = 0.4H_{c2}$.

в два раза (изменение периода также приводило к малым изменениям величин токов, при которых происходили структурные переходы). Однако в случае $H = 0.4H_{c2}$ удвоение периода не привело к исчезновению такого режима.

Похожее нерегулярное распределение вихрей было обнаружено в работе [113], в которой авторы использовали нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау с $\gamma = 0$ и параметром $u < 1$. В этой работе не было обнаружено регулярных перестроек вихревой решетки, что, по-видимому, связано с малой деформацией кора вихря при использованных значениях параметров. Отметим, что с увеличением параметра γ (например при $\gamma = 20$) не было обнаружено нерегулярного распределения вихрей даже при $H = 0.4H_{c2}$ и $L = 25\xi$ (минимально используемого периода в наших вычислениях).

В магнитных полях, близких к H_{c2} , также происходят переходы в вихревой

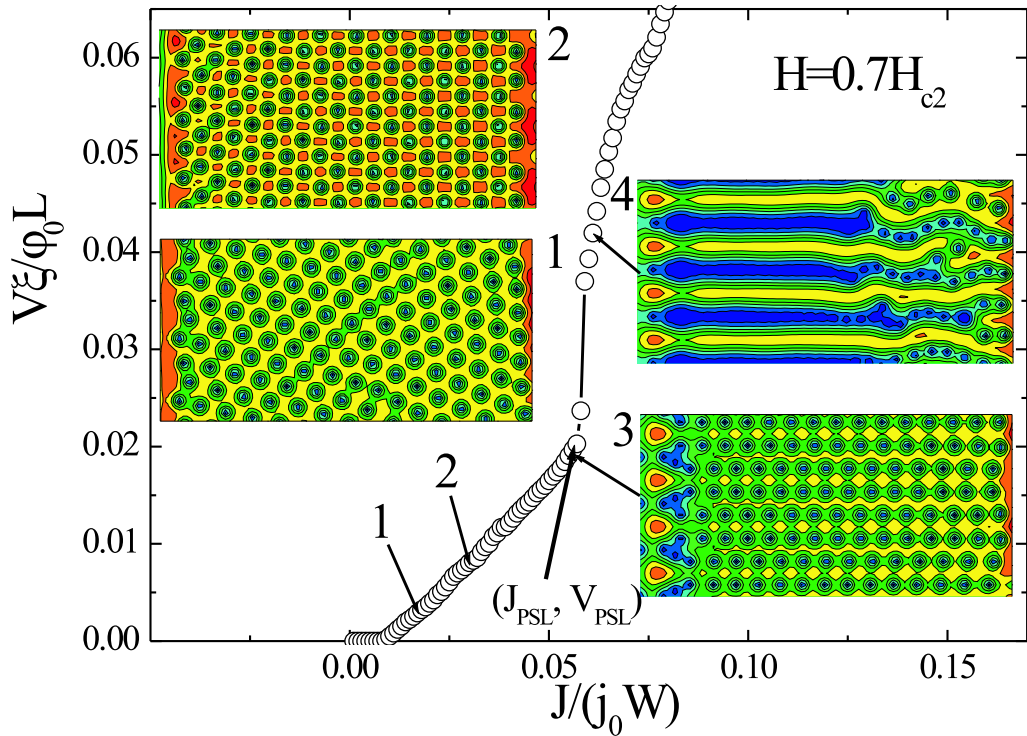


Рис. 39. Вольтамперная характеристика сверхпроводящей пластины при $H = 0.7H_{c2}$.

структуре, но они скрыты большим количеством возможных перестроек вихревой решетки из-за возросшего количества вихрей в сверхпроводнике (см. рис. 39). Изломы на ВАХ становятся практически незаметными, однако скачок напряжения при токе J_{PSL} остается.

Обсудим теперь случай нулевого магнитного поля. На рисунке 40 показана ВАХ сверхпроводящей пластины при $H = 0$. При токах близких к критическому, вихри двигаются медленно и быстрые строчки вихрей возникают только при больших токах, что качественно похоже на случай конечных магнитных полей.

Однако качественным отличием является отсутствие перераспределения вихрей (антивихрей) при переходе от их медленного движения к быстрому. С ростом тока увеличивается количество вихрей, но до и после перехода количество строчек вихрей не меняется (см. рис. 40 и 42(a)). В комбинации с сильно неоднородным распределением плотности тока по ширине пластины (см. рис. 41 и 42(b)), это

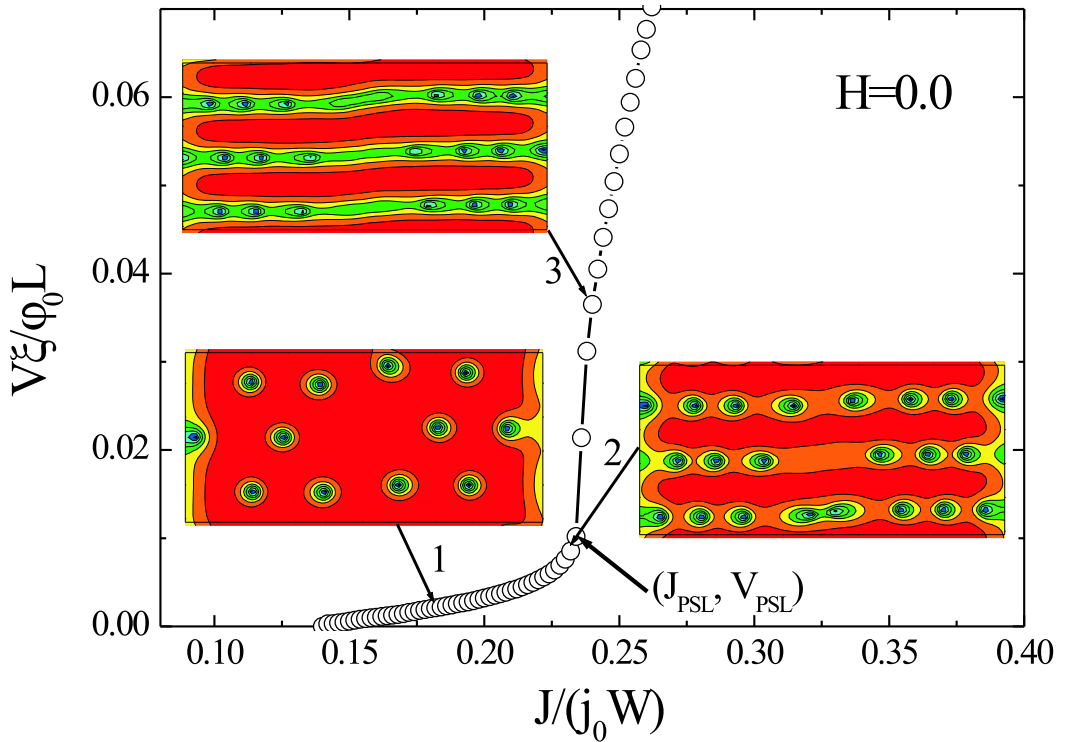


Рис. 40. Вольтамперная характеристика сверхпроводящей пластины при $H = 0$.

приводит к отсутствию гистерезиса ВАХ в нулевом магнитном поле (см. рис. 43).

Действительно, когда при $H = 0$ ток превышает критическое значение, мейсснеровское состояние разрушается и вихри/антивихри входят в сверхпроводник с противоположных краев, встречаются в центре и аннигилируют. Этот процесс приводит к появлению максимума в $j(x)$ в центре пластины - см. рисунок 41 (аналогичный результат был получен в работах [114, 115] для сверхпроводящей пленки в рамках модели Лондонов). С увеличением тока количество вихрей/антивихрей в пластине увеличивается, расстояние между ними уменьшается и минимальная плотность тока также увеличивается (см. рис. 41 и 42(b)). Все эти факторы приводят к увеличению скорости движения вихрей и к уменьшению $|\Delta|$ вдоль каналов/траекторий движения вихрей. Однако так же, как скорость каравана судов определяется скоростью самого медленного судна, появление быстрой цепочки вихрей зависит от скорости вихрей в области,

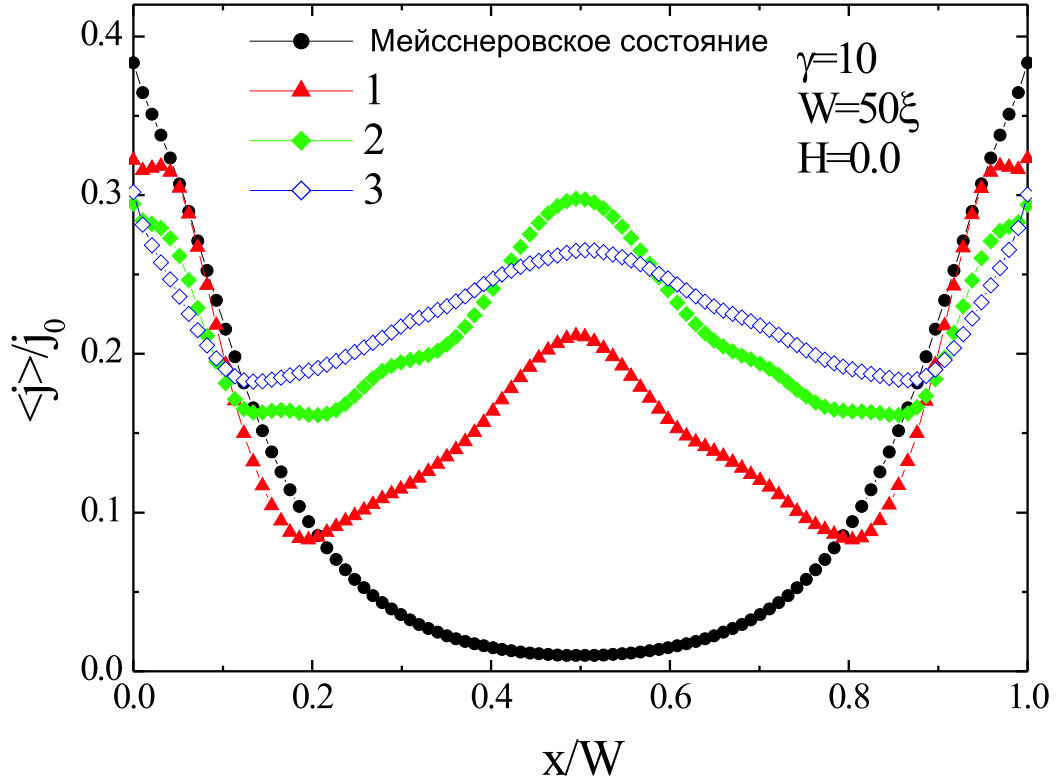


Рис. 41. Распределение по ширине пластины плотности тока, усредненной по времени и длине пластины ($\langle j \rangle = \langle j_n \rangle + \langle j_s \rangle$) в нулевом магнитном поле при различных значениях транспортного тока. Числа 1-3 на рисунке соответствуют различным значениям транспортного тока на рисунке 40.

где плотность тока минимальна, и соответственно, минимальна скорость вихрей. Вихревая ЛПФ появляется в пластине тогда, когда минимальная плотность тока превышает некоторое критическое значение j_c^{min} , которое уменьшается с ростом γ (ср. рис. 42(b) и 41). Физический смысл j_c^{min} совпадает со смыслом плотности тока возврата $j_r = I_r/wd$ для центра проскальзывания фазы, который также убывает с ростом γ (см. раздел 1.4).

При увеличении (уменьшении) тока, минимальная плотность тока увеличивается (уменьшается) монотонно и поэтому переход к вихревой ЛПФ и обратно происходит

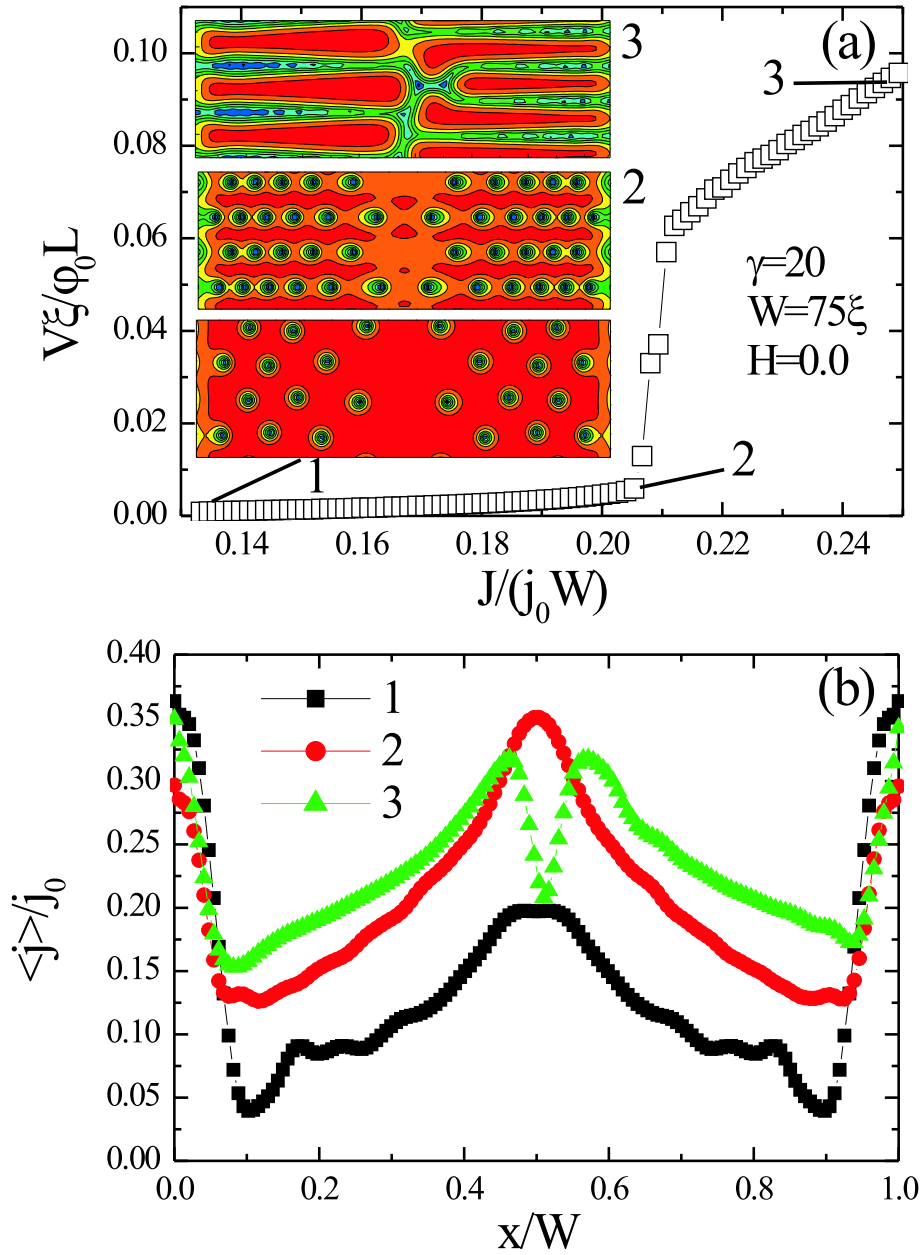


Рис. 42. (а) Вольтамперная характеристика сверхпроводящей пластины с $W = 75\xi$ и $\gamma = 20$ в нулевом магнитном поле. На вставке к рисунку (а) показано мгновенное распределение $|\Delta|$ для различных значений приложенного тока. (б) Распределение по ширине пластины плотности тока, усредненной по времени и длине пластины ($\langle j \rangle = \langle j_n \rangle + \langle j_s \rangle$), в нулевом магнитном поле при различных значениях транспортного тока. Числа на рисунке соответствуют различным значениям транспортного тока на рисунке (а).

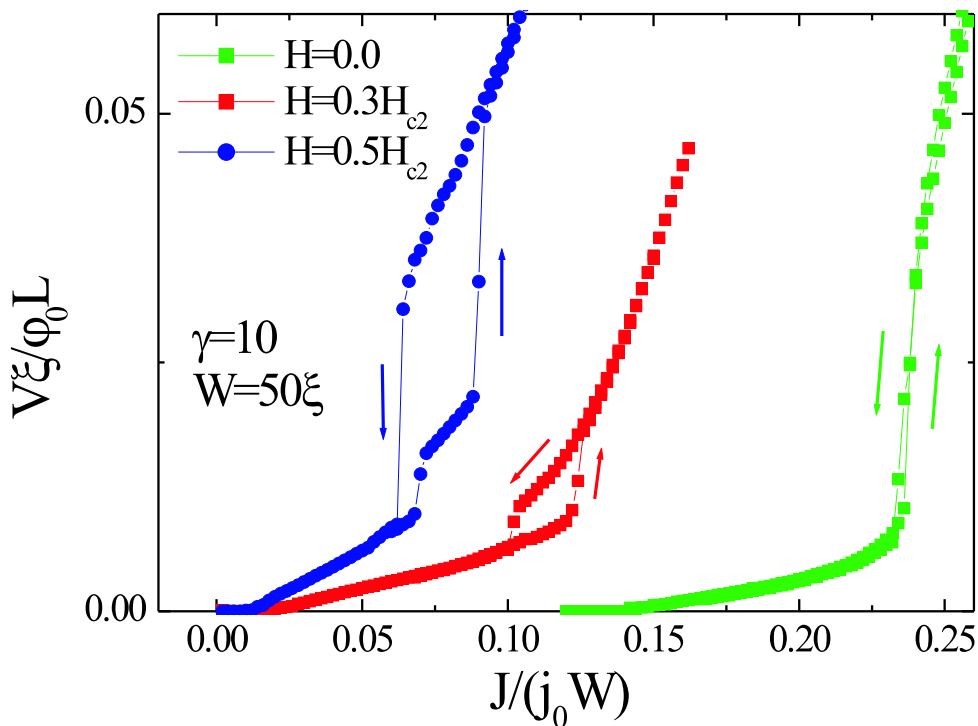


Рис. 43. Гистерезис вольтамперных характеристик сверхпроводящей пластины с $W = 50\xi$, $\gamma = 10$ при различных магнитных полях.

практически обратимо при $H=0$, так как небольшое изменение тока не приводит к изменению количества вихрей в цепочке.

Отличным является случай большого магнитного поля, когда переход в состояние с вихревой ЛПФ связан с перераспределением вихрей между цепочками. В этом случае, при каком-то значении тока происходит перераспределение вихрей и резкий рост количества вихрей в одной цепочке. Это приводит к скачкообразному росту их скорости и появлению вихревой ЛПФ. При уменьшении тока обратное перераспределение вихрей будет происходить при меньших токах, когда уже образовался канал с подавленным $|\Delta|$, что позволяет 'держаться' вихри в пределах одной цепочки. Это приводит к гистерезису при переходе от медленного движения вихрей и обратно в достаточно больших магнитных полях (см. рис. 43).

Отметим, что в используемой модели джоулев нагрев не принимался во внимание. Как обсуждалось в главе 1, его влиянием можно пренебречь при температуре, близкой к критической температуре сверхпроводника. При более низких температурах данный эффект должен быть учтен, и это может привести к наличию гистерезиса даже при $H = 0$ в сверхпроводнике с сильно неоднородным

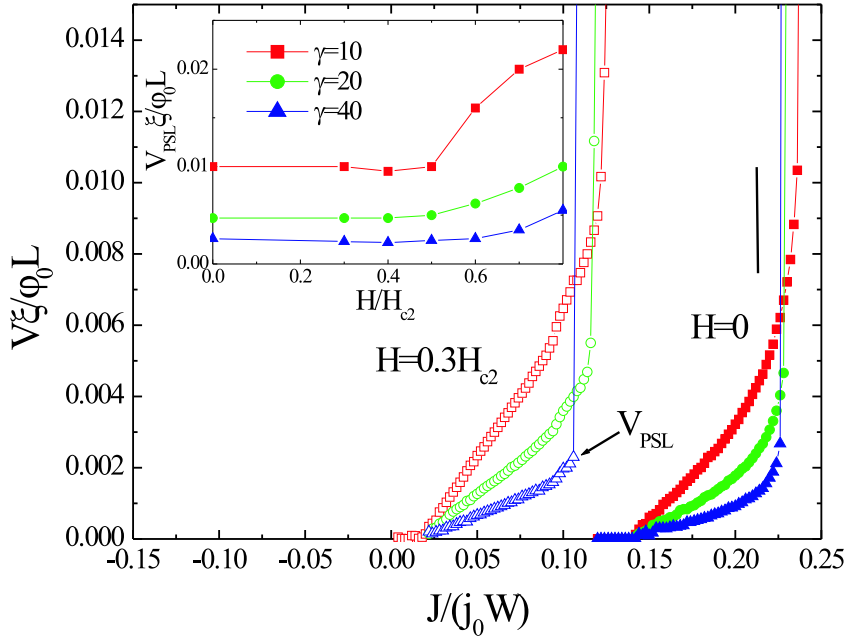


Рис. 44. Вольтамперные характеристики сверхпроводящей пластины с $W = 50\xi$, $\kappa = 5$ и различными значениями параметра γ при двух значениях магнитного поля. На вставке показана зависимость критического напряжения от магнитного поля для трех значений $\gamma = 10, 20, 40$.

распределением плотности тока по ширине.

Важным свойством, которое следует из представленных вычислений, является слабая зависимость критического напряжения $V = V_{PSL}$ от приложенного магнитного поля (см. вставку на рисунке 44). Данный эффект может быть объяснен перестройкой вихревой решетки, предшествующей моменту, когда скорость вихрей приближается к критическому значению v_c . Так как в этом случае треугольной решетки уже нет, расстояние между вихрями в цепочке оказывается меньше чем $\sim \sqrt{\Phi_0/B}$ и определяется зависимостью $a \sim 1/B$. Действительно, при токе $J = J_{PSL}$ происходит переход в состояние с 4 вихревыми ЛПФ (см. рис. 36, 38, 39) в диапазоне магнитных полей $0.3-0.7 H_{c2}$, тогда как количество вихрей в пластине возрастает линейно с магнитным полем. Предполагая, что переход в режим быстрого движения вихрей происходит тогда, когда расстояние между вихрями в цепочке становится равным $a \sim 1/B \sim v_c \tau_{|\Delta|}$, можно получить $v_c \sim 1/B \tau_{|\Delta|}$ и, независимое

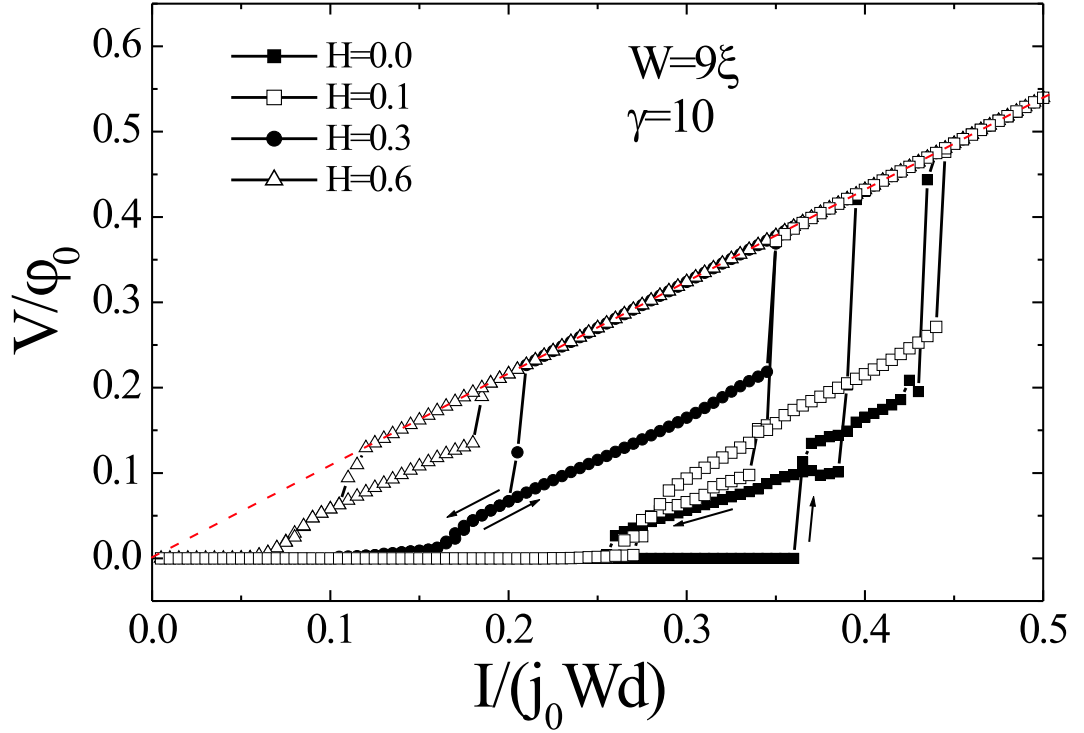


Рис. 45. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика в перпендикулярном магнитном поле. Пунктирная кривая соответствует мостику в нормальном состоянии.

от магнитного поля, критическое напряжение $V_{PSL} = v_c BL$. Похожая зависимость была экспериментально обнаружена в работе [20] для низко и высокотемпературных сверхпроводников в области слабых магнитных полей, когда межвихревое расстояние $a \gg L_{in} = \sqrt{D\tau_{in}}$ и можно было пренебречь влиянием магнитного поля, создаваемого транспортным током.

Из вышеприведенных оценок следует, что $V_{PSL} \sim 1/\gamma$, что также было получено в численном расчете (см. вставку на рисунке 44). Кроме того, удельное сопротивление сверхпроводника в линейном режиме следует зависимости $\rho/\rho_n \sim 1/\gamma$ (см. рис. 44), что совпадает с результатом работы [2], полученным в диапазоне больших магнитных полей и в интервале температур $T_c - \hbar/k_B\tau_{in} < T < T_c$, в котором уравнение 1.12 количественно верно.

В рамках обобщенного временного уравнения Гинзбурга-Ландау были также

рассчитаны ВАХ узких (с шириной $w < \Lambda$) сверхпроводящих мостиков, помещенных в перпендикулярное магнитное поле (см. рис. 45). В отличие от пластины, был рассмотрен случай мостиков конечной длины, где на концах мостика использовалось граничное условие $\Delta = 0$, моделирующее контакт сверхпроводника с нормальным металлом. Качественно, полученные результаты оказались аналогичны приведенным выше: при определенном токе, зависящем от магнитного поля, происходил переход от медленного к быстрому течению вихрей (см. рис. 46). В нулевом и слабых магнитных полях медленного движения вихрей не наблюдалось, что является следствием выбранной модели - в слабых полях плотность тока линейно зависит от поперечной координаты (см. рис. 32 в разделе 1.7) и когда минимальная плотность тока превышает j_r , то при $I > I_c$ сразу же появляются вихревые ЛПФ. Похожие вихревые ЛПФ были численно обнаружены в работе [116] при наличии градиента T_c по ширине мостика и вихри, двигающиеся в них, получили название кинематические вихри. Однако с нашей точки зрения, такие вихри напоминают джозефсоновские вихри, движущиеся в длинном джозефсоновском контакте в слабом магнитном поле. В данном случае 'джозефсоновский' S-N-S контакт появляется динамически, из-за неспособности $|\Delta|$ быстро расти во времени.

Отметим, что в нулевом магнитном поле ВАХ пленки является гистерезисной (см. рис. 45) и гистерезис, при переходе от медленных вихрей к быстрым, исчезал только в больших магнитных полях. Отсутствие гистерезиса в больших полях связано с малой шириной рассматриваемых мостиков (максимальная ширина была равна 9ξ), что приводило к отсутствию трансформации вихревых структур и основной эффект (резкий рост напряжения при $V > V_{PSL}$) возникал из-за медленности восстановления $|\Delta|$ после прохода вихрей.

Полученные теоретические результаты подтверждают идею (впервые высказанную в работе [117]), что в широких сверхпроводящих пленках с неоднородным распределением тока по ширине, при $I > I_c$ вначале появляется медленное движение вихрей, которое при больших токах сменяется на режим, напоминающий линии проскальзывания фазы в узких сверхпроводящих пленках/мостиках. Эта идея в дальнейшем была развита в модели Лемпицкого [118], в которой вольтамперные

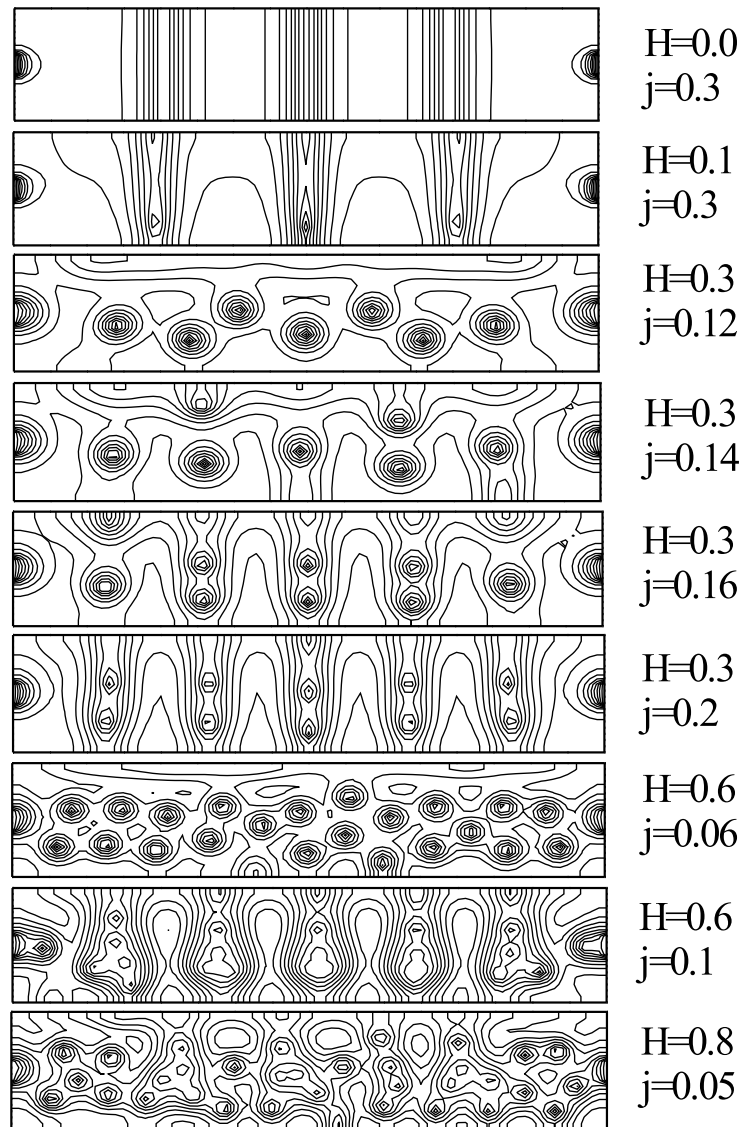


Рис. 46. Мгновенное распределение $|\Delta|$ в резистивном состоянии сверхпроводящего мостика при различных значениях магнитного поля и тока. Ширина мостика $w = 9\xi$, длина $L = 40\xi$ и $\gamma = 10$, $j = I/(j_0 W d)$.

характеристики широкой сверхпроводящей пленки были рассчитаны аналитически, с учетом вязкого движения вихрей и появления линий проскальзывания фазы. Однако в работе [118] были использованы уравнения, усредненные по межвихревому расстоянию, и рассмотрен случай нулевого магнитного поля, что не позволяет найти перестройку вихревой решетки. Также, в работе [118] предполагалось, что линия

проскальзывания фазы возникает, когда плотность тока в центре пленки достигает j_{dep} . Наши расчеты показывают, что вихревая ЛПФ возникает, когда минимальная плотность тока превышает некоторое критическое значение, по величине близкое к плотности тока возврата j_r и зависящее от τ_{in} .

Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика в перпендикулярном магнитном поле также изучались в работе [113] на основе численного решения нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау с $\gamma = 0$ и $u < 1$. При выбранных параметрах, время изменения $|\Delta|$ становится практически равным времени изменения $\delta\varphi$ и изменение формы движущегося вихря мало (что видно из уравнения 2.2). Переходов в вихревой решетке, подобным нашим, обнаружено не было. Мы также выполнили расчеты для сверхпроводящей пластины с $\gamma = 0$ и $u = 5.79$ и не обнаружили перестройки вихревой решетки и резкого перехода от медленно движущихся вихрей к вихревым ЛПФ (с увеличением тока скорость вихрей увеличивалась монотонно, до перехода сверхпроводника в нормальное состояние).

Полученные результаты строго справедливы только при $L_{in} < \xi(T)$. В пределе $L_{in} > \xi(T)$ вопрос о влиянии того же типа неравновесных эффектов (возникающих из-за временных вариаций $|\Delta|$) на движение вихрей был рассмотрен в работе Ларкина и Овчинникова [10] (см. также обзор [119]). Авторы работы [10] использовали предположение, что форма вихря не меняется, и нашли неравновесную функцию распределения электронов в коре вихря, решив уравнения 1.1, 1.2 в случае больших полей, когда расстояние между вихрями удовлетворяло неравенству $\xi \ll a \ll L_{in}$. Основным полученным результатом было то, что движение вихря приводит к 'охлаждению' квазичастиц с энергией $\epsilon < |\Delta|_\infty$ (величина которого зависела от скорости вихря), где $|\Delta|_\infty$ соответствует величине модуля параметра порядка далеко от кора вихря. Это приводило к уменьшению эффективной вязкости движущегося вихря и резкому росту (скачку) напряжения при токе, большем некоторого порогового значения.

Похожий прыжок напряжения возникает и в нашей модели, однако причина этого скачка связана с *коллективным эффектом* - изменением структуры всей вихревой решетки, тогда как в работе [10] скачок напряжения связан с изменением

вязкости одиночных вихрей, без изменения структуры вихревой решетки. Поэтому можно поставить вопрос, какой тип неустойчивости возникает раньше при более низких температурах - связанный с изменением вязкости одиночных вихрей или с перестройкой вихревой решетки. Решение этой проблемы подразумевает решение задачи о движении вихревой решетки в нелокальном приближении без ограничения на форму движущегося вихря.

Ступеньки на ВАХ (которые являются отличительной особенностью появления центров проскальзывания фазы или линий проскальзывания фазы) были экспериментально обнаружены как в низко, так и в высокотемпературных сверхпроводящих мостиках [117, 120–123] в нулевом и слабых магнитных полях. При этом на ВАХ также наблюдался участок с монотонным увеличением напряжения от нуля при малых токах, связанный с медленным движением вихрей, который сменялся на ступенчатую структуру при больших токах [117, 120–122]. Интересно отметить, что ступенчатая структура ВАХ была также экспериментально обнаружена и в высокотемпературных сверхпроводниках в больших магнитных полях [124, 125]. Но в этих работах такая структура была обнаружена только в режиме приложенного напряжения.

В больших магнитных полях (в которых межвихревое расстояние было меньше, чем неупругая длина L_{in}) в режиме заданного напряжения единственный скачок в напряжении наблюдался в большом количестве экспериментов [11–20] и величина критического напряжения соответствовала результату, полученному в работе Ларкина и Овчинникова (ЛО) [10]. Однако в более слабых магнитных полях (в которых $a \gtrsim L_{in}$) экспериментально было обнаружено отклонение от этих результатов. В работе L. Doettinger с соавторами [126] была предложена модификация результата работы [10], идея которой заключалась в том, что при превышении вихрями скорости $v_c = a/\tau_{in} \sim 1/\sqrt{H}$ в решетке возникала неустойчивость типа неустойчивости ЛО и возникал резкий рост напряжения. Однако, данный результат не объясняет поведение в еще более слабых полях (где $a \gg L_{in}$), в которых было экспериментально обнаружено независимость критического напряжения (при котором происходил скачок) от магнитного поля [20]

и, следовательно, $v_c \sim 1/H$. Последний результат совпадает с нашим результатом, однако данный эксперимент был сделан при достаточно низких температурах, при которых локальное приближение, строго говоря, не применимо.

В заключение главы сформулируем основной результат. В рамках локального приближения показано, что 'нагрев' / 'охлаждение' квазичастиц возле кора движущегося вихря, возникающее из-за изменения $|\Delta|$ во времени, приводит к перестройке движущейся решетки вихрей Абрикосова. Эффект связан с большим временем изменения $|\Delta|$, ведущим к изменению формы движущихся вихрей - кор вихря становится вытянутым в направлении движения вихря и позади вихря образуется область с подавленным $|\Delta|$, что приводит к притяжению соседних вихрей. В результате, при достаточно больших токах, ведущих к большим скоростям вихрей, вместо треугольной решетки движущихся вихрей в сверхпроводнике образуются области с динамически подавленным параметром порядка, вдоль которых быстро движутся квази-джозефсоновские вихри. Показано, что критическое напряжение, при котором происходит переход от медленного движения вихрей в состоянии с быстро движущимися вихрями, не зависит от магнитного поля в широком диапазоне полей, что является следствием изменения расстояния между вихрями.

3. Диодный эффект и неравновесные эффекты в холловском сверхпроводящем мостике

В данной главе теоретически исследуется резистивный отклик сверхпроводника в геометрии холловского мостика (см. рисунок 47). В такой системе ток течет в одной части сверхпроводника, а напряжение снимается в другой части, где транспортный ток практически равен нулю. Задача подобного рода впервые была рассмотрена в работе [23], в которой экспериментально исследовалась система из двух близко расположенных параллельных (находящихся друг над другом) сверхпроводящих пленок разделенных изолятором, в условиях, когда ток протекал только по одной пленке, а напряжение измерялось в другой. В случае работы [23] ненулевой отклик возникал за счет электромагнитного взаимодействия между вихрями, находящимися в соседних пленках. В случае холловской геометрии отклик также возникает из-за взаимодействия вихрей - движение вихрей в одной части сверхпроводника приводит к их движению в соединяющей перемычке и в удаленной части, что приводит к ненулевому нелокальному напряжению V_{nl} .

Интерес к данной задаче был вызван экспериментами, выполненными на MoGe и NbGe холловских мостиках в работах [24, 25]. В работе [24] исследовался линейный отклик (сопротивление не зависело от приложенного тока - такая ситуация реализуется при малой скорости вихрей), тогда как в работе [25] рассматривался случай больших токов, когда становились важными неравновесные эффекты ('нагрев'/'охлаждение' квазичастиц), возникающие из-за большой скорости вихрей в токовом контакте. Соответственно, в разделе 3.1 теоретически исследуется отклик сверхпроводящего холловского мостика при слабых токах (вихри двигаются медленно), а в разделе 3.2 исследован предел больших токов (вихри двигаются быстро).

Приведенные ниже результаты опубликованы в работах [A8, A9, A17, A18].

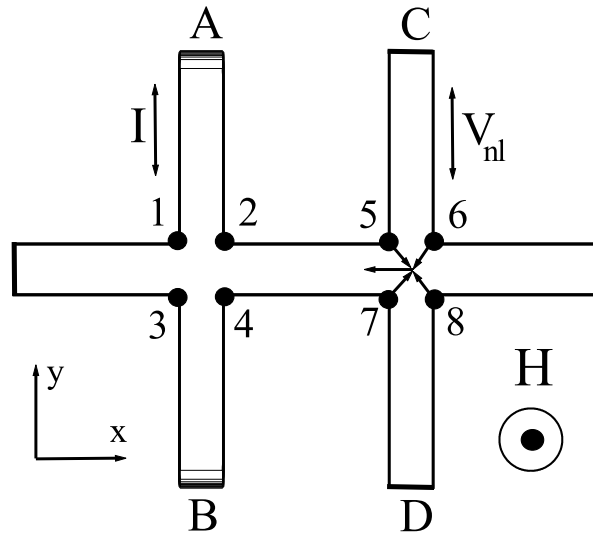


Рис. 47. Схема сверхпроводника в холловской геометрии. Стрелки в месте пересечения пленки CD с соединяющим мостиком указывают направление движения вихрей, входящих в сверхпроводник через точки 5-8.

3.1. Нелокальный отклик и диодный эффект в сверхпроводящем холловском мостике

В режиме медленного движения вихрей расчет проводился на основе численного решения нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау (см. ур. 1.11 в главе 1), так как в этом случае эффекты, связанные с конечным временем изменения $|\Delta|$ не играют большой роли и важными становятся изменение вихревой структуры в мостике, соединяющем токовую (пленка AB на рисунке 47) и удаленную пленку (пленка CD на рисунке 47), а также влияние краевого барьера на вход/выход вихрей.

В численных расчетах ширины всех пленок были выбраны одинаковыми и равными 10ξ (что близко к условиям эксперимента [24]), длина всего мостика в направлении оси x равнялась 140ξ , а в направлении оси y - 90ξ . На концах пленки AB были использованы граничные условия сверхпроводник-нормальный металл. Кроме того предполагалось, что Λ много больше любого масштаба, что позволяло пренебречь влиянием экранирующих токов на распределение магнитного поля.

На рисунке 48 показана зависимость нелокального напряжения V_{nl} от

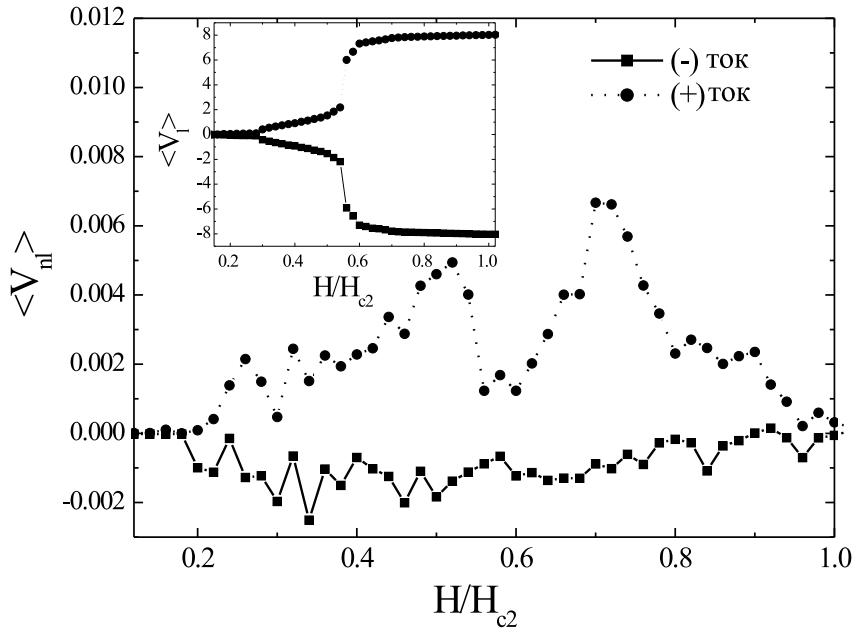


Рис. 48. Зависимость нелокального напряжения (возникающего в пленке CD) при различных направлениях тока ($I = \pm 0.1j_{GL}wd$) в пленке АВ. На вставке показана зависимость локального напряжения V_l от магнитного поля. V_l появляется при $H \simeq 0.16H_{c2}$ из-за входа/выхода через углы 1-4 (см. рис. 47). Резкий рост V_l при $H = 0.3H_{c2}$ связан с началом движения вихрей по всей пленке АВ (а не только вблизи пересечения пленки АВ с соединяющей пленкой) и при $H = 0.56H_{c2}$ с ее переходом в нормальное состояние.

магнитного поля при токе $I = \pm 0.1j_{GL}wd$ (ток распаривания $j_{dep} = \sqrt{4/27}j_{GL}$), что больше критического тока в локальной пленке в полях $H > 0.16H_{c2}$. Из рисунка видно, что величина V_{nl} сильно зависит от направления течения тока (что приводит к диодному эффекту в случае переменного тока) и от величины магнитного поля. При этом, локальное напряжение V_l (см. вставку на рис. 48) не зависит от направления тока. Обсудим вначале, почему нелокальное напряжение зависит от направления тока.

На рисунке 49 показано распределение вихрей в сверхпроводнике при $H = 0.2H_{c2}$ в отсутствии и наличии тока $I = \pm 0.08j_{GL}wd$ (при котором еще не

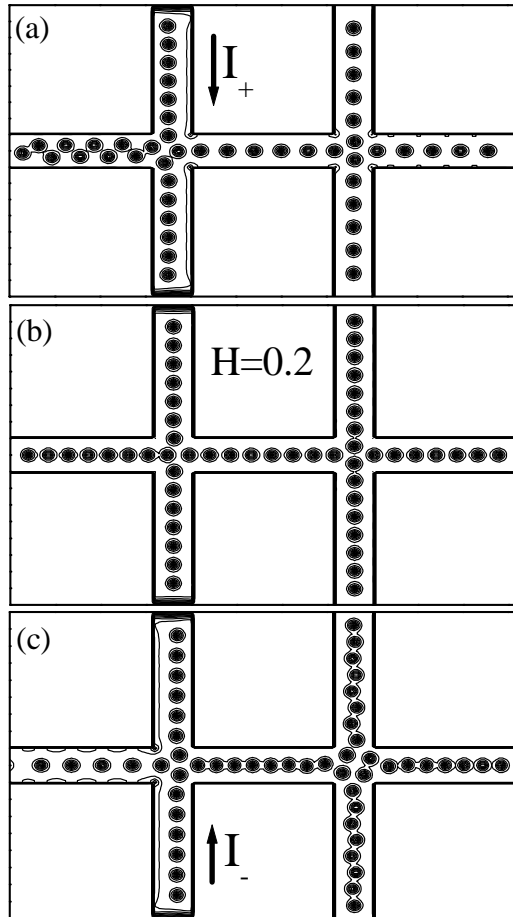


Рис. 49. Распределение $|\Delta|$ в холловском сверхпроводнике с ненулевым (а,с) и нулевым (b) приложенным током. Величина тока I_{\pm} соответствует току немного ниже критического значения (при котором в токовой пленке начинается движение вихрей). Распределение параметра порядка на рисунке (b) было получено с начальным условием $\Delta = 0$ везде в сверхпроводнике и фиксированным полем H .

возникает течение вихрей в локальной пленке). Из рисунка видно, что в зависимости от направления тока количество вихрей в удаленной пленке и в соединяющем мостике меняется. Это качественно отличается от случая локальной пленки (по которой течет ток), где количество вихрей практически не меняется и происходит только сдвиг вихревой цепочки вправо или влево, в зависимости от направления тока. Отличие в числе вихрей связано с краевым барьером для входа/выхода вихрей (возникающего из-за баланса между силой притяжения со стороны края сверхпроводника и силой отталкивания, действующей со стороны экранирующих токов). Его наличие приводит к возможности существования различного количества вихрей при одном значении магнитного поля (см. рис. 50 для случая, когда магнитное

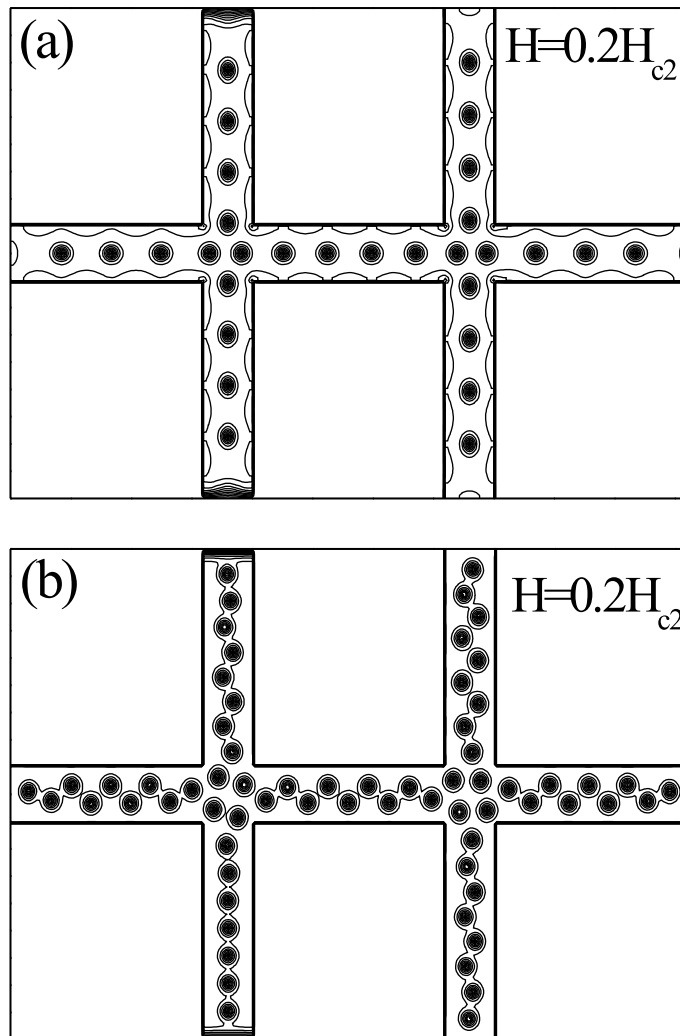


Рис. 50. Распределение вихрей при (а) увеличении (от 0 до $0.2H_{c2}$ и (б) уменьшении (от H_{c2} до $0.2H_{c2}$) магнитного поля. Приложенный ток равен нулю.

поле увеличивается от нуля до $0.2H_{c2}$ - рис. (а) и для случая, когда магнитное поле уменьшается от H_{c2} до $0.2H_{c2}$ - рис. (б)). В этих условиях количество вихрей на рис. 50(а) соответствует минимально возможному количеству вихрей, тогда как на рис. 50(б) показано максимально возможное количество вихрей при $H = 0.2H_{c2}$.

На рисунке 49(б) распределение вихрей близко к оптимальному (которое соответствует основному состоянию системы при $H = 0.2H_{c2}$). Приложенный ток меняет количество вихрей в соединяющем мостике и удаленной пленке. Их количество изменяется до тех пор, пока в каком-то месте краевой барьер не станет

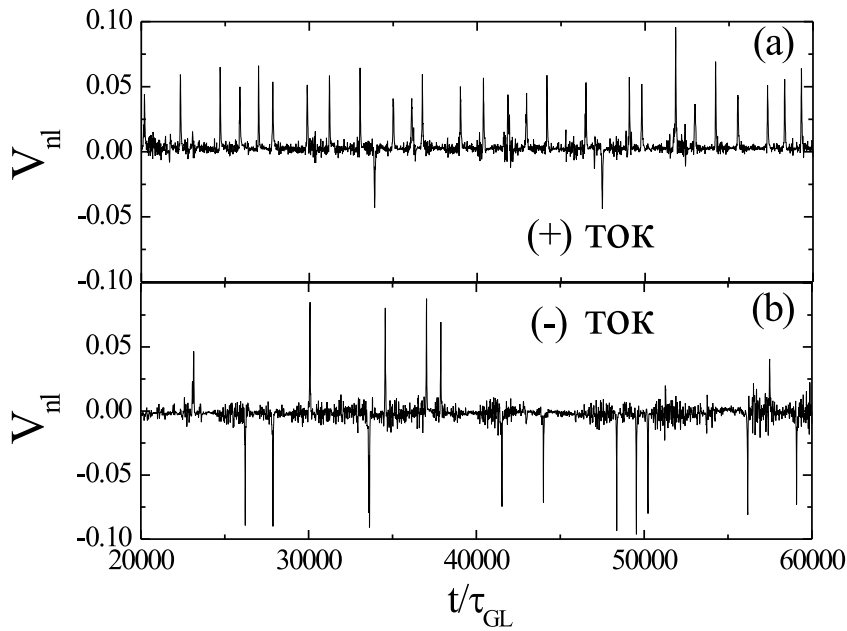


Рис. 51. Временная зависимость нелокального напряжения для 'положительного' (+) (а) и 'отрицательного' (-) (б) направлений приложенного тока при $H = 0.5H_{c2}$.

равным нулю и вихри начинают входить или выходить из сверхпроводника. В нашей геометрии это должно происходить в месте пересечения соединяющего мостика и пленки CD, а именно около углов (точки 5-8 на рис. 47), там где локальная плотность тока, возникающая от экранировки внешнего магнитного поля, достигает максимального значения. Численный расчет подтверждает это и показывает, что в нашей модельной системе нелокальное напряжение возникает из-за входа/выхода вихрей через точки 5-8 на рисунке 47.

На рисунке 51 показана зависимость от времени нелокального напряжения для двух направлений тока. Каждый пик на рисунке 51 соответствует входу/выходу вихрей через углы пленки CD. Для 'положительного' (+) направления тока положительные пики соответствуют входу вихрей через точки 6, 8, а отрицательные пики - входу вихрей через точки 5, 7. Последний процесс не дает вклада в среднее $\langle V_{nl} \rangle$, так как он компенсируется последовательным движением вихрей в направлении пленки AB. Для 'отрицательного' (-) направления тока положительные

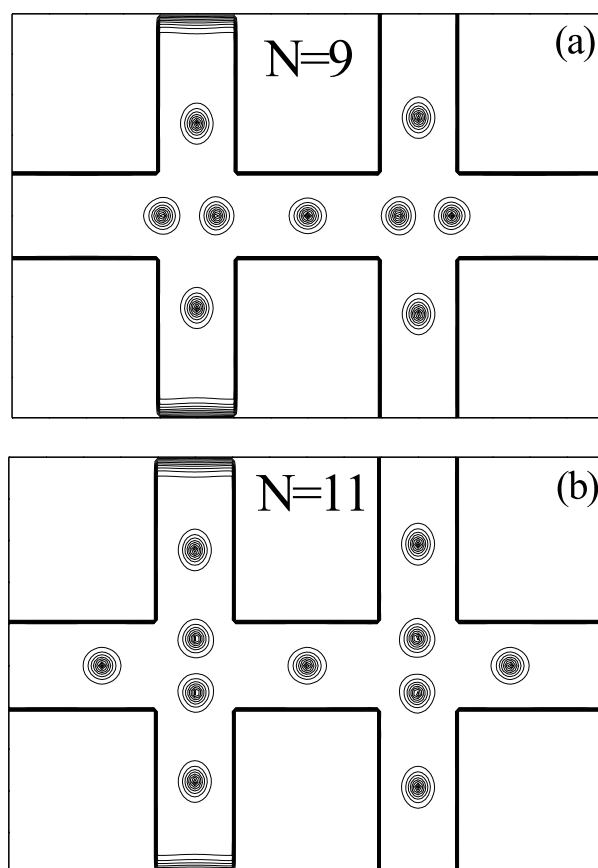


Рис. 52. Увеличение количества вихрей (с ростом магнитного поля) в холловском сверхпроводнике приводит к вихревой структуре, препятствующей движению вихрей вдоль соединяющего мостика (длина сверхпроводника равна 80ξ , ширина 50ξ).

пики соответствуют выходу вихрей через точки 5, 7 и отрицательные пики - выходу вихрей через точки 6, 8. В первом случае данный процесс также не дает вклада в $\langle V_{nl} \rangle$, так как вихри приходят из пленки АВ. Таким образом, только полный проход вихрей через пленку CD (они должны войти или выйти через точки 6, 8 - см. рис. 47) приводит к ненулевому вкладу в $\langle V_{nl} \rangle$. Это связано с тем, что усредненное во времени падение напряжение в направлении оси y пропорционально смещению вихря в направлении оси x . Для вихрей, входящих или выходящих через точки 5,7 это смещение равно нулю (в пленке CD). Из рисунка 51 видно, что для вихрей проще войти в пленку CD, чем выйти из нее (число пиков больше для

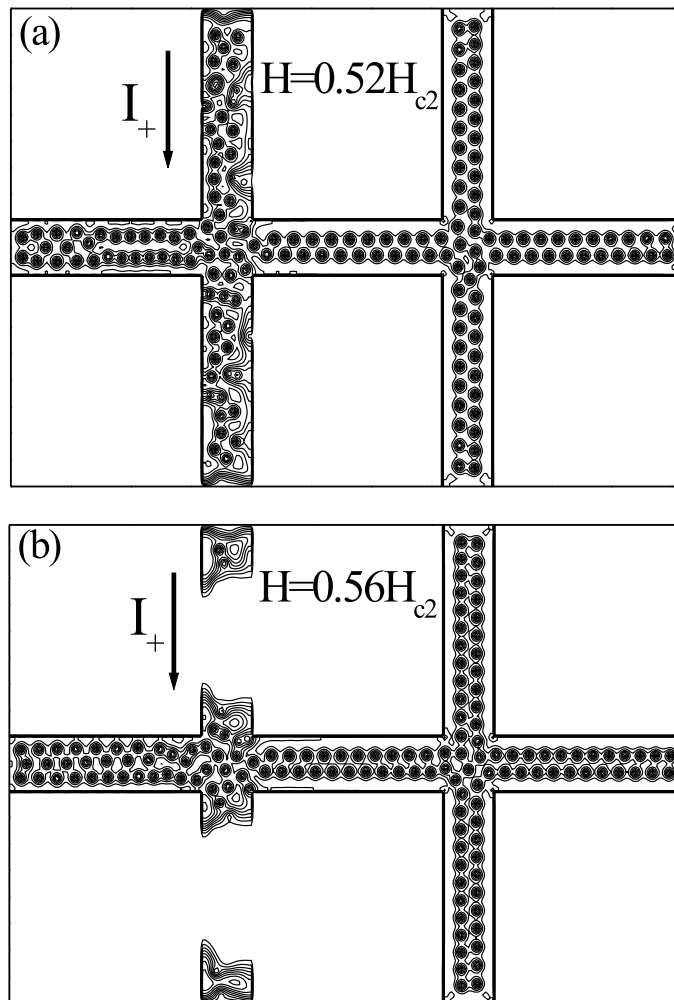


Рис. 53. Мгновенное распределение параметра порядка в холловском сверхпроводнике при $H = 0.52H_{c2}$ (a) и $H = 0.56H_{c2}$ (b) при токе $I = 0.1j_{GL}wd$. В поле $H = 0.56H_{c2}$ часть пленки АВ переходит в нормальное состояние.

направления (+), чем для направления (-)). Это приводит к меньшему значению $\langle V_{nl} \rangle$, а также свидетельствует о более сильном влиянии положительного тока (+), который 'вытягивает' вихри из соединяющего мостика и удаленной пленки, чем у отрицательного тока (-), который 'толкает' вихри в их направлении.

Немонотонность зависимости $\langle V_{nl} \rangle(H)$ связана с изменением числа вихрей и перестройкой вихревой структуры. Наиболее наглядно это видно из рисунка 52. При увеличении магнитного поля количество вихрей увеличивается, но их распределение

по всей структуре делает движение вихрей вдоль соединяющего канала более затрудненным, что приводит к уменьшению $\langle V_{nl} \rangle$. Кроме того, возможен и другой эффект. На рис. 53 и 54 показано распределение вихрей и зависимость $V_{nl}(t)$ при двух близких значениях магнитного поля и 'положительном' токе $I = 0.1j_{GL}wd$. Изменение вихревой структуры не столь очевидны, как на рисунке 52, однако из зависимости $V_{nl}(t)$ видно, что вход вихрей происходит в основном через точки 6,8 (при $H = 0.52H_{c2}$), тогда как при $H = 0.56H_{c2}$ вход вихрей происходит через точки 5,7 и это приводит к значительно меньшему значению усредненного во времени напряжения $\langle V_{nl} \rangle$.

Полученные результаты подтверждают вихревой механизм нелокального отклика, экспериментально обнаруженного в работах [24, 127, 128] на различных сверхпроводниках в холловской геометрии. Во всех экспериментах нелокальный отклик возникал в конечных магнитных полях и исчезал в полях больших, чем H_{c2} . Также для всех экспериментов была характерна сильно немонотонная зависимость $V_{nl}(H)$. Однако в работах [24, 127] V_{nl} не зависела от направления течения тока. В работе [128] была обнаружена зависимость V_{nl} от направления тока, но в эксперименте использовалась несимметричная структура, что также могло быть причиной появления асимметрии при движении вихрей в направлении удаленной сверхпроводящей пленки и обратно. Отметим, что в наших вычислениях не были учтены термоактивационные процессы, которые способствуют входу/выходу вихрей при конечной величине краевого барьера. В главе 5 показано, что они могут быть достаточно существенными в относительно узких пленках с шириной порядка нескольких ξ , когда температура близка к T_c или когда величина барьера становится близка к тепловой энергии $k_B T$. Косвенным подтверждением важности термоактивационных эффектов является отсутствие четко определенного (критического) тока при котором появлялось локальное напряжения в работах [24, 127]. Однако количественное исследование данного эффекта на нелокальный отклик в нашей работе не проводилось.

В заключение, сформулируем основные полученные результаты. На основе численного моделирования в рамках нестационарного уравнения Гинзбурга-

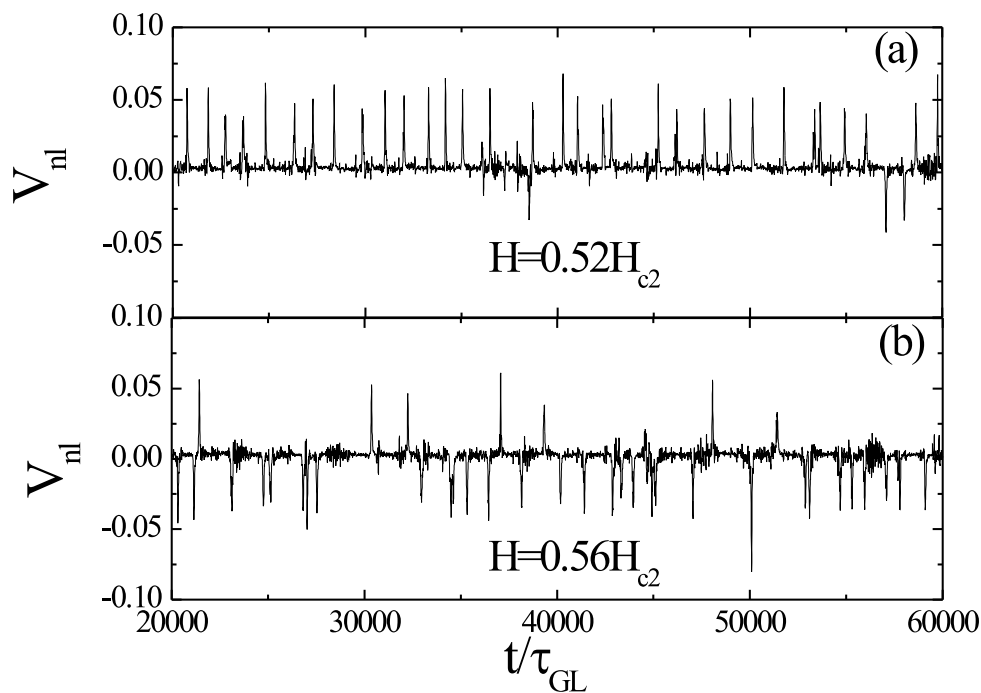


Рис. 54. Временная зависимость нелокального напряжения для двух близких значений магнитного поля (при 'положительном' направлении тока $I = 0.1j_{GL}wd$).

Ландау показано, что дальнедействующий нелокальный отклик в холловском сверхпроводнике возникает за счет межвихревого отталкивания. В случае большого влияния краевого барьера величина нелокального отклика зависит от направления тока, что объясняется различными вихревыми конфигурациями и различными условиями для входа/выхода вихрей из холловского мостика. Показано, что нелокальный отклик является немонотонной функцией магнитного поля (при заданном направлении и величине тока), что также объясняется различными конфигурациями вихревых решеток в близких магнитных полях.

3.2. Влияние неравновесных эффектов на нелокальный отклик в холловском мостике

Экспериментальное исследование нелокального отклика при больших значениях тока на NbGe холловском мостике показало наличие нового эффекта [25]. Было обнаружено, что знак нелокального напряжения при большом значении тока не зависит от направления тока, но зависит от температуры - см. рис. 55. Анализ результатов эксперимента показал (в приближении эффективной температуры

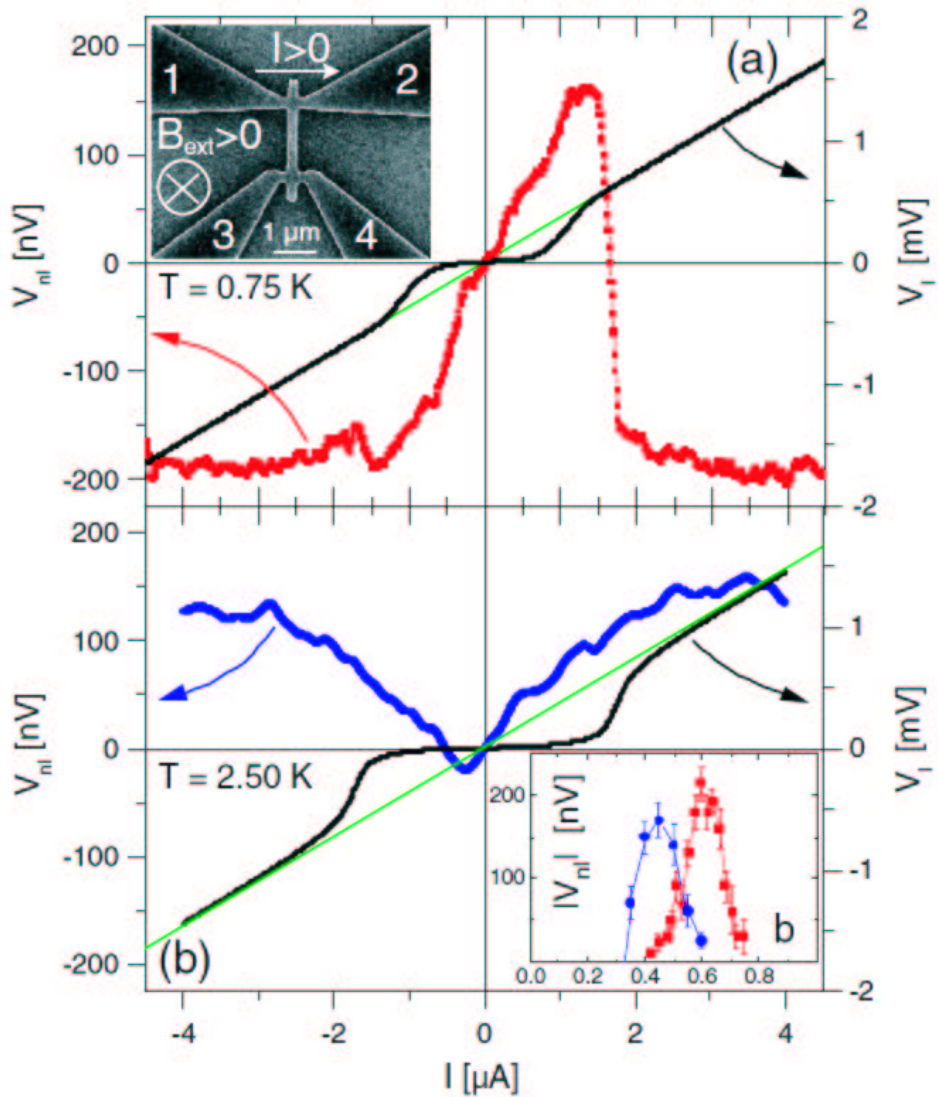


Рис. 55. Характерные локальные (черные кривые; светло-серые линии показывают нормальное состояние) и нелокальные (серые и темно-серые символы) вольтамперные характеристики сверхпроводящего холловского мостика. (а) $T=0.75$ К $=0.26T_c$ (при $B_{ext}=3.0$ Т, $b = B_{ext}/B_{c2} = 0.64$), и (б) $T = 2.50$ К $= 0.85T_c$ (при $B_{ext} = 0.50$ Т, $b = 0.50$). Вставка к рис. (а): Геометрия мостика: $L=2$ мкм, $w=250$ нм. Вставка к рис. (б): Зависимость напряжения насыщения $|V_{nl}|$ от магнитного поля, для низкой (квадраты) и высокой (кружки) температуры.

'горячих' квазичастиц [14, 129, 130]), что при низких температурах и достаточно больших токах происходит разогрев квазичастиц в токовом контакте и он переходит в состояние с более высокой температурой T^* , чем часть холловского сверхпроводника, где тока нет. В результате, в соединяющем мостике возникает градиент температуры и горячие квазичастицы проникают на расстояние $L_T = \sqrt{D\tau_e} \approx 295$ нм $\sim w$ в соединяющий мостик - см. вставку на рисунке 56(б) (для исследованного

образца $D = 4.80 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ и время релаксации горячих электронов $\tau_e \approx 1.82 \text{ нс}$ было получено из анализа локальных ВАХ, используя приближение эффективной температуры 'горячих' квазичастиц - см. работы [14, 129, 130]). Наличие градиента температуры приводит к движению вихрей под действием силы $\mathbf{F}_T = -S_\phi \nabla T$ (S_ϕ - транспортная энтропия вихря [131]) и появлению напряжения, перпендикулярного как направлению магнитного поля, так и градиенту температуры - т.е. возникает эффект Нернста. В холловской геометрии данная сила приводит к движению вихрей в сторону токового контакта и $V_{nl} < 0$, что согласуется с результатами эксперимента при низкой температуре. Так как типичные значения для локального разогрева $T^* - T_0 \sim 1 \text{ К}$ и L_T малы, то получающийся градиент $|\nabla T| \sim (T^* - T_0)/L_T \sim 1 \text{ К}/\mu\text{м}$ оказывается значительно больше, чем ранее использовавшиеся значения ∇T при исследовании эффекта Нернста в различных экспериментах [131].

На рисунке 56(а) показаны зависимости симметричной (V_{nl}^+) и антисимметричной (V_{nl}^-) частей нелокального напряжения ($V_{nl}^\pm(I) = [V_{nl}(I) \pm V_{nl}(-I)]/2$) от тока I (при низкой температуре и при внешнем магнитном поле $B_{ext} = 3T = 0.64H_{c2}$). Зависимость $V_{nl}^-(I)$ в области слабых токах практически линейна по току, так как основной движущей силой является сила Лоренца $F_{dr} = F_L \sim I$, тогда как $V_{nl}^+(I)$ очень мало. С увеличением тока происходит быстрое уменьшение $V_{nl}^-(I)$ и одновременный рост $|V_{nl}^+|$ до некоторого постоянного значения. Сравнивая этот результат с рисунком 55(а), можно заметить, что переход происходит при токе, при котором локальное напряжение $V_l(I) \approx R_n I$, что говорит о переходе части холловского мостика (в локальной области) в нормальное состояние [14, 130] и обращение силы Лоренца в ноль. Следовательно, при больших токах на вихри может действовать только сила F_T , которая имеет противоположный знак (при $I > 0$), по сравнению с F_L .

На рисунке 56(б) приведена зависимость $T^*(I)$, полученная из анализа локальных ВАХ в модели 'горячих' электронов [14, 130] в сверхпроводящем состоянии при $T^* < T_c(B_{ext})$ (на вставке к рис. 56(б) схематично показано распределение температуры T в холловском мостике). Из приведенных данных видно, что нагрев практически отсутствует при слабых токах, затем происходит быстрый

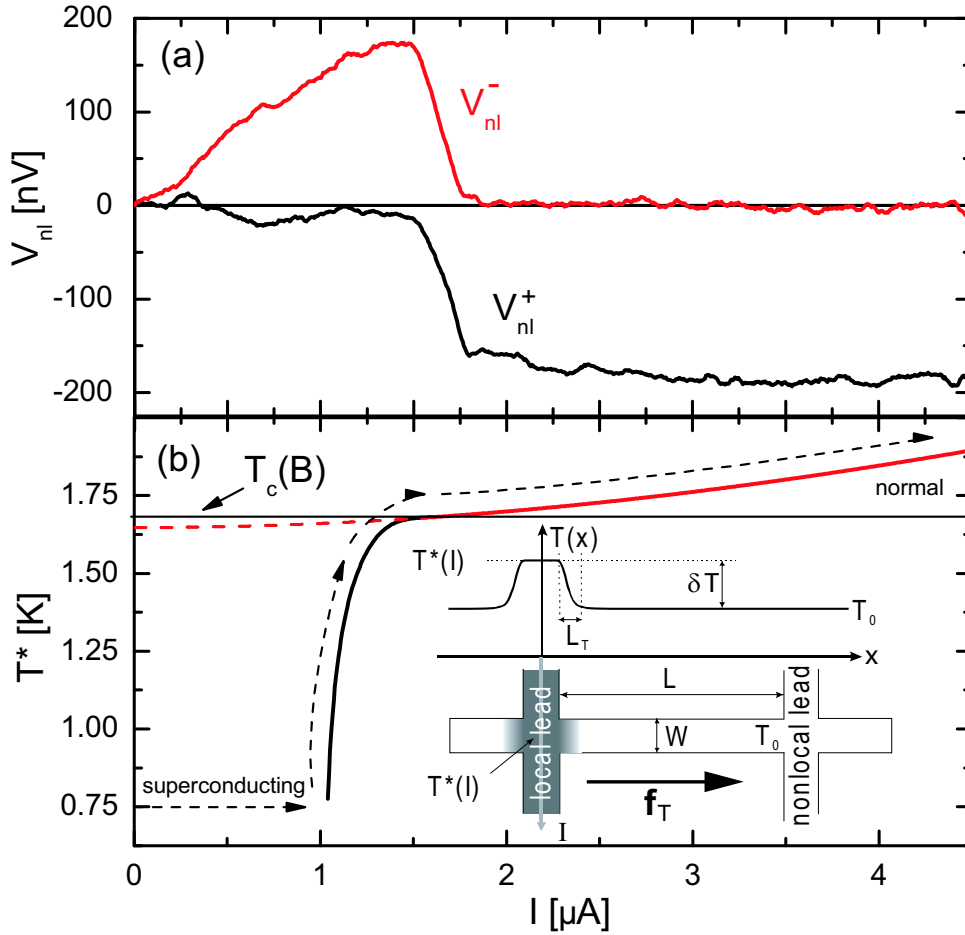


Рис. 56. (а) Экспериментальные зависимости $V_{nl}^{\pm}(I)$ при $T = 0.75\text{K} \ll T_c$ и внешнем магнитном поле $B_{ext} = 3.0\text{T}$. (б) Эффективная температура квазичастиц $T^*(I)$, где черная линия следует из анализа локальных ВАХ и серая линия из измерения шума в нормальном состоянии. На вставке: Схема распределения температуры вдоль соединяющей пленки.

рост температуры, пока она не достигает критического значения $T_c(B_{ext})$ при данном магнитном поле (T_c определяется из $B_{c2}(T)$) [14, 130], после чего T слабо меняется с ростом тока. Практически постоянное значение $V_{nl}^+(I)$ при больших токах соответствует $T^* \approx T_c(B_{ext})$, таким образом $|\nabla T| \approx [T_c(B_{ext}) - T_0]/L_T = \delta T/L_T$.

Дальнейший анализ величины нелокального напряжения можно провести, используя модель нелокального отклика предложенную в работе [127]. А именно, необходимо приравнять силу вязкого трения, действующую на вихри в соединяющем мостике $\eta v w L B / \Phi_0$ с силой, приводящую эти вихри в движение - $F_T w L_T B / \Phi_0$ в токовом мостике (где η - коэффициент вязкости медленно движущегося вихря). В результате, можно выразить S_ϕ через нелокальное напряжение $V_{nl} = v B w$ и

изменение температуры возле токовой пленки ($\nabla T \sim \delta T/L_T$)

$$S_\phi = V_{nl}\phi_0/R_{nl}\delta T d, \quad (3.1)$$

В уравнении 3.1 $R_{nl} = wB_{ext}\Phi_0/\nu Ld$ находится из линейной зависимости $V_{nl} = R_{nl}I$ при слабых токах [127], где основной движущей силой является сила Лоренца $|F_L| = I\Phi_0/wd$. Так как S_ϕ и R_{nl} зависят только от свойств сверхпроводящей пленки, то отсюда сразу следует $V_{nl}^+(I) \approx const$ при больших токах, где δT слабо зависит от тока. Используя весь массив экспериментальных данных при различных (B_{ext}, T) , можно получить $S_\phi \sim 0.1 - 1.5 \cdot 10^{-12}$ Дж·м⁻¹К⁻¹ [25], которые находятся в хорошем согласии с теоретическим значением $\sim 0.1 - 0.2 \cdot 10^{-12}$ Дж·м⁻¹К⁻¹, полученным из формулы Маки [133, 134], и с экспериментальными данными для пленок Nb ($0.05 - 1.5 \cdot 10^{-12}$ Дж·м⁻¹К⁻¹) [135] и Pb-In ($0.2 - 5 \cdot 10^{-12}$ Дж·м⁻¹К⁻¹) [136].

Рассмотрим теперь случай высоких температур, близких к T_c . В работе [130] для тонких сверхпроводящих пленок NbGe было установлено, что нелинейность ВАХ вблизи T_c и в полях относительно близких к H_{c2} хорошо количественно описывается изменением вязкости движущегося вихря за счет неравновесных эффектов [10]. Авторы работы [10] теоретически предсказали, что при движении вихря происходит эффективное 'охлаждение' квазичастиц с энергиями $\epsilon < \Delta_{max}$, где Δ_{max} соответствует максимальному значению $|\Delta|$ в коре вихря (под 'охлаждением' понимается положительная добавка $\delta f_L > 0$ к функции распределения $f_L = f_L^0 + \delta f_L$ - см. раздел 1.1). Это в свою очередь означает, что сверхпроводящий ток,

$$\mathbf{j}_s = \frac{1}{\rho_n e} \left(\frac{\pi}{4k_B T_c} |\Delta|^2 + \frac{\pi}{2} |\Delta| \delta f_L(|\Delta|) \right) \left(\nabla \varphi - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A} \right), \quad (3.2)$$

текущий вокруг вихря будет увеличиваться (как это происходит, например, при уменьшении температуры) и должен увеличиваться диамагнитный отклик сверхпроводника и намагниченность $|M|$ при заданном внешнем магнитном поле. В случае нашей геометрии это будет приводить к появлению скачка намагниченности (см. рис. 57) на границе между токовой пленкой и соединяющим мостиком и, значит, будет появляться дополнительный ток $j_M \sim \delta M/L_M$, который должен течь вдоль границы. Для количественной оценки данного эффекта необходимо рассчитать δf_L и используя уравнение 3.2 найти величину сверхпроводящих токов, текущих вокруг движущегося вихря. С этой целью можно произвести расчет в рамках той же модели,

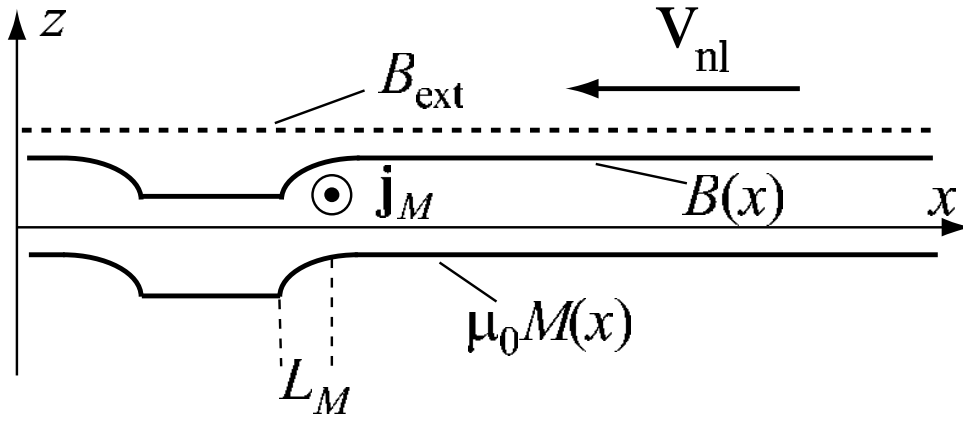


Рис. 57. Качественная картина изменения намагниченности в токовом контакте холловского мостика.

что была использована в работе [10]. А именно, элементарная ячейка решетки Абрикосова заменяется на ячейку Вигнера-Зейтца с радиусом $r_B = \sqrt{\Phi_0/\pi B}$, внутри которой необходимо решить уравнение Гинзбурга-Ландау

$$|\psi| \left[1 - |\psi|^2 - (1/r - Br/2)^2 + \Phi_1 \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial |\psi|}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 |\psi|}{\partial \alpha^2} = 0, \quad (3.3)$$

с граничными условиями: $|\psi|_{r=0} = 0$ и $[\partial|\psi|/\partial r]_{r=r_B} = 0$. Уравнение 3.3 записано в полярных координатах (r, α) и в безразмерном виде (единицы обезразмеривания приведены выше уравнения 1.12).

Потенциал Φ_1

$$\Phi_1 = \frac{1}{1 - T/T_c} \int_{|\psi|}^{\infty} \frac{\delta f_L(\epsilon) d\epsilon}{(\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}} \quad (3.4)$$

описывает влияние δf_L на $|\psi|$ (см. раздел 1.1). В дополнение к уравнению 3.3 необходимо найти решение кинетического уравнения:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \delta f_L}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \delta f_L}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial \delta f_L}{\partial \tau} \frac{\partial (\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}}{\partial \epsilon} - \\ & - \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{\partial (\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}}{\partial \tau} = - \frac{\delta f_L}{\tilde{L}_\epsilon^2} \frac{|\epsilon|}{(\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где время t обезразмерено в единицах $\tilde{\tau}_0 = \xi^2/D$ и $\tilde{L}_{in} = L_{in}/\xi$ - безразмерная неупругая длина. Данное уравнение справедливо при $\epsilon > |\psi|(r)$ и $\delta f_L \ll f_L^0$. В случае достаточно больших магнитных полей (в таких, в которых межвихревое расстояние много меньше L_{in}) и относительно слабых электрических полей (т.е. при малых скоростях вихрей $v \ll v_0 = \xi/\tilde{\tau}_0$) можно искать решение уравнения 3.4 в виде

$\delta f_L = \langle \delta f_L \rangle + f_L^1(r, \alpha)$, где f_L^1 пропорциональна скорости вихря v и координатно-независящая часть $\langle \delta f_L \rangle$ пропорциональна v^2 . В рассматриваемом пределе уравнение для f_L^1 имеет следующий вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f_L^1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f_L^1}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial f_L^0}{\partial \epsilon} \frac{v}{v_0} \cos(\alpha) \frac{\partial(\epsilon^2 - |\Delta|^2)^{1/2}}{\partial r}, \quad (3.6)$$

Также как и в работе [10] будем предполагать, что основной эффект на $|\psi|$ возникает из-за $\langle \delta f_L \rangle$, что позволяет пренебречь зависимостью $|\psi|$ от угла в уравнении 3.3. Решая 3.6 (с граничными условиями $f_L^1(r=0) = 0$, $\partial f_L^1/\partial r = 0$ при $r = r_B$ или $r = r_\epsilon$, где равенство $|\psi|(r_\epsilon) = \epsilon$ определяет r_ϵ), подставляя решение в 3.5 и усредняя по координатам можно получить

$$\langle \delta f_L \rangle = \left(\frac{v}{v_{LO}} \right)^2 \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \frac{\partial \mathcal{D}(\epsilon)}{\partial \epsilon} \frac{1}{\mathcal{D}_1(\epsilon)}, \quad (3.7)$$

где $v_{LO} = [14D\zeta(3)(1 - T/T_c)^{1/2}/\pi\tau_{in}]^{1/2}$,

$$\mathcal{D}_1(\epsilon) = \epsilon \int_0^{r_B} \frac{r dr}{(\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}}, \quad (3.8)$$

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \int_0^{r_B} dr \frac{\partial(\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}}{\partial r} \int_0^r dr_1 r_1 [(\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2} + C(\epsilon)], \quad (3.9)$$

с

$$C(\epsilon) = \frac{2}{r_\epsilon^2} \int_0^{r_\epsilon} r dr (\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2} \quad (3.10)$$

для $\epsilon < \psi_{max}$, и

$$C(\epsilon) = -2(\epsilon^2 - |\psi|_{max})^{1/2} + \frac{2}{r_B^2} \int_0^{r_B} r dr (\epsilon^2 - |\psi|^2)^{1/2}, \quad (3.11)$$

для $\epsilon > \psi_{max}$.

Система уравнений 3.3-3.4 и 3.7-3.11 была решена численно. На рисунке 58 показан пример $\langle \delta f_L \rangle$ рассчитанной для вихря,двигающегося со скоростью v_{LO} при $T = 0.9T_c$ и магнитном поле $B_{ext} = 0.45H_{c2}$. На том же рисунке показан результат Ларкина-Овчинникова, в котором пренебрегается $\langle \delta f_l \rangle < 0$ при энергии больше, чем Δ_{max} (учет этого эффекта приводит к подавлению параметра порядка в движущемся вихре на расстоянии близком к радиусу элементарной ячейки r_B - см. вставку на рис. 59(с)).

Используя численные результаты для $\langle \delta f_l \rangle$ можно рассчитать изменение величины сверхпроводящего тока, текущего вокруг вихря (см. рис. 59(с)). На

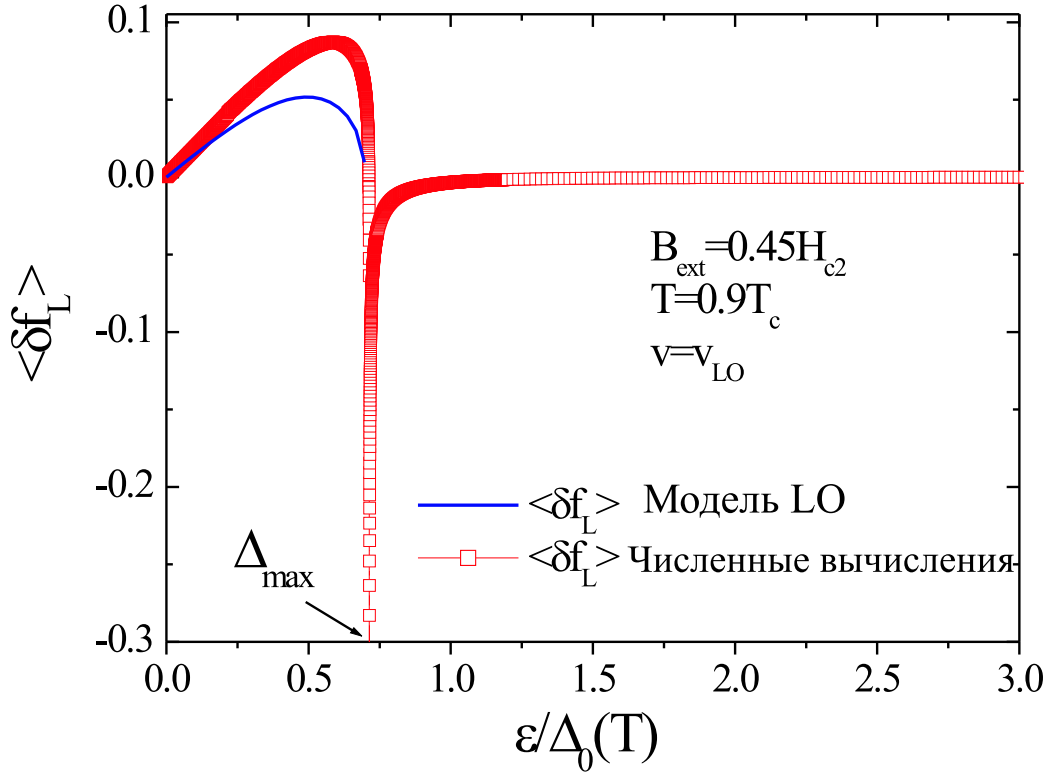


Рис. 58. Неравновесная добавка к равновесной функции распределения квазичастиц, найденная аналитически в работе [10] (сплошная кривая) и численно в данной главе (пустые квадраты).

рисунках 59(a,b) показаны симметричная и антисимметричная части нелокального напряжения V_{nl} . Для того чтобы оценить величину изменения намагниченности, был рассчитан магнитный момент $\mathbf{m} = (1/2) \int [\mathbf{r} \times \mathbf{j}_s] dS_{\text{cell}}$ вихревой ячейки при $v = 0$ и при $v \neq 0$ (который пропорционален среднему магнитному полю $\langle h_z \rangle$, создаваемому циркулирующими сверхпроводящими токами при условии, что магнитное поле h_z равно нулю на границе ячейки Вигнера-Зейтца). Из численного решения уравнения Гинзбурга-Ландау для стационарного вихря следует, что $\langle h_z \rangle \sim (B - H_{c2})$ вблизи H_{c2} , т.е. $\langle h_z \rangle \sim |\mathbf{m}| \sim |\mathbf{M}|_{eq}$ (так как $|\mathbf{M}|_{eq} \sim (B - H_{c2})$ - см. например [137]). Дальше можно предположить, что для движущейся решетки вихрей это соотношение также справедливо, что позволяет связать $(\mathbf{m}(v) - \mathbf{m}(v = 0))/\mathbf{m}(v = 0) = (\mathbf{M}_{neq} - \mathbf{M}_{eq})/\mathbf{M}_{eq}$. На рисунке 59(d) показано, вычисленное таким образом, относительное изменение

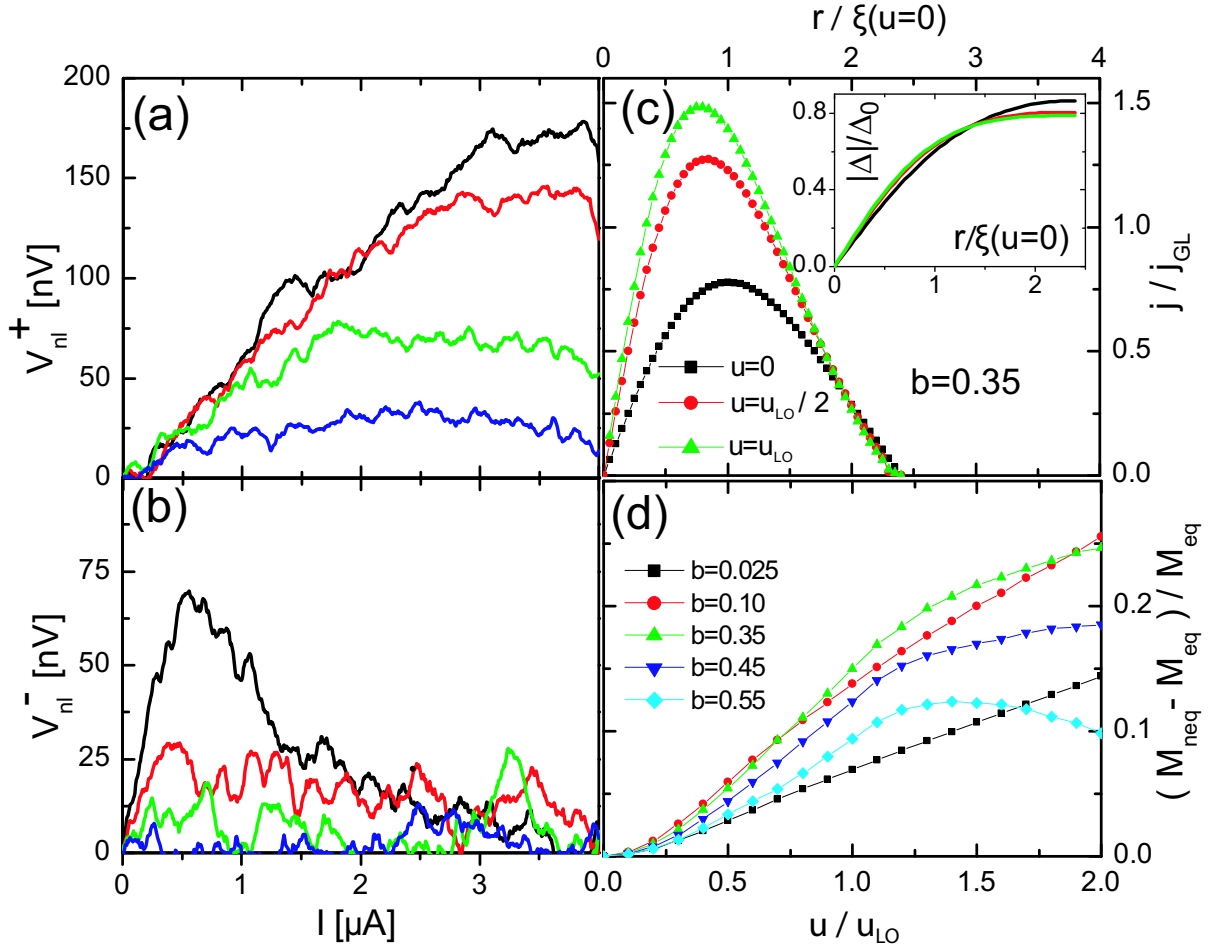


Рис. 59. Экспериментальные значения $V_{ni}^+(I)$ (a), и $V_{ni}^-(I)$ (b) при $T = 2.50K = 0.85T_c$ и $B_{ext}/H_{c2} = 0.45$ (черная кривая), 0.50 (серая кривая), 0.55 (светло-серая кривая) и 0.60 (коричневая кривая). (c) Распределение плотности сверхпроводящего тока j_s/j_{dep} и $|\Delta|/\Delta_0$ (на вставке) в элементарной ячейке при различных значениях скорости вихрей v/v_{LO} . (d) Усиление намагниченности $(M_{neq} - M_{eq})/M_{eq}$ при различных скоростях u/u_{LO} и магнитных полях $b = B_{ext}/H_{c2}$.

намагниченности.

Пространственное изменение M на границе между локальной пленкой и соединяющим мостиком должно происходить на масштабе нескольких межвихревых расстояний (именно на таком масштабе возможен переход от быстрого движения вихрей к медленному [138, 139]). В результате, на этой длине индуцируется дополнительная плотность тока $\mathbf{j}_M = \nabla \times \mathbf{M}$, которая течет вдоль границы. Этот ток создает силу $F_M = j_M \Phi_0$, которая не зависит от направления тока и заставляет двигаться вихри в направлении локальной пленки (что приводит к $V_{ni} > 0$). Используя данные численного расчета можно оценить: $\delta M \simeq M_{eq} \simeq$

$(H_{c2} - B_{ext})/2\mu_0\kappa^2 \simeq 35$ А/м (при $B_{ext} = 0.45$ Тл), что является малой величиной, но изменение M происходит на малом расстоянии $\sim a_0(H = 0.45 \text{ Тл}) \simeq 70$ нм, таким образом обеспечивая $j_M \simeq 500 \text{ МА/м}^2$, что того же порядка, что и плотность тока создаваемая транспортным током (при котором происходит резкий рост локального напряжения): $j = 100 \text{ МА/м}^2$. Для расчета V_{nl} можно опять использовать модель нелокального отклика из работы [127]. Так как $j_M = \partial M / \partial x \approx |\delta M| / a_0$, то с $F_{dr} = F_M$ получаем следующее выражение для V_{nl}

$$V_{nl} = [wB_{ext}a_0/\eta L]j_M\phi_0 = R_{nl}\delta M d, \quad (3.12)$$

из которого выпадает характерный масштаб изменения M . Подставляя типичные значения $R_{nl} \approx 0.1 \Omega$ и $\delta M \approx 35$ А/м, получим $V_{nl} \approx 140 \text{ нВ}$, что близко к экспериментальному значению. Несмотря на простоту используемой модели согласие между экспериментом и теорией оказалось достаточно хорошим. Более точный анализ требует более аккуратного расчета величины изменения намагниченности, правильный учет траектории движения быстрых и медленных вихрей и т.д.

Анализ экспериментальных данных по нелокальному отклику позволяет заключить, что в движущейся решетке вихрей при температуре близкой к T_c происходит 'охлаждение' квазичастиц, а при низкой - их 'нагрев', что приводит к различным знакам нелокального напряжения. Возникает вопрос, каким образом происходит переход от одного режима к другому при изменении температуры. На рисунке 60 показан нелокальный отклик при промежуточной температуре $T = 2 \text{ К} = 0.68T_c$, который, как видно, является комбинацией результатов при $T = 2.5 \text{ К} = 0.85T_c$ и $T = 0.75 \text{ К} = 0.26T_c$. Действительно, при малых токах ($I \lesssim 2.5$ мкА) V_{nl} ведет себя как при высокой температуре (т.е. происходит смена знака V_{nl} при $I < 0$ и $V_{nl}^+ > 0$), а при дальнейшем увеличении тока V_{nl} начинает вести себя как при низкой температуре - V_{nl} при обоих направлениях тока становится отрицательной ($V_{nl}^+ < 0$). На основании этого результата и вышеприведенного анализа можно сделать вывод, что при промежуточной температуре имеет место 'охлаждение' квазичастиц при малых скоростях вихрей (малых токах), которое сменяется на 'нагрев' квазичастиц при больших значениях тока. Необходимо отметить, что анализ *локальных* ВАХ при промежуточной температуре, используя модель электронного разогрева [14, 130]

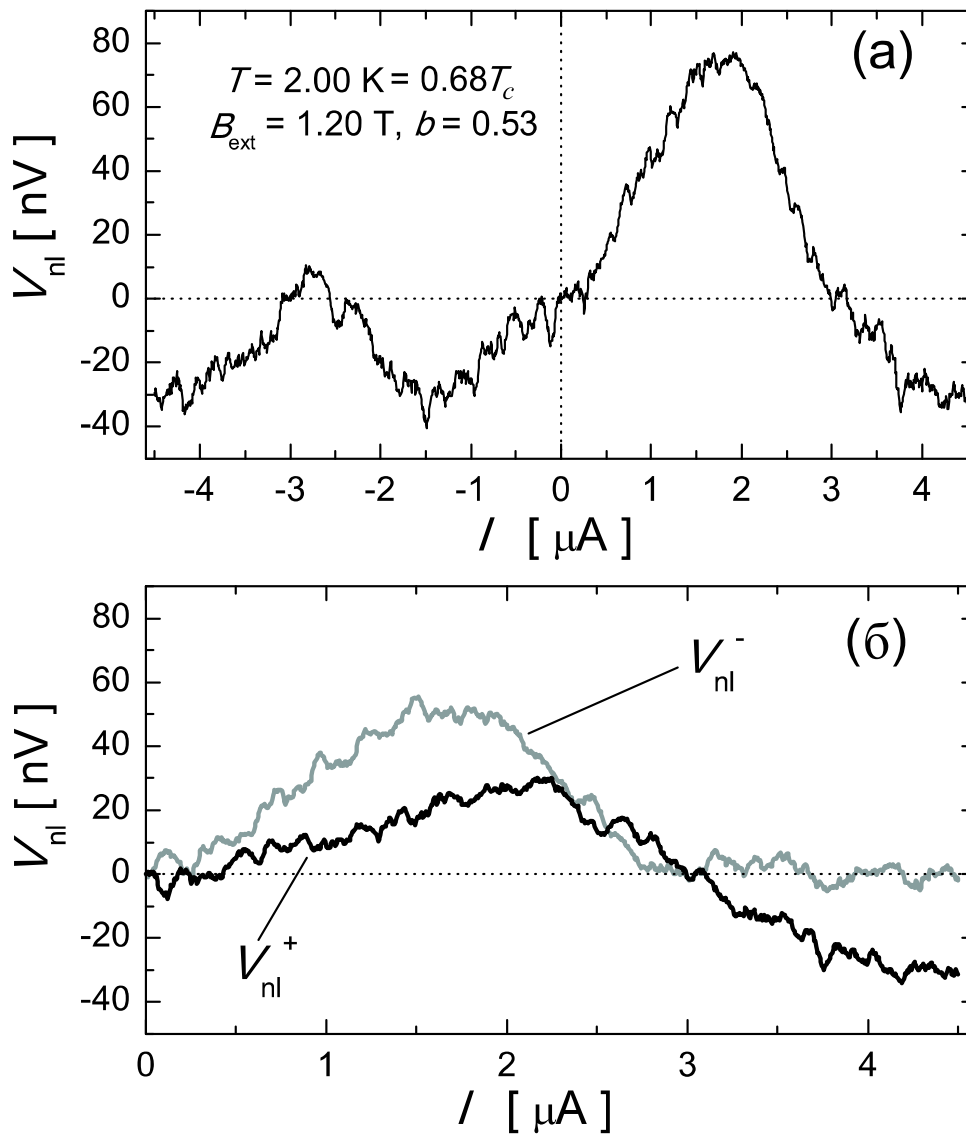


Рис. 60. (а) Нелокальное напряжение $V_{nl}(I)$ при промежуточной температуре $T = 2 \text{ K} = 0.68 T_c$, ($B_{\text{ext}} = 1.2 \text{ Тл} = 0.53 H_2$). (б) Зависимости $V_{nl}^-(I)$ и $V_{nl}^+(I)$.

или модель Ларкина-Овчинникова [10] не дает определенного ответа о механизме неравновесия. Только результаты по нелокальному отклику позволяют разрешить эту неопределенность - с ростом тока происходит смена механизма неравновесия и какая-либо одна модель не способна объяснить форму локальных ВАХ.

Обсудим далее один эффект, который возможен в холловском сверхпроводящем мостике. При расчете неравновесных эффектов в работе [10] рассматривался случай бесконечной вихревой решетки и пренебрегалось влиянием $\langle \delta f_L \rangle < 0$ при $\epsilon > \Delta_{\text{max}}$. Однако в холловском мостике быстрое движение вихрей происходит только в той части сверхпроводника, где течет ток, тогда как в остальной части системы вихри

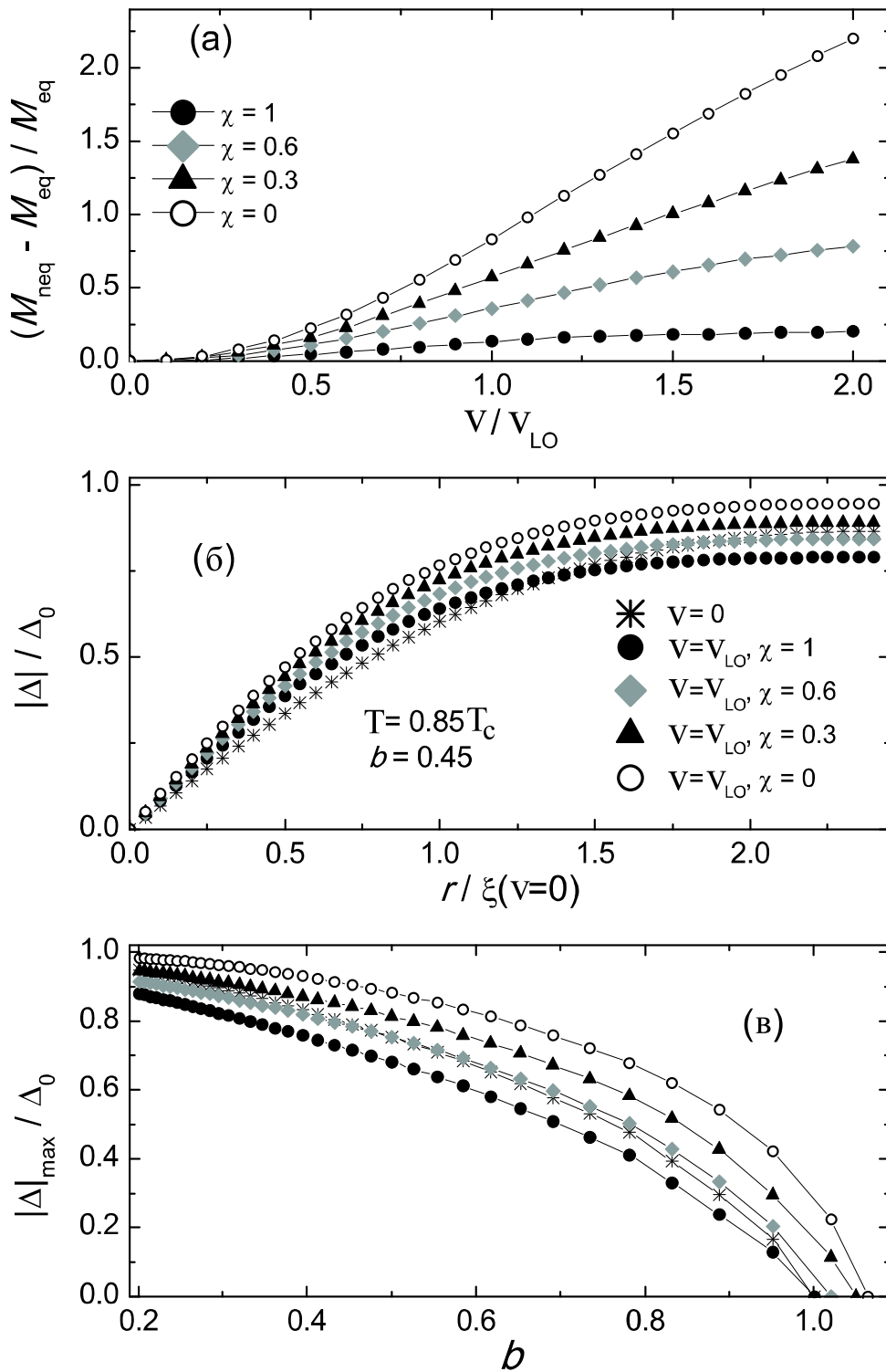


Рис. 61. Влияние диффузии 'горячих' квазичастиц (описываемое различными значениями коэффициента $\chi = 0, 0.3, 0.6, 1$) на: (а) увеличение намагниченности при $b = 0.45$, как функция v/v_{LO} ; (б) распределение $|\Delta|/\Delta_0$ в элементарной ячейке при $b = 0.45$ и $v = v_{LO}$; (с) зависимость $\Delta_{\text{max}}/\Delta_0$ от магнитного поля b , при $v = v_{LO}$.

стоят или двигаются медленно. При $T = 2.5$ К, $L_{in} \sim 270$ нм для NbGe, что сравнимо с шириной сверхпроводящих пленок, формирующих холловский сверхпроводник. Это означает, что большая часть квазичастиц с $\epsilon > \Delta_{max}$ может диффундировать в соседние области, где нет источников неравновесия - быстрых вихрей. Так как $\delta f_L < 0$ при $\epsilon > \Delta_{max}$, то удаление этих квазичастиц должно приводить к дальнейшему усилению $|\Delta|$ возле кора вихря и к более сильному диамагнитному эффекту.

Для того чтобы оценить влияние диффузии неравновесных квазичастиц необходимо решить уравнение для δf_L во всем образце, что является сложной задачей. Поэтому был использован другой метод: эффективность удаления 'горячих' квазичастиц была параметризована с помощью умножения δf_L на число $0 \leq \chi \leq 1$ для всех энергий $\epsilon > \Delta_{max}$. Физически, $\chi = 0$ соответствует полному удалению 'горячих' квазичастиц из токовой полоски, и $\chi = 1$ их полному сохранению. Для использовавшегося в эксперименте образца было найдено $\chi \approx 0.6$ из решения двумерного уравнения диффузии для δf_L при $\epsilon = \Delta_{max}$ и с однородно распределенным источником неравновесия в области, где происходит быстрое движение вихрей.

На рисунке 61(a) показано $(M_{neq} - M_{eq})/M_{eq}$ при $B_{ext} = 0.45H_{c2}$ и различных значениях $\chi = 0, 0.3, 0.6, 1$ как функция приведенной скорости вихрей v/v_{LO} . Видно, что с уменьшением χ (т.е. с уменьшением количества 'горячих' квазичастиц в токовой полоске) намагниченность меняется сильнее. На рисунке 61(b) показано распределение $|\Delta|/\Delta_0$ в вихревой ячейке для неподвижного и движущегося вихрей. Видно, что усиление $|\Delta|$ максимально для меньших χ . И наконец на рисунке 61(c), показана зависимость Δ_{max}/Δ_0 от магнитного поля при $v = v_{LO}$, из которой видно, что $|\Delta|_{max}$ увеличивается при уменьшении χ . Интересно отметить, что модель также предсказывает существование сверхпроводимости при $B_{ext} > H_{c2}$ для достаточно малых значений χ . В случае холловской геометрии это означает, что область сверхпроводника с размерами $\sim L_{in} \times w$ в токовой полоске, близко расположенной к соединяющему мостику, может оставаться сверхпроводящей и при $B_{ext} > H_{c2}$. При этом, остальные части токовой полоски (так же как и части сверхпроводника, где вихри стоят или двигаются медленно) будут переходить в

нормальное состояние. Однако данный эффект возможен только в случае, когда в токовой полоске протекает достаточно большой ток (обеспечивающий скорость вихрей близкую к v_{LO}) и магнитное поле увеличивается в присутствии тока.

В заключение, основным результатом данного раздела является предсказанное увеличение намагниченности сверхпроводящей пленки в окрестности критической температуры, связанной с локальным 'охлаждением' квазичастиц в коре движущихся вихрей за счет меняющегося во времени сверхпроводящего параметра порядка. Этот эффект однозначно проявляется в знаке нелокального отклика в холловском сверхпроводящем мостике, независимым от направления тока при больших значениях I . При низких температурах знак нелокального напряжения при больших токах меняет знак, что свидетельствует о 'нагреве' квазичастиц, вследствие доминирующего вклада джоулевой диссипации в неравновесные процессы.

4. Стационарные состояния квазиодномерного сверхпроводящего мостика, ограниченного нормальными 'берегами', в режиме приложенного напряжения

В первой и второй главах диссертации использовалось локальное приближение для исследования неравновесных эффектов, связанных с изменением $|\Delta|$ во времени. В данной главе исследовано влияние нелокальных в пространстве неравновесных эффектов для относительно простого случая сверхпроводящего мостика/кольца, соединенного с нормальными 'берегами'. В рассматриваемых задачах исследуются только стационарные состояния и неравновесная ситуация возникает из-за приложения к нормальным 'берегам' разности потенциалов $2V$. В этом случае, в достаточно коротком мостике (с длиной $L < L_{in} = \sqrt{D\tau_{in}}$) функция распределения квазичастиц $f(\epsilon)$ становится комбинацией двух фермиевских функций распределения сдвинутых на V (экспериментально, такая $f(\epsilon)$ была обнаружена в работе [141]). В работе [27] этот метод (приложение напряжения) использовался для контроля функции распределения квазичастиц в нормальной области SNS джозефсоновского контакта и экспериментально было показано, что при некоторых значениях напряжения, в джозефсоновском контакте возникает так называемое пи-состояние (в этом случае сверхпроводящий ток и разность фаз $\delta\phi$ через контакт описывается сдвинутым на π джозефсоновским соотношением $I_s = I_c \sin(\delta\phi + \pi)$). В работе [26] было теоретически предсказано существование критического напряжения для короткого (с длиной $L \ll L_{in}$) сверхпроводящего мостика, соединенного с нормальными 'берегами', выше которого сверхпроводимость в мостике полностью подавлялась. Эта работа инициировала интерес к данной задаче, в которой важным становится нелокальный эффект. Под нелокальностью здесь понимается учет диффузии неравновесных квазичастиц на расстояние порядка $\sim L_{in}$ от источника неравновесия.

План главы следующий. В разделе 4.1 рассчитаны вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика, соединенного с нормальными 'берегами', с длиной

как меньше, так и больше чем L_{in} . Расчеты были сделаны как в локальном, так и нелокальном пределах при различных температурах. При этом было обнаружено, что выше некоторого напряжения в мостике возможно существование асимметричного состояния, которое характеризуется асимметричным, относительно центра мостика, распределением $|\Delta|(x)$. В разделе 4.2 развитая техника применена для расчета вольтамперных характеристик сверхпроводящего кольца, соединенного с нормальными берегами сверхпроводящими мостиками. Интерес к этой задаче связан с экспериментом [143], в котором были обнаружены необычные транспортные свойства такой системы при разных температурах и различных магнитных полях.

Приведенные ниже результаты опубликованы в работах [A12, A15, B13].

4.1. Симметричные и асимметричные состояния в сверхпроводящем мостике, соединенном с нормальными 'берегами'

Для расчета вольтамперных характеристик сверхпроводящего мостика были использованы уравнения 1.1-1.4, записанные здесь для стационарного случая

$$\xi_{GL}^2 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2}\right) \Delta - (\Phi_1 + i\Phi_2)\Delta = 0 \quad (4.1)$$

$$D\nabla((N_1^2 - R_2^2)\nabla\delta f_L) + Dj_\epsilon\nabla f_T - \frac{N_1}{\tau_{in}}\delta f_L = 0, \quad (4.2)$$

$$D\nabla((N_1^2 + N_2^2)\nabla f_T) + Dj_\epsilon\nabla\delta f_L - \frac{N_1}{\tau_{in}}\left(f_T + e\varphi\frac{\partial f_L^0}{\partial\epsilon}\right) - N_2|\Delta|2f_T = 0, \quad (4.3)$$

$$\hbar D \frac{d^2\Theta}{dx^2} + \left(\left(2i\epsilon - \frac{\hbar}{\tau_{in}}\right) - \hbar D Q^2 \cos\Theta\right) \sin\Theta + 2|\Delta|\cos\Theta = 0, \quad (4.4)$$

с граничными условиями

$$\Theta(\pm L/2) = \Delta(\pm L/2) = 0, \quad (4.5)$$

$$\delta f_L(\pm L/2) = \frac{1}{2} \left(\tanh\left(\frac{\epsilon + V(\pm L/2)}{2k_B T}\right) + \tanh\left(\frac{\epsilon - V(\pm L/2)}{2k_B T}\right) \right) - f_L^0, \quad (4.6)$$

$$f_T(\pm L/2) = \frac{1}{2} \left(\tanh\left(\frac{\epsilon + V(\pm L/2)}{2k_B T}\right) - \tanh\left(\frac{\epsilon - V(\pm L/2)}{2k_B T}\right) \right), \quad (4.7)$$

следующими из предположения, что нормальные 'берега' находятся в равновесии, со сдвинутым, относительно мостика, электрохимическим потенциалом. Данное

предположение верно в случае 'берегов' с толщиной много большей, чем толщина сверхпроводящего мостика (так называемого мостика переменной толщины).

В данной главе численно рассчитаны ВАХ мостиков конечной длины при различной температуре. В этом случае, для обезразмеривания уравнений 4.1-4.4 удобно пользоваться величинами, не зависящими от температуры. Так, например, длину удобно обезразмеривать в единицах $\xi_0 = \sqrt{\hbar D / \Delta_0}$, а сверхпроводящий параметр порядка и энергию в единицах параметра порядка при нулевой температуре $\Delta_0 \simeq 1.76 k_B T_c$.

Рассмотрим сначала симметричный случай, когда разность потенциалов распределена симметрично относительно центра мостика: $V(\pm L/2) = \mp V$. На рисунке 62 представлены ВАХ сверхпроводящей проволоки с длиной $L = 100\xi_0$, температурой $T = 0.98T_c$ и различными $L_{in} < L$.

При $L_{in} \lesssim \xi(T)$, $f_L(\epsilon)$ затухает на масштабе длины когерентности и практически не оказывает влияние на величину сверхпроводящего параметра порядка в мостике. Когда плотность тока в сверхпроводнике превысит некоторое критическое значение (это возникает при напряжении $2V_0$ - см. рис. 62(a)), NS границы начинают двигаться от концов мостика к его центру. Сверхпроводящая область уменьшается, что приводит к увеличению сопротивления мостика, и в режиме заданного напряжения, к уменьшению тока ниже критического значения. В результате на ВАХ возникает область с практически вертикальной линией (см. рис. 62(a)). Чем длиннее мостик, тем длиннее будет данный участок ВАХ. Наконец, при некотором критическом напряжении V_c область с ненулевым $|\Delta| \neq 0$ уменьшается до размеров порядка $\xi(T)$ и происходит переход мостика в нормальное состояние.

В данном пределе можно использовать локальное приближение и вместо уравнений 4.1-4.4 решать обобщенное нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау, дополненное условием $div j = 0$. Анализ в рамках этого уравнения (см. главу 1) показывает, что при увеличении τ_{in} , NS граница теряет устойчивость при больших токах. Это также видно из рис. 62(a) для малых значений L_{in} и из прямого сравнения с результатами расчетов в рамках локального приближения (см. рис. 63).

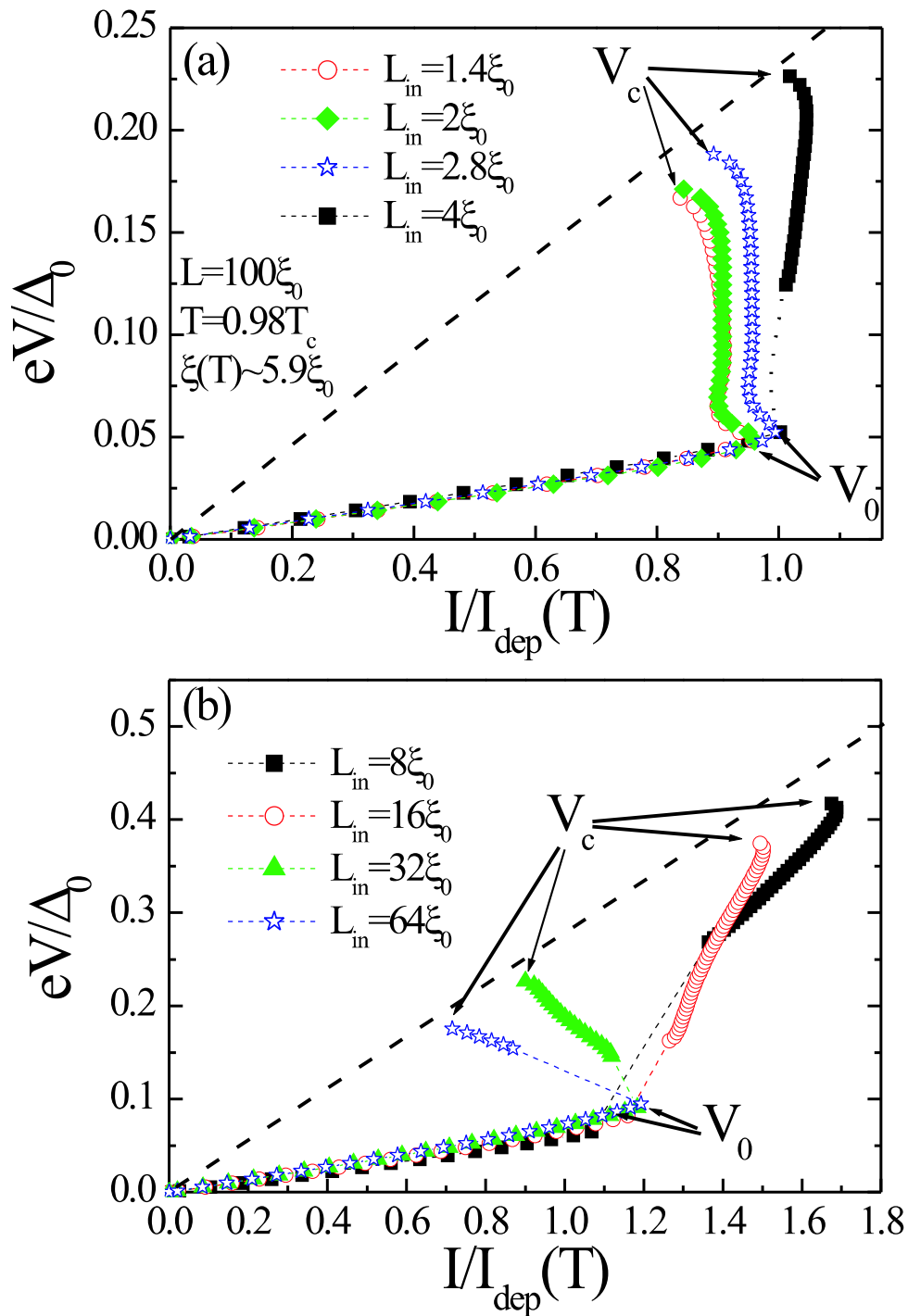


Рис. 62. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика с длиной $L = 100\xi_0$ при температуре $T = 0.98T_c$, рассчитанные для различных значений неупругой длины релаксации L_{in} . Рисунок (а) соответствует случаю $L_{in} < \xi(T) \sim 7\xi_0$ и рисунок (б) случаю $L_{in} > \xi(T)$. Толстая пунктирная прямая показывает ВАХ мостика в нормальном состоянии. Тонкие пунктирные линии на (а) и (б) показывают интервал напряжений, в котором отсутствует стационарное решение уравнений 4.1-4.4 для нашей задачи.

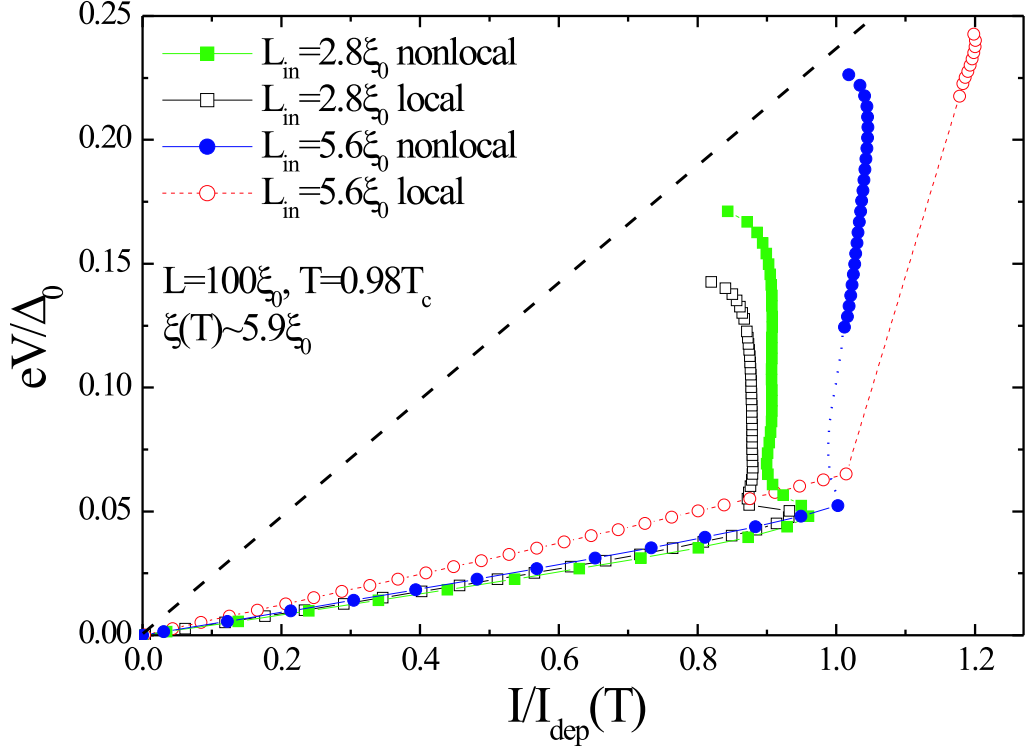


Рис. 63. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика, рассчитанные в рамках локального и нелокального приближений. Пока $L_{in} \lesssim \xi(T)$ оба приближения дают похожие результаты. Толстая пунктирная прямая показывает ВАХ мостика в нормальном состоянии. Тонкие пунктирные кривые показывают диапазон напряжений, в котором отсутствует стационарное состояние.

Когда $L_{in} > \xi(T)$, ненулевое $\delta f_L(\epsilon)$ сильно влияет на величину параметра порядка в мостике. В работе [26], для случая низких температур и $L_{in} > L$ было показано, что при достижении падения напряжения величины $\sim 2\Delta_0/e$ сверхпроводящий параметр уменьшается везде в мостике и происходит резкий переход в нормальное состояние. Качественно, такой же эффект возникает и при температуре близкой к T_c и для мостиков с длиной большей L_{in} : когда напряжение $2V$ достигает значения близкого к $2\Delta_{eq}$ параметр порядка начинает быстро уменьшаться с ростом напряжения. Механизм этого эффекта становится понятным, если рассмотреть уравнение самосогласования для $|\Delta|$

$$1 = \delta \int_{|\Delta|}^{1/\sinh(\delta)} \frac{\tanh\left(\frac{\epsilon+V}{2k_B T}\right) + \tanh\left(\frac{\epsilon-V}{2k_B T}\right)}{2\sqrt{\epsilon^2 - |\Delta|^2}} d\epsilon, \quad (4.8)$$

куда формально подставлена неравновесная функция распределения, зависящая от V , как от параметра (см. граничное условие 4.6). На рисунке 64 показана зависимость $|\Delta|(V)$ при различных температурах, найденная из численного решения уравнения 4.8 с $\delta = N_0\nu = 0.3$, где N_0 - плотность состояний на поверхности Ферми и ν - константа эффективного электрон-электронного притяжения, возникающего за счет электрон-фононного взаимодействия. (Отметим, что при $T < 0.25T_c$ нами было найдено два решения уравнения 4.8. Подобные решения обсуждались недавно в работе [28], в применении к задаче о квази-нульмерной сверхпроводящей грануле, ограниченной нормальными 'берегами' с конечной разностью потенциалов между ними).

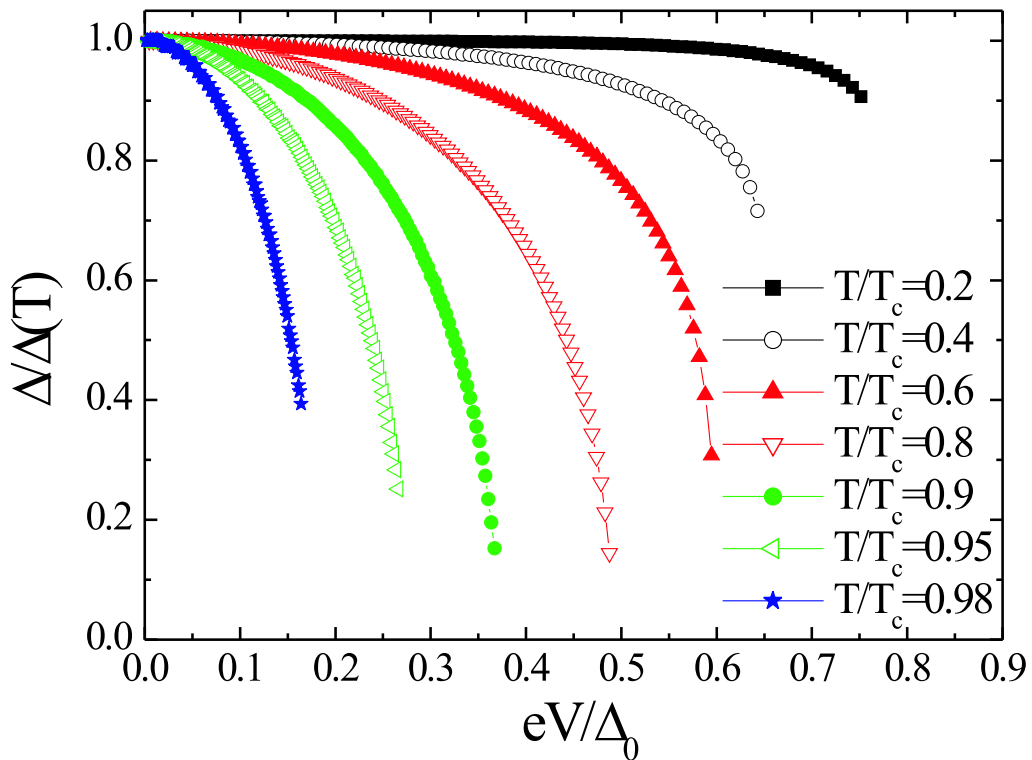


Рис. 64. Зависимость $|\Delta|$ от параметра V , которое следует из уравнения 4.8 при различных температурах.

Как видно из рисунка 64, при низких температурах параметр порядка практически не зависит от V вплоть до какого-то критического значения (при $T \sim T_c$

близкого к Δ_{eq}), и это приводит к отсутствию на ВАХ участка с отрицательным дифференциальным напряжением (см. работу [26]) для мостика с длиной $L < L_{in}$. Однако, при более высоких температурах $|\Delta|$ меняется с ростом V более плавно (см. рис. 64) и это должно приводить к менее резкому изменению полного тока в сверхпроводнике при увеличении напряжения. Как результат, на ВАХ возникает участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением dV/dI (см. рис. 2 в работе [26] и рис. 62(b) для $L_{in} = 64$ и $L_{in} = 32$) при $V > V_0$. Для достаточно длинных мостиков с длиной $L \gtrsim 10\xi(T)$ при $V \sim V_0$ не было найдено стационарных состояний (см. пунктирные линии на рис. 62(b) и 65). Это объясняется большой величиной сверхпроводящего тока в центре таких мостиков и возникающей из-за этого нестабильности стационарного сверхпроводящего состояния (при этих напряжениях в мостике возникает процесс проскальзывания фазы).

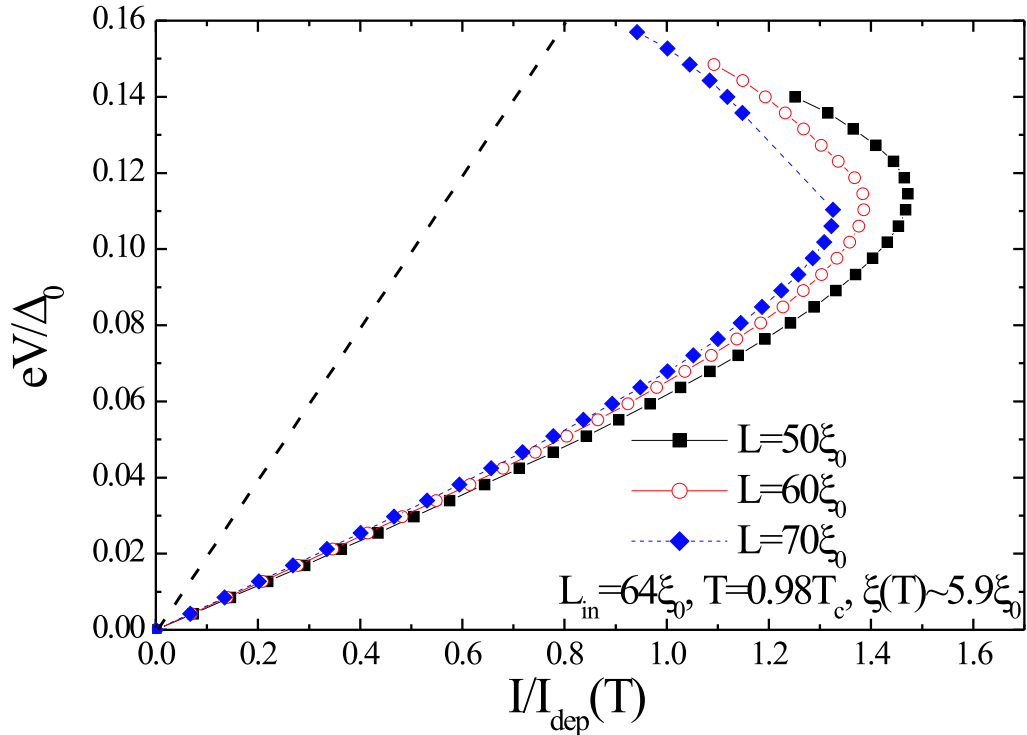


Рис. 65. Вольтамперные характеристики сверхпроводящих мостиков различной длины с $L_{in} = 64\xi_0$ при температуре $T = 0.98T_c$ (пунктирная прямая показывает диапазон напряжений, в котором отсутствует стационарное состояние).

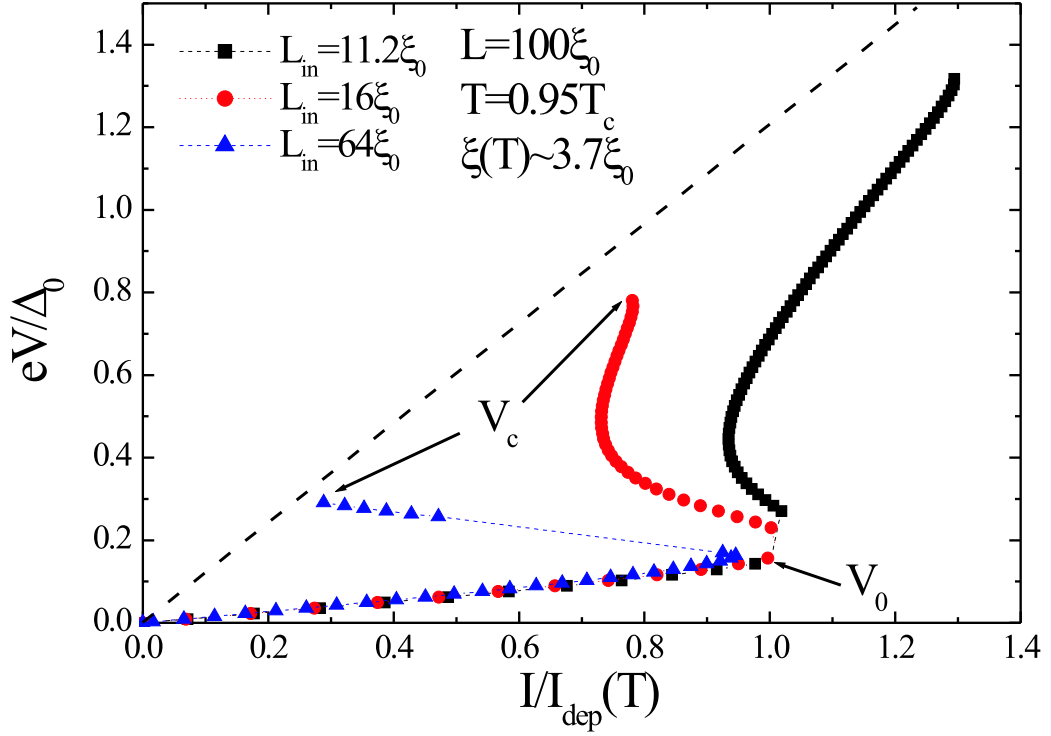


Рис. 66. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика длины $L = 100\xi_0$ при $T = 0.95T_c$ и различных L_{in} (пунктирная кривая соответствует нормальному состоянию). При $L_{in} \ll L$ ВАХ имеет S-образную форму.

Для мостиков с длиной $L \gg L_{in} \gg \xi(T)$ вольтамперная характеристика имеет S-образную форму (см. рис. 66). Объясняется это следующим образом. При $V \geq V_0$ начинается сильное уменьшение $|\Delta|$ вблизи концов мостика на расстоянии $\sim L_{in}$. Это приводит к увеличению сопротивления мостика и уменьшению тока - на ВАХ возникает участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Когда область с подавленным параметром порядка возрастает до $\sim L_{in}$ от концов мостика, влияние неравновесной $\delta f_L(E)$ становится менее сильным и $|\Delta|$ в дальнейшем уменьшается значительно медленнее с увеличением напряжения - это и является причиной роста тока и S-образной формы ВАХ. Для мостика с $L \sim L_{in}$ данный эффект отсутствует из-за сильного подавления $|\Delta|$ приложенным напряжением по всей длине мостика (см. рис. 67).

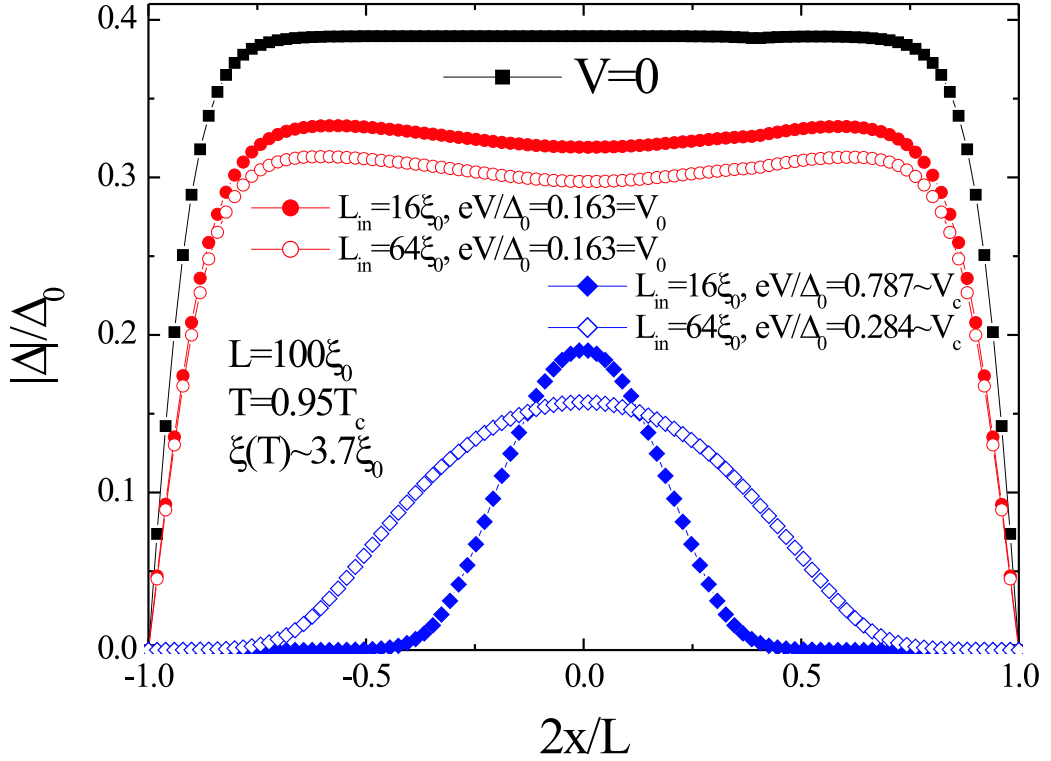


Рис. 67. Распределение модуля параметра порядка в сверхпроводящем мостике длины $L = 100\xi_0$ при различных значениях приложенного напряжения и L_{in} ($T = 0.95T_c$).

Релаксация к равновесию $\delta f_L(E)$ и $f_T(E)$ происходит не только за счет неупругих процессов, но также и из-за наличия перекрестных членов $Dj_\epsilon \nabla f_{T,L}$ в уравнениях 4.2 и 4.3. Эти члены дают основной вклад в области мостика, где $\nabla f_{T,L} \neq 0$. Наличие этих членов приводит к дополнительной релаксации неравновесных $f_{L,T}(\epsilon)$ при энергиях близких к $|\Delta|$ (при которых $j_\epsilon \neq 0$). На рисунке 68 показаны зависимости $\delta f_L(\epsilon, x)$ и $f_T(\epsilon, x)$ для различных значений энергии и мостика с длиной $L = 100\xi_0$, $T = 0.98T_c$, $L_{in} = 64$, $V = V_0$ при наличии и отсутствии перекрестных членов в уравнениях 4.2 и 4.3. Из данного рисунка видно, что при энергиях близких к $|\Delta|$ наличие данных членов приводит даже к смене знака $\delta f_L(E)$ в центральной части мостика и, следовательно, к меньшим значениям потенциала Φ_1 в уравнении 4.1. Изменение в f_T не столь значительны, однако заметны и также указывают на более

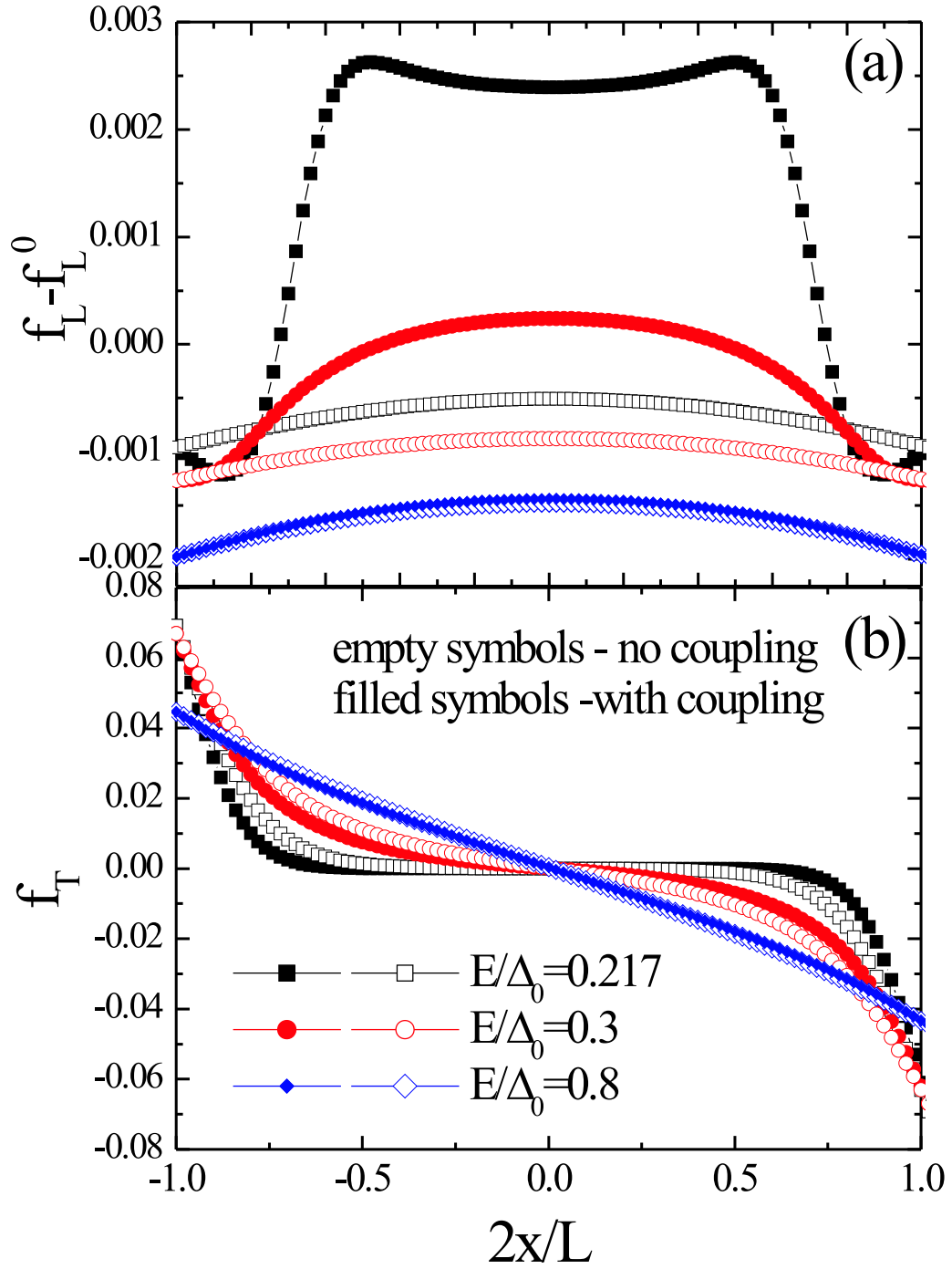


Рис. 68. Пространственная зависимость δf_L (a) и f_T (b) при различных энергиях в присутствии и отсутствии перекрестных членов в уравнениях 63 и 64. Параметры мостика: $L = 100\xi_0$, $L_{in} = 22.5\xi_0$, $T = 0.98T_c$, $eV/\Delta_0 = 0.08$, $\Delta(x=0) \simeq 0.216\Delta_0$.

быструю релаксацию к равновесию.

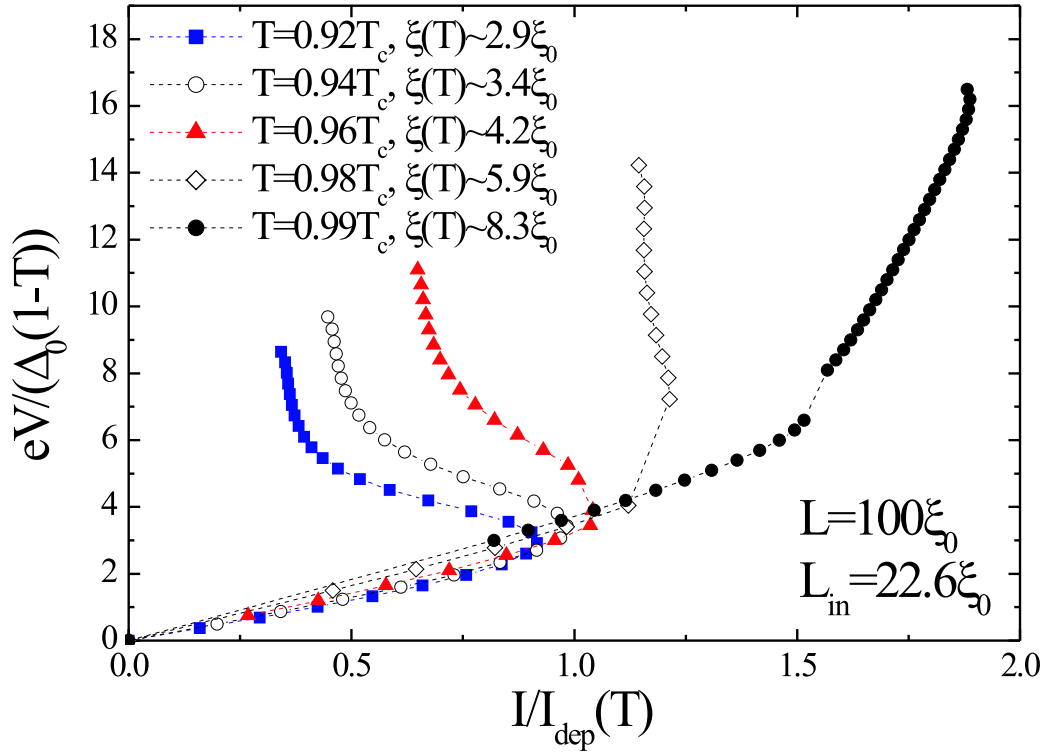


Рис. 69. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика при различных температурах.

В заключении рассмотрения свойств симметричных состояний, на рисунке 69 показаны вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика при различных температурах. Видно, что с уменьшением температуры на ВАХ появляется участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением и критический ток через мостик становится меньше I_{dep} , что свидетельствует о росте влияния неравновесной $\delta f_L(\epsilon)$.

Перейдем теперь к обсуждению асимметричного состояния, которое может возникать в сверхпроводящем мостике при $V > V_0$. Для того чтобы понять физическую причину его появления, рассмотрим вначале мостик, находящийся в нормальном состоянии, одна половина которого имеет одно сопротивление (например R_1), а вторая половина $R_2 < R_1$. При приложении напряжения к такому мостику, в половине, имеющей большее сопротивление падение напряжения будет больше, чем

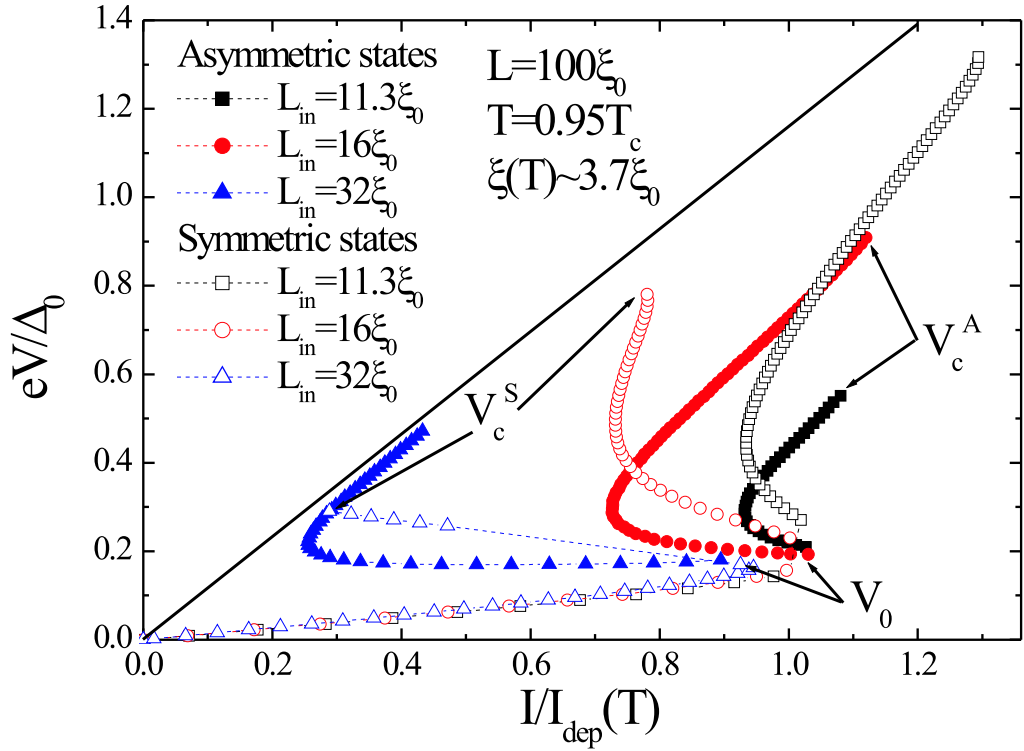


Рис. 70. Вольтамперные характеристики мостика, находящегося в симметричном (пустые символы) и асимметричном (закрашенные символы) состояниях. Асимметричное состояние не существует при $V < V_0$.

в другой половине, из-за условия непрерывности тока $I(x) = \text{const}$. Это означает, что если для определенности, мы положим $V=0$ в центре такого неоднородного мостика, то будет справедливо следующее неравенство $|V(-L/2)| > |V(L/2)|$. Следовательно, в общем случае, отклонение от равновесия в левом и правом 'берегах' будет зависеть не только от величины приложенного напряжения, но также от свойств самого мостика.

Для того чтобы найти асимметричное состояние в *однородном* сверхпроводящем мостике использовались асимметричные граничные условия $V(\pm L/2) = \mp V + dV$. Добавка dV при каждом V определялась из условия постоянства тока вдоль мостика. Мы нашли, что dV увеличивается от нуля (при $V \simeq V_0$) до конечного значения (при $V = V_c^a$ - критическом значении напряжения для асимметричного состояния). При $V < V_0$ асимметричных состояний в мостике обнаружено не было. На рисунке

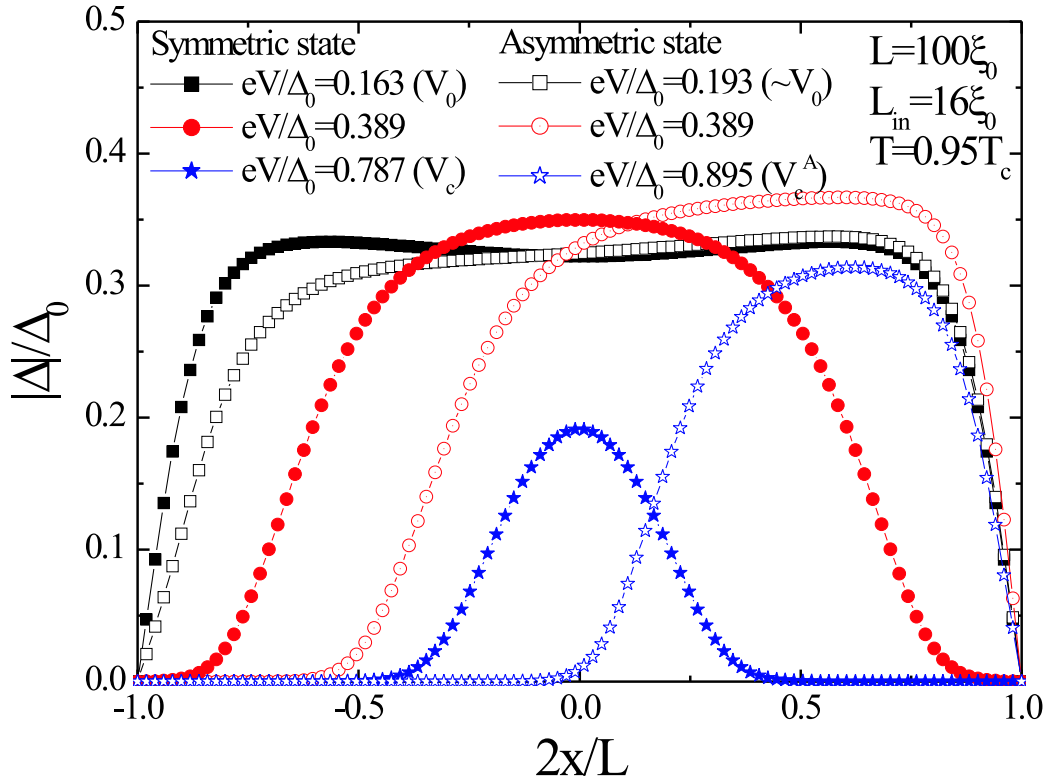


Рис. 71. Распределение сверхпроводящего параметра порядка вдоль мостика для асимметричных и симметричных состояний.

70 показаны типичные ВАХ и на рисунке 71 представлено распределение модуля параметра порядка для симметричных и асимметричных состояний при различных значениях приложенного напряжения. Как видно из рисунка 71, в асимметричном состоянии параметр порядка больше подавлен около одного из концов мостика (того, где падение напряжения, по абсолютной величине, больше). При изменении знака dV , распределение $|\Delta(x)|$ изменяется на зеркально отраженное, относительно центра мостика.

Интересно отметить, что для мостиков с $L \sim L_{in} \gg \xi$ асимметричное состояние может существовать до больших значений напряжения, чем симметричное состояние. Однако для мостиков с длиной $L \gg L_{in}$ его область существования достаточно мала (см. рис. 70 и 72). Для мостиков с $L_{in} \ll \xi(T)$ было обнаружено, что асимметричное состояние напоминает симметричное, но сдвинутое относительно точки $x = 0$ и

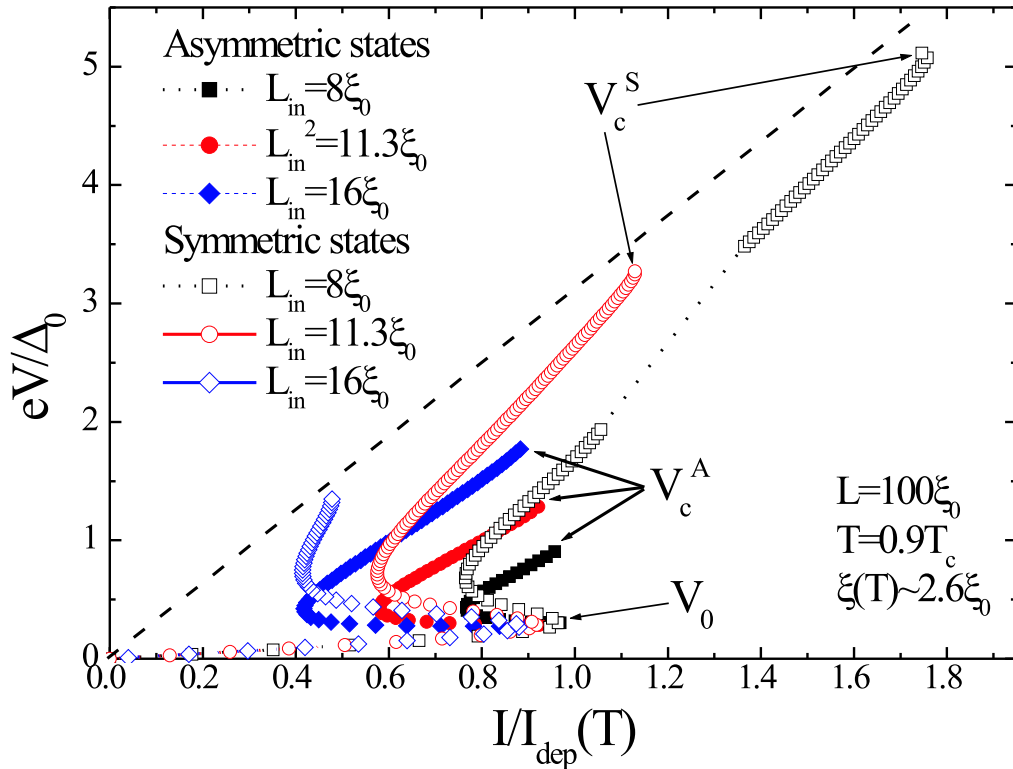


Рис. 72. Вольтамперные характеристики сверхпроводящего мостика, находящегося в симметричном и асимметричном состояниях.

вольтамперные характеристики оказываются практически теми же самыми как для симметричного, так и для асимметричного состояний (при $V > V_0$). Данный эффект объясняется слабым влиянием неравновесной $\delta f_L(E)$ на величину параметра порядка в этом предельном случае.

Экспериментально, асимметричное состояние может быть реализовано с помощью дополнительных контактов, с контролирующим током, расположенным близко к концам мостика (см. рис. 73). Предпочтительно изготавливать 'берега' из того же материала, что и сверхпроводящий мостик и переводить их в нормальное состояние прикладывая достаточно большое магнитное поле (или покрывая их нормальным материалом), так как в этом случае будет обеспечен хороший контакт с 'берегами'. Прикладывая достаточно большой ток к одному из токовых контактов можно локально разрушить сверхпроводимость, что будет

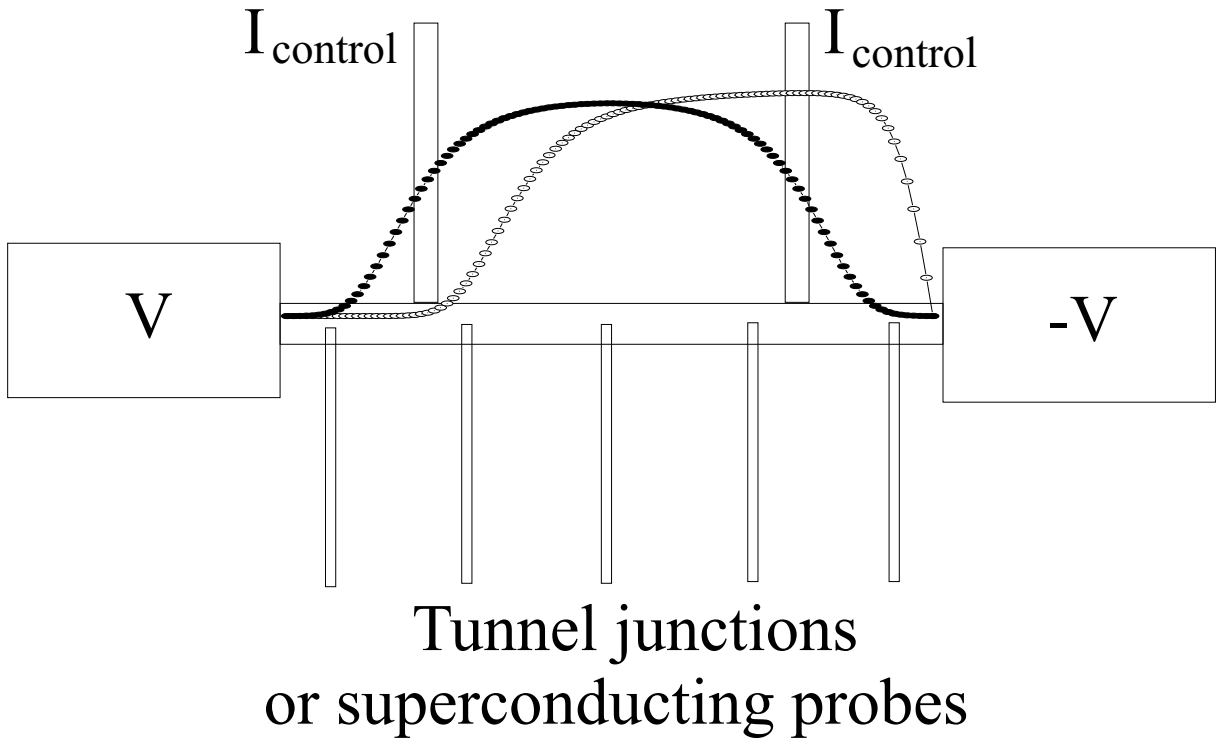


Рис. 73. Схема эксперимента, в котором возможно контролируемое создание асимметричного состояния. Кривые показывают распределение $|\Delta|$ в проволоке с параметрами рис. 71 и $eV/\Delta_0 = 0.389$.

приводить к асимметричному распределению $|\Delta|$ в мостике. После выключения тока, асимметричное распределение должно оставаться устойчивым (при подходящем выборе рабочей точки на ВАХ). Для возврата в симметричное состояние необходимо приложить ток к обоим токовым контактам, что будет вызывать переход в симметричное состояние. Для того чтобы наблюдать симметричное состояние напрямую, необходимо также иметь ряд туннельных контактов вдоль проволоки, для того чтобы измерять локальный $|\Delta|$, либо использовать для этой цели низкотемпературный сканирующий туннельный микроскоп.

Хорошими кандидатами для наблюдения данного эффекта являются 'грязные' алюминий и цинк, с относительно большой длиной когерентности ($\xi_0^{Al} \sim 0.15\text{мкм}$, $\xi_0^{Zn} \sim 0.25\text{мкм}$) и $L_{in}(Al) \sim 9\text{мкм}$, $L_{in}(Zn) \sim 35\text{мкм}$ ($L_{in}(Al) \sim 60\xi_0$, $L_E(Zn) \sim 140\xi_0$). Для других низкотемпературных сверхпроводников (Nb, Pb, In, Sn) неупругая длина $L_{in} < 10\xi_0$ (для данной оценки были использованы значения для τ_{in} при $T \sim T_c$ из работы [101]). Это означает, что при $T \geq 0.9T_c$ длина когерентности сравнима с L_{in} . При этом условии асимметричные состояния слабо отличаются от симметричных

состояний.

Необходимо отметить, что похожее асимметричное состояние было теоретически обнаружено недавно в работе [142]. Авторы нашли распределение $|\Delta|(x)$ возле центра проскальзывания фазы в алюминиевом мостике с длиной $\xi \ll L < L_{in}$, которое можно представить как комбинацию двух наших асимметричных состояний (ср. рис. 2(b) и 3(b) в [142] с рис. 71). Действительно, в работе [142] влияние ЦПФ (находящегося в центре мостика) на $f_L(\epsilon)$ моделировалось через введение дополнительных граничных условий на $f_L(\epsilon)$ в центре сверхпроводника. В результате такой процедуры, авторы работы [142] решали задачу в половине мостика, с теми же граничными условиями на Δ и Θ , как и в нашей задаче, но с измененными граничными условиями для $f_L(\epsilon)$, которые соответствуют граничным условиям для асимметричного состояния. При этом сдвиг dV был равен половине скачка, усредненного по времени электрохимпотенциала сверхпроводящих электронов $\mu_s \sim \partial\phi/\partial t$, около ЦПФ.

В заключении данного раздела приведем основные полученные результаты. Отклик 'грязного' сверхпроводящего мостика, ограниченного нормальными 'берегами', на приложенное напряжение сильно зависит от отношения между длиной проволоки L , длиной когерентности $\xi(T)$ и неупругой длиной L_{in} . Приложенное напряжение влияет на сверхпроводящий параметр порядка как через создание сверхпроводящего тока, так и через изменение квазичастичной функции распределения. Первый механизм доминирует для мостиков с $L_{in} \lesssim \xi(T)$, а второй становится важным в противоположном пределе $L_{in} \gg \xi(T)$ и приводит к появлению на ВАХ участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением.

В двух предельных случаях $L \gg \xi(T) > L_{in}$ и $L \gtrsim L_{in} \gg \xi(T)$ кроме известного симметричного состояния может также существовать асимметричное состояние, при напряжении больше некоторого порогового значения $2V > 2V_0$, которое характеризуется асимметричным (относительно центра мостика) распределением параметра порядка. Для мостиков с длиной $L \sim L_{in} \gg \xi(T)$ асимметричное состояние может существовать до более высокого значения напряжения, чем симметричное состояние.

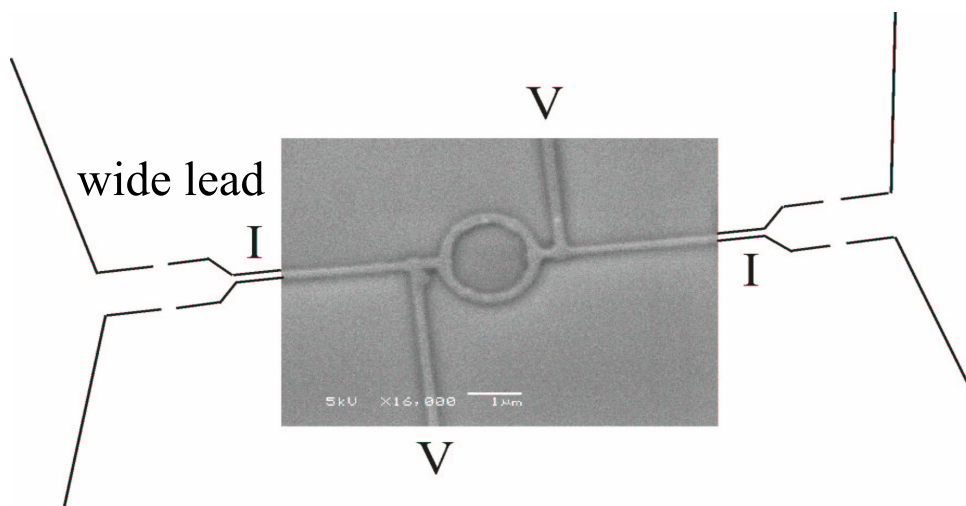


Рис. 74. Изображение алюминиевого кольца, с присоединенными сверхпроводящими электродами, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа.

4.2. Изменение критического тока сверхпроводящего мостика при переключении сверхпроводящих 'берегов' в нормальное состояние

В данном разделе приведены результаты исследований вольтамперных характеристик сверхпроводящего мостика, состоящего из сверхпроводящего кольца с двумя сверхпроводящими проводами и соединенного с нормальными/сверхпроводящими 'берегами'. Интерес к данной системе был вызван экспериментом [143], выполненным в университете Левена (Бельгия), в котором были обнаружены необычные изменения ВАХ данной системы при изменении внешнего магнитного поля.

На рисунке 74 показано изображение исследованного алюминиевого мостика с кольцом: внутренний радиус кольца $r_{inner} = 728\text{нм}$, внешний радиус $r_{outer} = 958\text{нм}$, толщина кольца $d = 45\text{нм}$. Длина токовых контактов составляла 5 мкм (их ширина и толщина были такие же как и у кольца). Затем токовые контакты становились шире и протягивались еще на 15 мкм, после чего они соединялись с большими контактами/'берегами'. Транспортные измерения проводились в режиме заданного тока, который менялся от больших отрицательных, до больших положительных значений (при которых кольцо находилось в нормальном состоянии). На рисунке 75 показаны типичные вольтамперные характеристики, измеренные при $T = 0.982T_c$

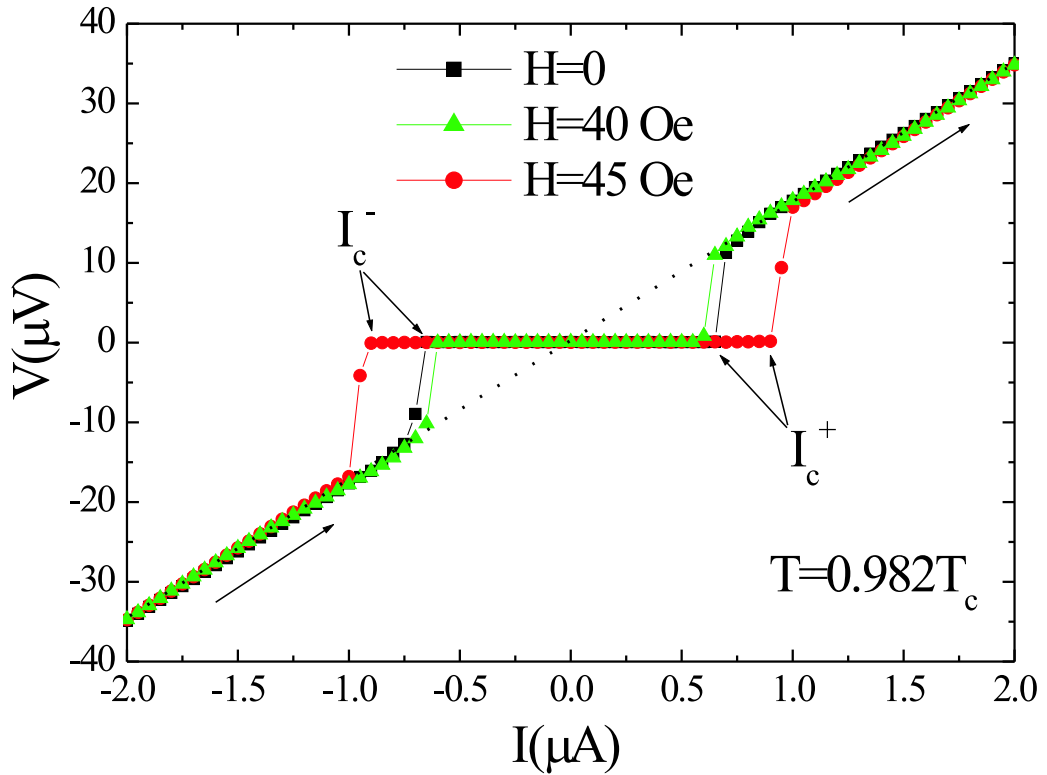


Рис. 75. Вольтамперные характеристики сверхпроводящей системы, показанной на рисунке 74 при различных значениях магнитного поля и температуре $T = 0.982T_c$. Линия точек соответствует ВАХ в нормальном состоянии. При токе I_c^- кольцо переходит из нормального в сверхпроводящее состояние и при $I = I_c^+$ из сверхпроводящего в нормальное состояние.

и различных значениях магнитного поля. Ток I_c^- соответствует критическому току перехода из нормального в сверхпроводящее состояние (соответствует току возврата I_r , в определениях главы 1) и ток I_c^+ соответствует обратному переходу (соответствует критическому току I_c).

Полученные экспериментальные результаты суммированы на рисунке 76, где показано напряжение как функция магнитного поля и тока при двух различных температурах: $T = 0.982T_c$ и $T = 0.962T_c$. Центральная область на этом рисунке соответствует режиму с практически равным нулю напряжением (сверхпроводящее состояние).

В слабых магнитных полях оба критических тока I_c^\pm практически не меняются

в магнитном поле при обеих температурах. Резкий переход в нормальное состояние происходит при $I = I_c^+$, и из нормального в сверхпроводящее состояние при $I = I_c^-$. При температуре очень близкой к T_c (т.е. при $T > 0.995T_c$) наблюдались осцилляции I_c^\pm с изменением H (начиная с нулевого магнитного поля), что соответствует результатам работы [144]. Кроме того, вблизи T_c был обнаружен плавный переход их сверхпроводящего в резистивное, и затем в нормальное состояние при токе I_c^+ (и наоборот, при токе I_c^-) как и в работе [144].

При некотором магнитном поле H^* (см. рис. 76) происходит резкое изменение в поведении $I_c^\pm(H)$. При $T = 0.982T_c$ как I_c^+ , так и I_c^- становятся больше, чем $I_c^\pm(0)$. Однако при более низкой температуре ($T = 0.962T_c$) ток I_c^+ резко уменьшается, а ток I_c^- увеличивается при $H = H^*$. В то же самое время при $H > H^*$ появляются осцилляции критических токов - при более высокой температуре как для I_c^+ , так и для I_c^- , тогда как при низкой температуре только для I_c^- .

Обсудим теперь причину появления характерного поля H^* . Заметим, что ширина токовых контактов и кольца много меньше, чем длина когерентности ($\xi(T) \sim 117/(\sqrt{1 - T/T_c})$ нм) в используемом диапазоне температур. Это означает, что критическое магнитное поле контактов, непосредственно примыкающих к кольцу, $H_c \sim \Phi_0/w\xi(T)$ много больше, чем критическое поле более широких контактов. Отношение полей H^* при двух температурах, показанных на рисунке 76, равно 1.4, что близко к отношению ~ 1.45 , следующему из выражения для H_c при различных температурах (заметим, что поля H_{c2} при этих температурах отличается в ~ 2.1 раза).

Таким образом можно утверждать, что изменение в поведении данной системы происходит в момент, когда сверхпроводящие берега переходят в нормальное состояние под действием внешнего магнитного поля, что позволяет связать поле H^* с критическим полем H_c более широких токовых контактов. Следовательно нужно различать два режима: 1) поле $H < H^*$ - широкие контакты находятся в сверхпроводящем состоянии; 2) поле $H > H^*$ - широкие контакты находятся в нормальном состоянии.

Рассмотрим вначале случай, когда контакты находятся в сверхпроводящем

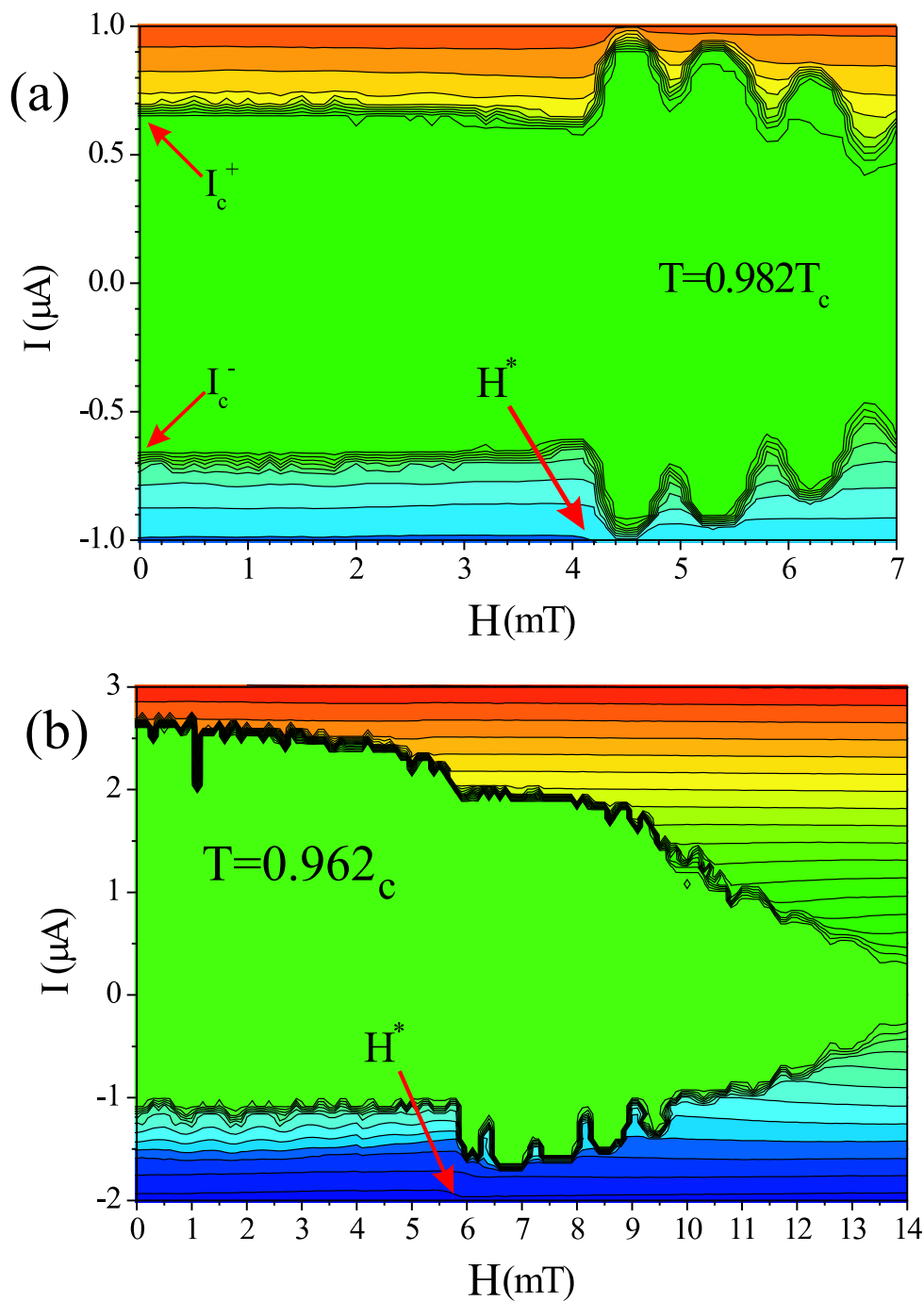


Рис. 76. Линии постоянного напряжения V в кольце как функция приложенного тока I и магнитного поля H , полученные при $T = 0.982T_c$ (a) и $T = 0.962T_c$ (b).

состоянии. В случае приложения тока, максимальная плотность тока достигается в узких токовых контактах (в кольце плотность тока будет в два раза меньше). В магнитном поле появляется дополнительный экранирующий ток в кольце и полный ток в одной половине кольца увеличивается, а в другой уменьшается. Так как в эксперименте не наблюдались изменения критического тока при $H < H^*$, то можно сделать вывод, что переход в нормальное состояние происходил не в кольце, а

в узком токовом контакте, и это приводило к переходу в нормальное состояние всей системы. В этом случае необходимо сравнивать ток I_c^+ с током распаривания $I_{dep}(T) \simeq 1.94\Delta_0 S(1 - T/T_c)^{3/2}/(\xi_0 \rho_n e)$, где S - площадь поперечного сечения узкого токового контакта. Оценка I_{dep} при $T = 0.982T_c$ для наших параметров дает на 30% большее значение, чем было обнаружено в эксперименте (используя $\rho_n \simeq 2.2 \times 10^{-7}$ Ом·м).

Случай, когда широкие контакты находятся в нормальном состоянии (при $H > H^*$) качественно отличен от рассмотренного выше. В месте соединения узких и широких токовых контактов формируется NS граница (при этом нормальными являются 'берега') и задача становится похожей на задачу из раздела 4.1. Единственным отличием является наличие сверхпроводящего кольца в середине сверхпроводящей системы. Таким образом можно использовать уравнения 4.1-4.4 и рассмотреть немного более сложную геометрию (см. вставку на рис. 77) чем в разделе 4.1. В численном расчете были использованы следующие параметры: $L_{lead} = 50\xi_0$, $R = 8\xi_0$ (которые близки к параметрам экспериментального образца с $\xi_0 \simeq 117$ нм), и $L_{in} = 32\xi_0$ (было использовано в два раза меньшее значение, чем используемое в литературе [101] $L_{in} \sim 7$ мкм - обсуждение причины такого выбора будет дано ниже). При расчетах была использована одномерная модель, так как ширина узких токовых контактов и ширина кольца много меньше, чем $\xi(T)$. Отметим, что в одномерной модели важную роль играет не абсолютное значение магнитного поля, а величина магнитного потока Φ через кольцо, которое управляет величиной экранирующего тока в кольце. В случае $\Phi = n\Phi_0$ (n - целое число) экранирующий ток в кольце равен нулю (в предположении, что кольцо находится в основном состоянии), и экранирующий ток будет максимален в случае $\Phi = \Phi_0(n + 1/2)$.

На рисунке 77 приведены вольтамперные характеристики нашей модельной системы при различных температурах в отсутствие экранирующего тока в кольце. ВАХ были получены в режиме приложенного напряжения и показаны результаты только для положительных напряжений - для отрицательных напряжений $I(-V) = -I(V)$. Важно отметить, что в эксперименте для измерения напряжения использовались *сверхпроводящие контакты*, которые находились вблизи кольца -

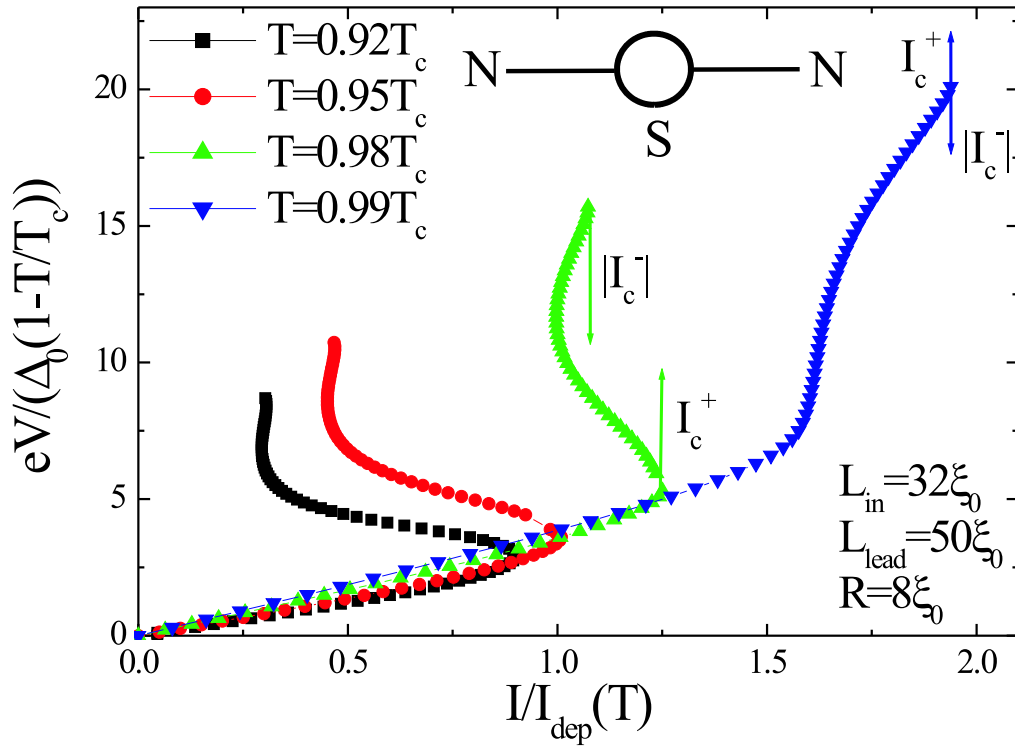


Рис. 77. Вольтамперные характеристики модельной системы (показанной на вставке) при различных температурах, полученные в режиме приложенного напряжения при $\Phi = n\Phi_0$ (экранирующий ток в кольце равен нулю). Стрелки на двух кривых указывают положения токов $|I_c^-|$ и I_c^+ , измеряемых в эксперименте. Ток нормализован на ток распаривания $I_{dep}(T)$.

см. рис. 74. Следовательно, в эксперименте измерялся электрохимический потенциал сверхпроводящих электронов, который отличается от электрического потенциала. Когда сверхпроводящий параметр порядка в кольце не равен нулю, *измеряемая разность потенциалов равна нулю*, хотя может быть конечная разность потенциалов на кольце - см. рис. 78. На рисунке 77 все точки на ВАХ отвечают условию, что $|\Delta| \neq 0$ в кольце. Следовательно, в эксперименте со сверхпроводящими вольтвыми контактами будет измеряться *нулевое напряжение* при $I_c^- < I < I_c^+$ и стрелки на рисунке 77 указывают на точки, которые соответствуют экспериментальным значениям критического тока в положительном и отрицательном направлениях. Только когда сверхпроводящий параметр порядка в кольце равен нулю (при $|I| > |I_c^-|$

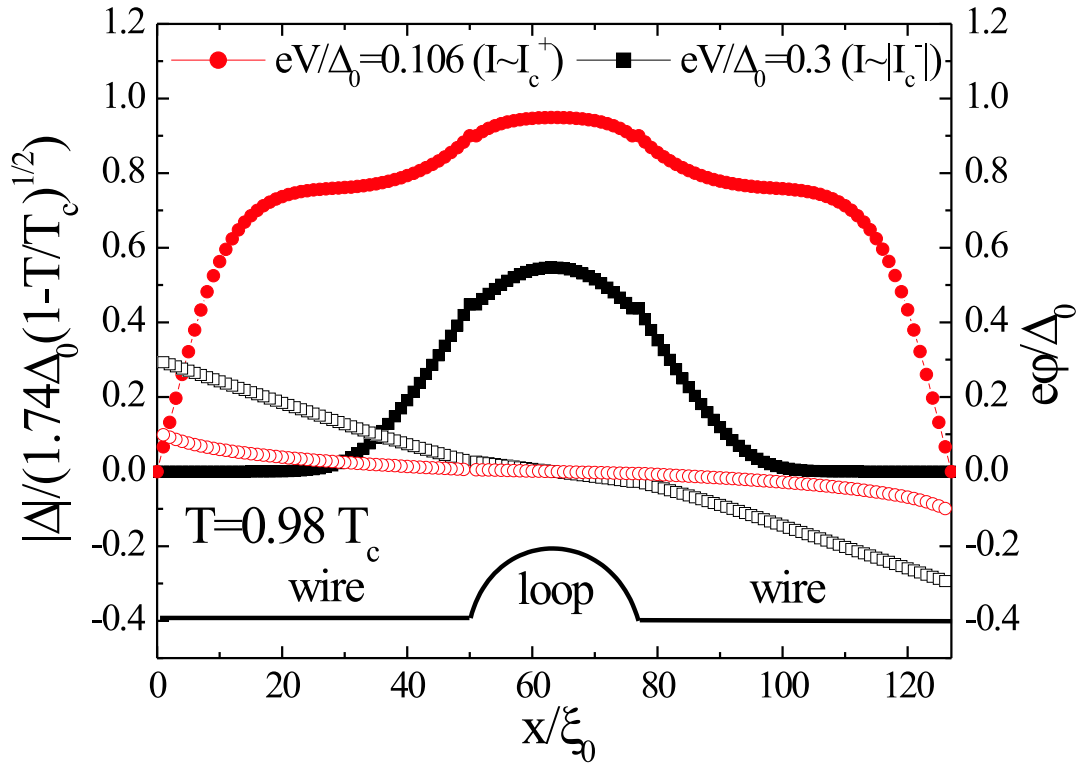


Рис. 78. Распределение параметра порядка (сплошные символы) и электрического потенциала (выколотые символы) вдоль модельной системы (при $T = 0.98T_c$) для двух напряжений, при которых $I \simeq I_c^+$ и $I \simeq I_c^-$. В обоих случаях сверхпроводящие вольтовые контакты возле кольца измеряют нулевое напряжение, хотя падение напряжения на кольце не ноль.

и при $I > I_c^+$), то сверхпроводящие вольтовые контакты будут измерять разность электрических потенциалов, которая в эксперименте наблюдалась как резкий скачок напряжения при критическом токе.

Из рисунка 77 следует, что можно определить два интервала температур: диапазон высоких температур, где $I_c^+ = |I_c^-|$, и диапазон низких температур, где $I_c^+ > |I_c^-|$, что означает возникновение гистерезиса в режиме заданного тока. Как обсуждается ниже, при различных температурах подавление сверхпроводимости происходит из-за различных механизмов.

На рисунке 79(a) показана пространственная зависимость потенциала $\Phi_1(x)$, который описывает подавление $|\Delta|$ за счет неравновесной δf_L . Благодаря

присутствию перекрестных членов в уравнениях 4.2-4.3, быстрая релаксация δf_L происходит на NS границе (см. раздел 4.1) на масштабе $\xi(T)$. На рисунке 79(a) это соответствует быстрому уменьшению Φ_1 вблизи краев нашей сверхпроводящей системы. При более низких температурах ξ становится меньше, глубина проникновения f_T также становится меньше, что приводит к меньшему влиянию на релаксацию δf_L перекрестных членов в уравнениях 4.2-4.3. В результате, релаксация δf_L происходит только за счет неупругих процессов и характерная длина релаксации $\sim L_{in}$. Так как длина токовых контактов L_{lead} сравнима с L_{in} , индуцированный приложенным напряжением потенциал Φ_1 подавляет параметр порядка не только в токовых контактах, но и в кольце. Это, в свою очередь, ведет к уменьшению критического тока ниже тока распаривания. Экспериментально это видно из резкого уменьшения I_c^+ при $T = 0.962T_c$, когда NS граница формируется на концах токовых контактов при $H = H^*$. Подавление сверхпроводящего параметра порядка приводит к S-образной ВАХ (см. рис. 77), что можно было бы наблюдать в эксперименте, если бы использовались нормальные вольтовые контакты.

При высоких температурах, благодаря быстрой релаксации $\delta f_L(E)$ около NS границы, потенциал Φ_1 не равен нулю только возле концов системы (где он даже может менять знак, что локально приводит к усилению сверхпроводящих свойств). Следовательно, подавление сверхпроводящего параметра порядка в кольце будет выражено намного слабее. Однако при температуре близкой к T_c становится важным эффект, связанный с неравной нулю f_T . В тех областях, где $\nabla f_T \neq 0$ в сверхпроводнике, нормальный ток $I_n \sim \int_0^\infty (N_1^2 + N_2^2) \nabla f_T dE$ также не равен нулю (см. рис. 79(b)). Надо принимать во внимание, что есть два механизма конвертации нормального тока в сверхпроводящий вблизи NS границы (связанные с различными механизмами релаксации f_T в равновесие). Для квазичастиц с энергией $\epsilon < |\Delta|$ релаксация происходит на масштабе $\xi(T)$ (вследствие андреевского отражения), тогда как для квазичастиц с энергией $\epsilon > |\Delta|$ релаксация в равновесие происходит на масштабе L_{in} , из-за неупругих процессов.

Так как Δ зависит от температуры, то при разных температурах большая или меньшая фракция нормального тока проникает в сверхпроводник на расстояние L_{in}

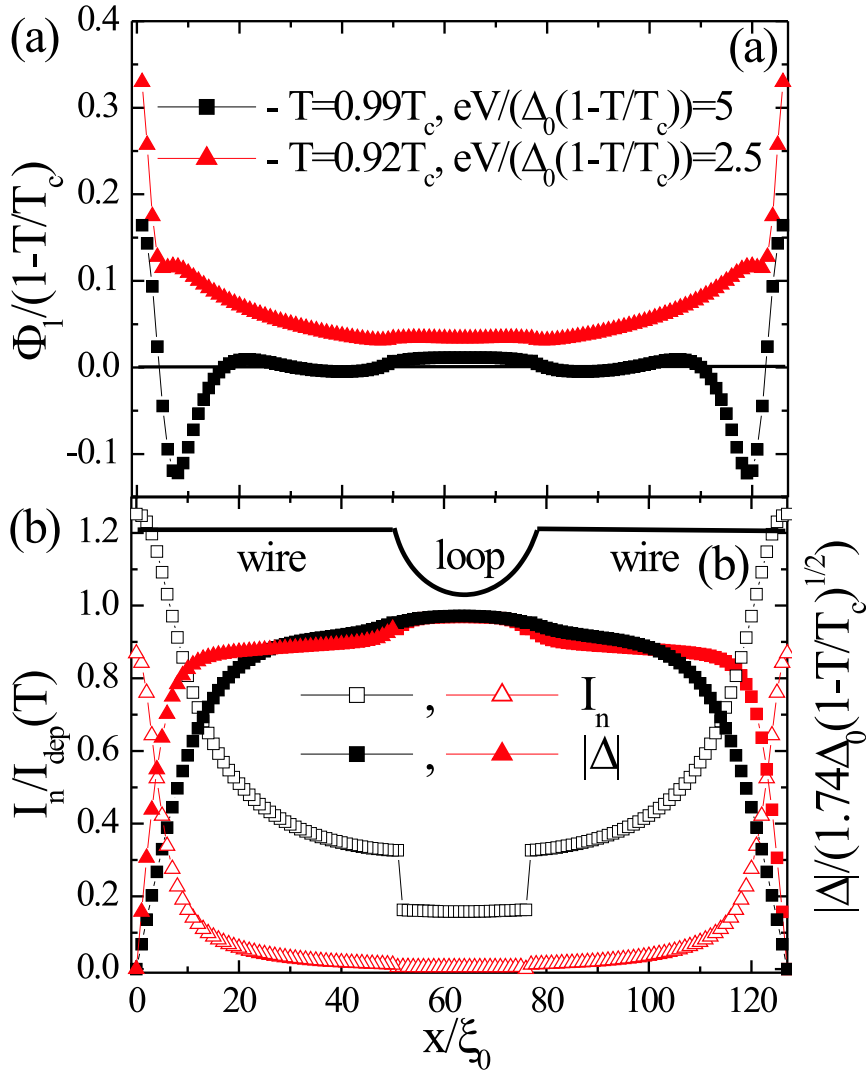


Рис. 79. Распределение потенциала Φ_1 (a), нормального тока и модуля сверхпроводящего параметра порядка (b) вдоль модельной системы при относительно низкой ($T = 0.92T_c$) и относительно высокой ($T = 0.99T_c$) температурах.

(см. рис. 79(b)). Данный эффект известен в литературе и приводит к уменьшению сопротивления NS границы с уменьшением температуры [145]. В нашем случае более важным является другое следствие этого эффекта. Так как полный ток есть сумма сверхпроводящего I_s и нормального I_n токов, больший ток может протекать в кольце без разрушения сверхпроводимости, который удовлетворяет условию $I_c^+ - I_n = I_s \simeq I_{\text{dep}}$. При относительно низкой температуре нормальный ток в кольце

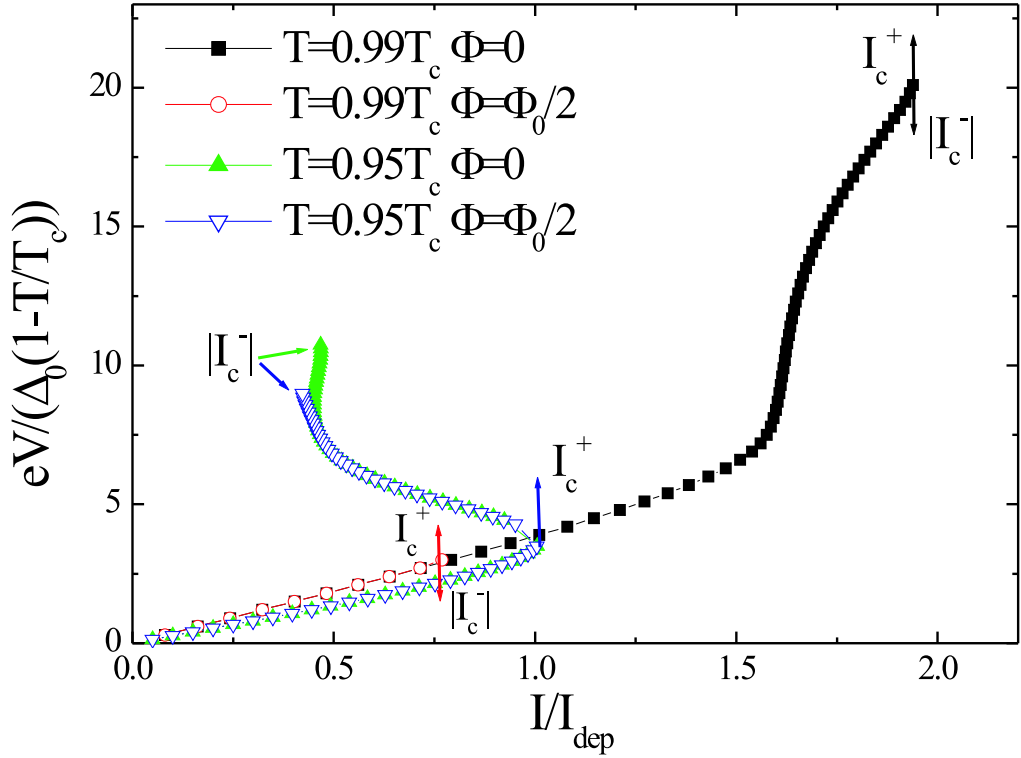


Рис. 80. Вольтамперные характеристики нашей модельной системы при магнитных потоках $\Phi = n\Phi_0$ и $\Phi = \Phi_0(n + 1/2)$ через кольцо. При больших температурах оба тока I_c^\pm меняются с изменением магнитного потока, тогда как при низких температурах изменяется только ток I_c^- .

и токовых проводах мал (за исключением области вблизи NS границ - см. рис. 79(b)) и это приводит к слабому эффекту. Напротив, при высоких температурах нормальный ток в кольце достаточно большой и критический ток нашей N-S-N системы может превысить ток распаривания I_{dep} . В эксперименте это наблюдается как внезапный рост I_c^\pm при $T = 0.982T_c$, когда NS границы формируются на концах сверхпроводящих проводов и нормальный ток появляется в кольце.

Из наших вычислений также следует появление гистерезиса ВАХ и осцилляции $I_c^-(H)$ при низкой температуре (I_c^+ не осциллирует вплоть до магнитных полей, много больших чем H^*). Действительно, с уменьшением температуры отличие в критических токах (I_c^+ и I_c^-) увеличивается (см. рис. 77). При больших напряжениях сверхпроводящий параметр порядка сохраняется только в кольце, но он там сильно

подавлен (см. рис. 78). В этом случае, эффект экранирующих токов становится важным и, как результат, ВАХ становится зависящей от величины магнитного потока при I_c^- (см. рис. 80). Однако при токе $I = I_c^+$ параметр порядка в кольце практически не подавлен (см. рис. 78), влияние экранирующих токов мало и ток I_c^+ не изменяется (см. рис. 80). При больших температурах параметр порядка сильно подавлен в кольце при обоих токах $I \sim I_c^-$ и $I \sim I_c^+$, что приводит к их сильной зависимости от экранирующих токов (т.е. от величины магнитного потока через кольцо) - см. рис. 80.

Когда магнитное поле приближается к критическому полю проводов и кольца, сверхпроводящий параметр порядка становится сильно подавленным (такой же эффект возникает при приближении температуры к T_c). Следовательно можно ожидать, что ВАХ зависят от магнитного поля также, как от температуры (хотя бы качественно и без учета осцилляций, связанных с осцилляциями экранирующих токов). На рис. 81 показаны теоретические результаты, которые подтверждают данную идею (влияние магнитного поля учитывалось введением в правую часть уравнения 4.1 члена $-\Delta(H/H_c)^2$ - так же как в разделе 1.2). С увеличением магнитного поля гистерезис становится слабее, и при некотором поле вольтамперная характеристика становится безгистерезисной в режиме заданного тока, что также наблюдалось в эксперименте (см. рис. 76(b)).

В приведенных вычислениях было использовано $L_{in} = 32\xi_0$, которое почти в два раза меньше, чем типичное значение для алюминия [101] $L_{in}^{Al} \simeq 60\xi_0$. Если использовать данное значение, то качественно все полученные результаты не меняются, но смена ВАХ от гистерезисной к безгистерезисной будет происходить при температуре более близкой к T_c . Это количественное отличие между теорией и экспериментом может быть связано с наличием вольтовых контактов вблизи кольца (см. рис. 74). Их ширина такая же как ширина кольца и токовых контактов и они служат эффективным каналом оттока неравновесных квазичастиц. Это приводит к более эффективной релаксации (увеличенной в 2 раза в кольце), чем в используемой модельной системе без вольтовых контактов, что и служит объяснением нашего выбора L_{in} .

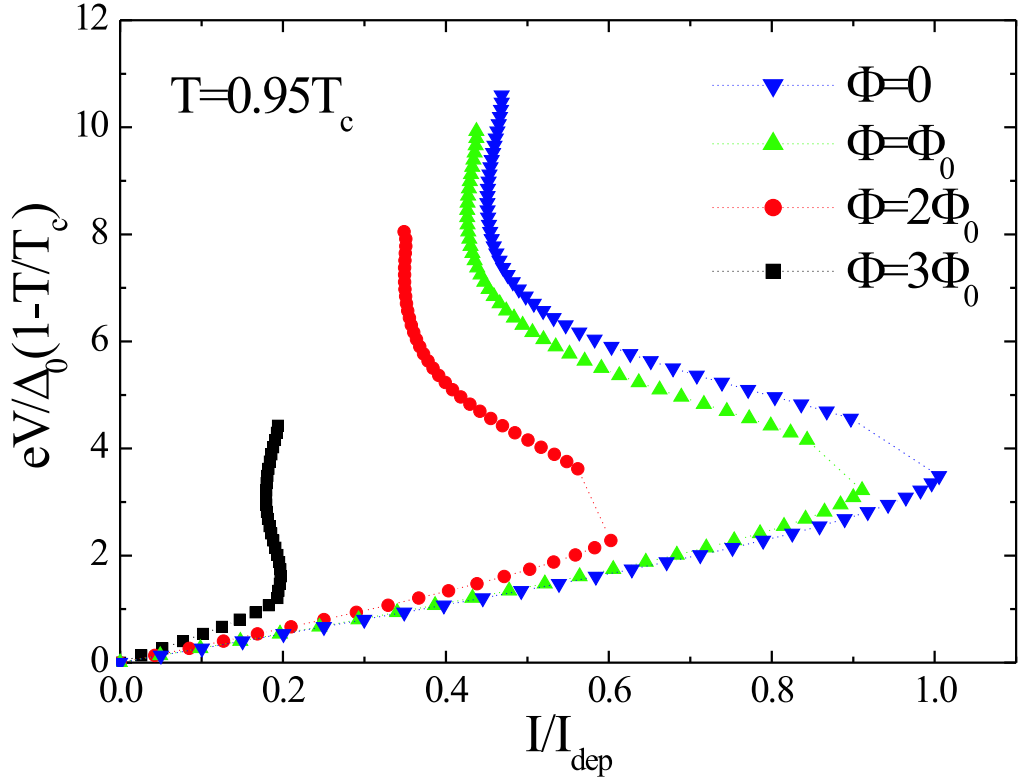


Рис. 81. Вольтамперные характеристики нашей модельной системы в различных магнитных полях при $T = 0.95T_c$. С ростом магнитного поля происходит постепенное уменьшение гистерезиса ВАХ в режиме заданного тока (ср. с рис. 77). Пунктирные линии показывают интервал напряжений, где не существует стационарное сверхпроводящее состояние в токовых контактах.

Полученные экспериментальные результаты при температуре $T = 0.962T_c$ подтверждают вывод работы [26] о возможности подавления сверхпроводимости приложенным напряжением (в совокупности с током, индуцированным этим напряжением). В представленном эксперименте, магнитное поле подавляет сверхпроводимость в берегах и слабо воздействует на $|\Delta|$ в кольце и токовых контактах. В результате, возникает возможность прямого сравнения критического тока нашей системы со сверхпроводящими 'берегами' (в этом случае разрушение сверхпроводимости происходит за счет сверхтока) и с нормальными 'берегами' (при низких температурах разрушение сверхпроводимости происходит за счет падения напряжения и сверхтока).

В заключение сформулируем основные полученные результаты. В данном разделе исследовались транспортные характеристики сверхпроводящего мостика, состоящего из кольца с двумя проводами, помещенного в магнитное поле. Показано, что свойства такой системы качественно меняются с понижением температуры и зависят от состояния 'берегов', к которым данная система присоединяется. При температуре близкой к T_c и длине кольца с контактами сравнимой с глубиной проникновения электрического поля в сверхпроводник, наличие нормальных 'берегов' увеличивает критический ток изучаемой системы, по сравнению со случаем сверхпроводящих 'берегов'. При более низкой температуре, неравновесные эффекты, связанные с изменением функции распределения квазичастиц из-за наличия падения напряжения, приводят к уменьшению критического тока в системе при переходе берегов из сверхпроводящего в нормальное состояние (этот эффект приводит также к гистерезису ВАХ). Данные результаты объясняют результаты эксперимента, в котором сверхпроводящие 'берега' переводились из сверхпроводящего состояния в нормальное внешним магнитным полем.

5. Пороговые (седловые) флуктуации в узких сверхпроводящих пленках

В первых четырех главах диссертации исследовалось резистивное состояние узкой сверхпроводящей пленки/мостика и влияние на него неравновесных эффектов, возникающих вследствие наличия резистивного состояния. При этом предполагалось, что ниже критического тока I_c сверхпроводящее состояние является устойчивым и переключение в резистивное состояние происходит только при $I > I_c$. Однако такое предположение верно только для бесконечно малых локальных вариаций сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$, относительно которых сверхпроводящее состояние является абсолютно устойчивым при $I < I_c$. Однако, если изменение $|\Delta|$ является конечным и в пленке возникает 'зародыш' (конечная область с частично подавленным $|\Delta|$), то под действием тока этот 'зародыш' может начать увеличиваться в размерах (или двигаться), если его размер превышает некоторый пороговый (зависящий от приложенного тока). В данной главе решена задача о форме и энергии таких пороговых 'зародышей' (возникающих под действием достаточно сильных - пороговых - флуктуаций) в узкой сверхпроводящей пленке с шириной $\xi \ll w < \lambda_L^2/d$. В случае квазиодномерных сверхпроводников эти флуктуации ведут к проскальзыванию фазы [146], а в случае двумерных сверхпроводников они приводят либо к появлению линии проскальзывания фазы, либо к проходу вихря поперек пленки. Появление таких флуктуаций может приводить к переключению пленки в резистивное или нормальное состояние при достаточно больших токах [147] (если приложенный ток превышает ток возврата $I > I_r < I_c$). Если же приложенный ток много меньше чем I_r , то динамический процесс проскальзывания фазы невозможен, однако сопротивление пленки будет конечным, так как проскальзывание фазы или проход вихря через пленку меняет разность фаз между концами сверхпроводника на 2π и, согласно нестационарному эффекту Джозефсона, в пленке появляется среднее напряжение $V \sim N\pi\hbar/e$, где N - количество таких событий в единицу времени.

С математической точки зрения, для решения данной задачи необходимо

найти различные седловые состояния в сверхпроводящей пленке и их энергию δF . В главе рассмотрено два случая: 1) пленка с произвольным током $I < I_c$ и нулевым магнитным полем (раздел 5.1); 2) пленка с током, близком к нулевому и находящаяся в произвольном магнитном поле (раздел 5.2). Решение первой задачи позволяет оценить вероятность переключения пленки в резистивное/нормальное состояние при $I_r < I \lesssim I_c$, либо конечное сопротивление пленки при $I \ll I_r$, используя арениусовский фактор $\exp(-\delta F/k_B T)$. Решение второй задачи позволяет найти магнетосопротивление сверхпроводящей пленки при малых (пробных) токах $I \ll I_r$. Последняя задача наиболее актуальна вблизи критической температуры сверхпроводящего перехода, где энергия таких флуктуаций ('зародышей') близка к тепловой энергии $k_B T$. Расчет энергии δF сделан в рамках модели Гинзбурга-Ландау.

Приведенные ниже результаты опубликованы в работах [A20, A22, A23].

5.1. Пороговые флуктуации в узких сверхпроводящих пленках в нулевом магнитном поле

Для сверхпроводящих проволок (сверхпроводящих пленок с шириной и толщиной меньшей ξ) задача о седловых состояниях (пороговых флуктуациях) была решена в работе Лангера и Амбегаокара [146]. В рамках модели Гинзбурга-Ландау было найдено, что в седловом состоянии сверхпроводящий параметр порядка частично подавлен в конечной области вдоль проволоки, и степень подавления $|\Delta|$ зависит от тока. Если начать с такого одномерного зародышевого состояния, то временная эволюция параметра порядка неизбежно приведет к проскальзыванию фазы, к импульсу напряжения и ненулевому среднему сопротивлению R . Лангер и Амбегаокар (ЛА) нашли зависимость δF как от тока, так и от температуры, которая, с хорошей точностью может быть представлена как [148]

$$\frac{\delta F_{LA}}{F_0} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \frac{w}{\xi} \left(1 - \frac{I}{I_{dep}}\right)^{5/4} \quad (5.1)$$

где $F_0 = \Phi_0^2 d / 16\pi^2 \lambda^2$ и $I_{dep} = c\Phi_0 w d / 12\sqrt{3}\pi^2 \xi \lambda^2$ - ток распаривания в модели Гинзбурга-Ландау (ГЛ). В соответствии с общей идеей $R = R_0 \exp(-\delta F_{LA}/k_B T)$, где предэкспоненциальный фактор R_0 был вычислен в работах [149, 150].

В противоположность одномерным проволокам, в тонких ($d \ll \lambda$) двумерных пленках при заданном значении тока существует несколько седловых состояний. Далее обсуждается случай относительно узкой пленки с $\xi \ll w < \lambda_L^2/d$ (это условие обеспечивает однородность распределения тока по ширине пленки в основном состоянии, в нулевом магнитном поле). В настоящее время различают три типа седловых состояний в таких пленках: (1) состояние с одиночным вихрем [31, 32, 48, 151, 152], (2) состояние с вихрем и антивихрем (ВА состояние) [31–33, 153], (3) состояние ЛА, обобщенное на двумерный случай [31, 32, 152]. В работе [32] было заявлено, что ВА состояние имеет энергию в два раза большую, чем состояние с вихрем, а состояние ЛА наиболее энергетически невыгодно среди всех состояний при токе $I \leq I_{dep}$. Однако в работе [32] не было учтено, что δF_{LA} зависит от тока (см. ур. 5.1)). Если сравнить результат для энергии состояния с одиночным вихрем вблизи тока распаривания (найденной в модели Лондонов) [31, 32, 152]

$$\frac{\delta F_V}{F_0} \simeq 1 - \frac{I}{I_{dep}} \quad (5.2)$$

с выражением 5.1, легко увидеть, что даже для относительно широких пленок $w \gg \xi$ существует конечная область токов $1 - (3\pi\xi/2\sqrt{2}w)^4 < I/I_{dep} \leq 1$, в которой $\delta F_{LA} < \delta F_V$. Но количественно такое сравнение не совсем верно, так как выражение 5.2 не включает в себя энергию кора вихря ($E_{core} \sim 0.38F_0$ - справедливо для вихря, расположенного вдали от границ [47]) и, как будет показано ниже, это сильно недооценивает величину барьера δF_V при $I \lesssim 0.6I_{dep}$.

Влияние кора вихря было учтено в работе [152] в рамках модели Гинзбурга-Ландау. Однако авторы рассмотрели только область малых токов $I \ll I_{dep}$ и было сделано заключение, что в пленках с шириной $w > w_c \simeq 4.4\xi$ энергия состояния с одиночным вихрем ниже, чем энергия состояния ЛА.

Чтобы найти состояние, являющееся решением стационарного уравнения Гинзбурга-Ландау (определяющее экстремум функционала свободной энергии Гинзбурга-Ландау), но соответствующее локальному максимуму свободной энергии (седловое состояние), был использован следующий численный метод. При поиске седлового состояния с вихрем сначала задавалось (как начальное условие) распределение фазы, соответствующее вихрю, расположенному в точке (n, m)

дискретной численной сетки и дополнительно фиксировалась разность фаз между соседними точками $\varphi(n, m + 1) - \varphi(n, m - 1) = \pi$ (что, в некотором отношении, обеспечивает пиннинг вихря в точке (n, m)) на каждом шаге по времени. Далее находилось решение стационарного уравнения Гинзбурга-Ландау с помощью метода релаксации (добавляя производную по времени $\partial\Delta/\partial t$ в уравнение ГЛ и ожидая, когда она обратится в ноль). Изменяя ток (являющийся внешним параметром), можно найти стационарное состояние, когда вихрь зафиксирован в точке (n, m) . При малых токах существует несколько точек, где положение вихря может быть зафиксировано с помощью такого метода для одного значения тока I . Позиция вихря, где энергия достигает максимального значения, соответствует седловому состоянию (это соответствует локальному максимуму энергии как функции координаты вихря в модели Лондонов [31, 32, 48, 151]). Энергия этого состояния может быть найдена как разность энергий между седловым и основным состояниями

$$\delta F = F_{saddle} - F_{ground} - \frac{\hbar}{2e} I \delta\phi \quad (5.3)$$

где $\delta\phi$ - дополнительная разность фаз между концами пленки, которая появляется в седловом состоянии, а F_{saddle} и F_{ground} - свободные энергии Гинзбурга-Ландау для седлового и основного состояний, соответственно.

Чтобы найти безвихревое седловое состояние, фиксировалась величина параметра порядка $|\Delta| > 0$ в одной точке на границе пленки (в других точках $|\Delta|$ мог меняться). Затем ток увеличивался до такого значения, при котором такое состояние становилось нестационарным. Согласно основной идеи о пороговой флуктуации, такое состояние при этом значении тока является безвихревым седловым состоянием. Было проверено, что если использовать это состояние как начальное и позволить меняться $|\Delta|$ везде в пленке, то в месте, где $|\Delta|$ был изначально зафиксирован, вихрь входит в пленку и затем проходит поперек нее. Таким образом, данный метод реализует основную идею Лангера и Амбегаокара, которая заключается в том, что если стартовать с седлового состояния с конечным $|\Delta|$ везде в образце, временная эволюция параметра порядка неизбежно приведет к возникновению импульса напряжения (связанного, в двухмерном случае, с проходом вихря поперек пленки). Было проверено, что в одномерной проволоке данный метод дает такое

же распределение $|\Delta|(x)$ в седловом состоянии и такую же энергию какие были аналитически получены в работе [146].

Предложенный метод гораздо проще (с точки зрения численного расчета), чем методы, использованные в различных работах для нахождения седловых состояний в мезоскопическом сверхпроводящем диске в магнитном поле [154, 155], или в двумерной пленке с транспортным током [152, 153]. Аналогичная процедура, связанная с фиксацией положения вихря, использовалась, к примеру, в работе [156]. Более того, предложенный метод может быть легко применен к двумерным образцам произвольной геометрии (треугольники, диски, звезды и т.д.) и к трехмерному случаю для нахождения безвихревых седловых состояний. Правильность данного метода подтверждается результатами для двумерных пленок, так как они совпадают с известными результатами, полученными в модели Лондонов при низких токах.

В численных расчетах был выбран шаг прямоугольной сетки $\Delta x = \Delta y = \xi/4$, а ширина пленки менялась от 4.5 до 30 ξ . Длина пленки $L = 4w$ менялась в зависимости от ширины (при таком выборе можно пренебречь влиянием конечной длины сверхпроводника на энергию седлового состояния) и были использованы следующие граничные условия (приведены здесь в безразмерных единицах): $\Delta^* \nabla \Delta|_{y=\pm L/2} = iI/wd$ и $\nabla \Delta|_{x=\pm w/2} = 0$.

На рисунке 82 показана зависимость δF от тока для различных седловых состояний для пленки с $w = 4.5\xi$. Необходимо отметить, что вихрь в такой узкой пленке имеет сильно деформированный кор (см. верхнюю вставку на рисунке 82) и он больше напоминает джозефсоновский вихрь, чем абрикосовский [85]. В более широких пленках (см. рис. 83 и 84) кор вихря деформируется, когда он приближается на расстояние $\delta x \lesssim 2\xi$ от края пленки (см. вставки на рисунках 83 и 84). Похожий результат был получен ранее для вихря, расположенного вблизи искусственного дефекта (см. рис. 2 в [156]), края сверхпроводящего диска (см. рис. 3 в [154]) или пленки (см. рис. 2 в [152]).

К сожалению, предложенный численный метод не позволяет найти седловое состояние с вихрем, когда $\delta x < 1.5\xi$ (последний кружок при наибольшем токе

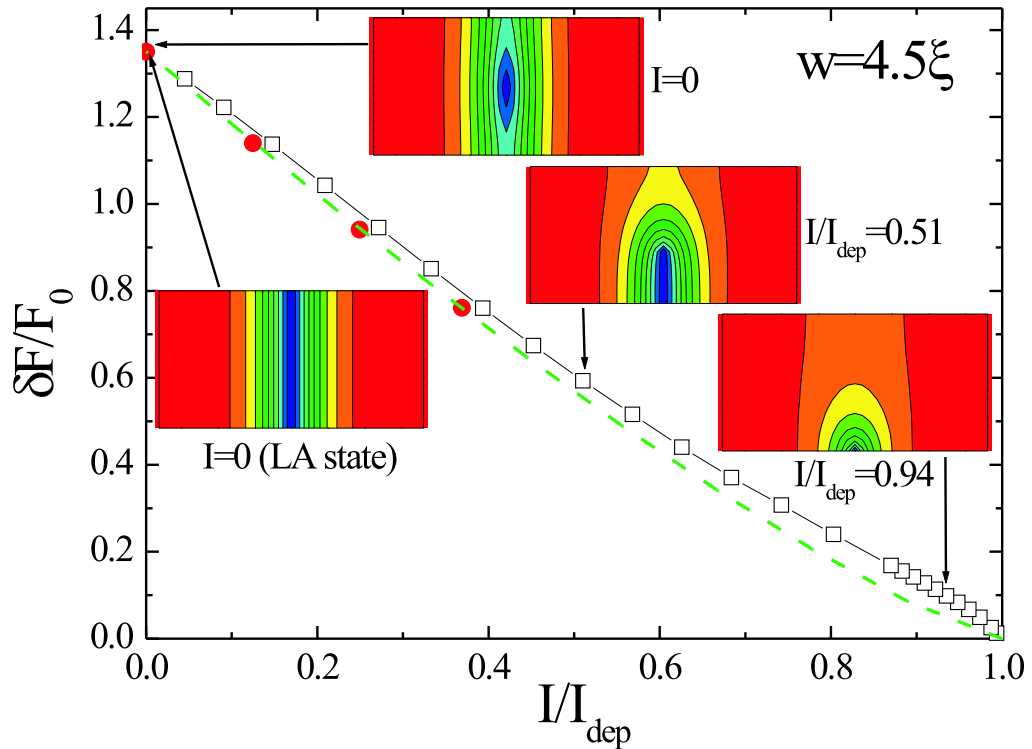


Рис. 82. Энергия седловых состояний трех типов: состояние Лангера и Амбегаокара (пунктирная кривая), вихревое/'линейное' состояние (кружки/редко расположенные квадраты) и состояние с вихревым зародышем (часто расположенные квадраты) в пленке с шириной $w = 4.5\xi$. На вставке показаны распределения $|\Delta|(x, y)$ при различных значениях тока и для различных седловых состояний.

на рисунке 82 соответствует $\delta x = 1.5\xi$), так как в этом случае не удастся найти стационарное решение уравнения Гинзбурга-Ландау с дополнительным условием $\varphi(n, m + 1) - \varphi(n, m - 1) = \pi$ и вихрем. Но было замечено, что если зафиксировать $|\Delta| = 0$ вдоль линии конечной длины рядом с границей (см. вставку на рис. 82, где распределение $|\Delta|(x, y)$ показано при $I/I_{dep} = 0.51$) и найти стационарное решение уравнений ГЛ с таким дополнительным условием, тогда энергия состояния с 'линией' (см. редко расположенные пустые квадраты на рисунках 82-84) близка к энергии состояния с вихрем (когда вихрь расположен относительно близко к границе - см. рисунки 83-84). Вследствие этого, вихревое состояние с $\delta x < 1.5\xi$, можно

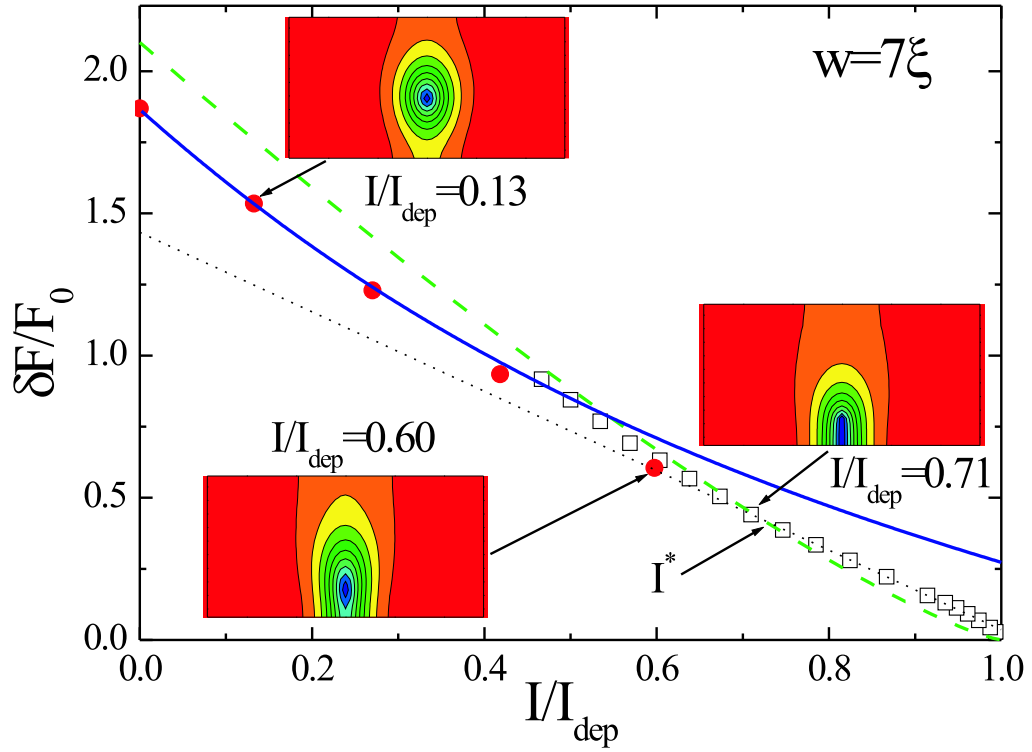


Рис. 83. Энергия седловых состояний трех типов: состояние Лангера и Амбегаокара (пунктирная кривая), вихревое/'линейное' состояние (кружки/редкие квадраты) и состояние с вихревым зародышем (часто расположенные квадраты) в пленке с шириной $w = 7\xi$. Сплошная кривая соответствует выражению 5.4. Черная линия из точек соответствует выражению $\delta F/F_0 = 1.43(1 - I/1.026I_{dep})$, которое аппроксимирует с высокой точностью (отклонение менее 2%) полученные численные результаты при $0.6 \leq I/I_{dep} \leq 0.97$. При $I > I^* \simeq 0.73I_{dep}$ состояние ЛА имеет наименьшую энергию.

аппроксимировать состоянием с 'линией', когда ее длина $l < 2\xi$.

При токах $I \sim I_{dep}$ вихревое состояние трансформируется в безвихревое седловое состояние (см. часто расположенные пустые квадраты на рисунках 82-84), в котором циркуляция фазы вдоль любого замкнутого контура в пленке равна нулю и $|\Delta| > 0$ везде в пленке. Чтобы найти это состояние, фиксировалась амплитуда параметра порядка $|\Delta|$ в одной точке на границе пленки. Из-за эффекта близости и того, что $I \sim I_{dep}$ это приводило к подавлению $|\Delta|$ в относительно большой области вокруг

Таблица 2. Значение коэффициентов в аппроксимирующих выражениях для энергии вихревого/зародышевого состояния (см. выражение 5.5) и энергии кора вихря (коэффициент ϵ в выражении 5.4) для вихря, находящегося в центре пленки.

w/ξ	A	B	C	n	ϵ
7	1.43	1.026	0.89	0.7	0.37
10	1.67	1.026	1.02	0.7	0.38
15	1.85	1.028	0.88	0.6	0.38
30	1.88	1.034	0.68	0.5	0.38

этой точки. Далее, такое состояние будет называться двумерным зародышевым состоянием, чтобы отличать его от состояния ЛА (см. вставки на рис. 82 при $I = 0$ и при $I/I_{dep} = 0.94$).

На рисунках 83 и 84 также показана зависимость энергии вихревого состояния от тока, найденная в Лондоновском приближении (сплошная кривая)

$$\frac{\delta F_V}{F_0} = -\frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{I^2}{\alpha^2 I_{dep}^2} \right) - \frac{I}{\alpha I_{dep}} \tan^{-1} \left[\frac{\alpha I_{dep}}{I} \right] + \epsilon + \ln \left(\frac{2w}{\pi \xi} \right) \quad (5.4)$$

где $\alpha = 3\sqrt{3}\pi\xi/4w$ и добавлена энергия кора вихря $E_{core} = \epsilon F_0$. Численный коэффициент ϵ найден из сравнения выражения 5.4 с численными результатами при $I = 0$ и представлен в таблице 2 для различных ширин.

Отметим, что результаты полученные в модели Гинзбурга-Ландау и модели Лондонов, находятся в хорошем согласии при $I \lesssim 0.6I_{dep}$ (тем лучше, чем шире пленка). При больших токах вихрь расположен на расстоянии $\delta x \lesssim 2\xi$ от границы и необходимо учитывать деформацию кора, которая влечет за собой зависимость $\epsilon(I)$. Это приводит к большому отличию между Лондоновской моделью (с $\epsilon = const$) и моделью ГЛ при $I \gtrsim 0.6I_{dep}$ (см. рис. 83 и 84). Более того, при $I \sim I_{dep}$ вихревое состояние трансформируется в двумерное зародышевое состояние, которое в принципе не может быть найдено в приближении Лондонов.

Полученные численные данные при $I/I_{dep} \gtrsim 0.6$ могут быть аппроксимированы (примеры подгонки представлены на рисунках 83 и 84 и на вставке к рисунку 86)

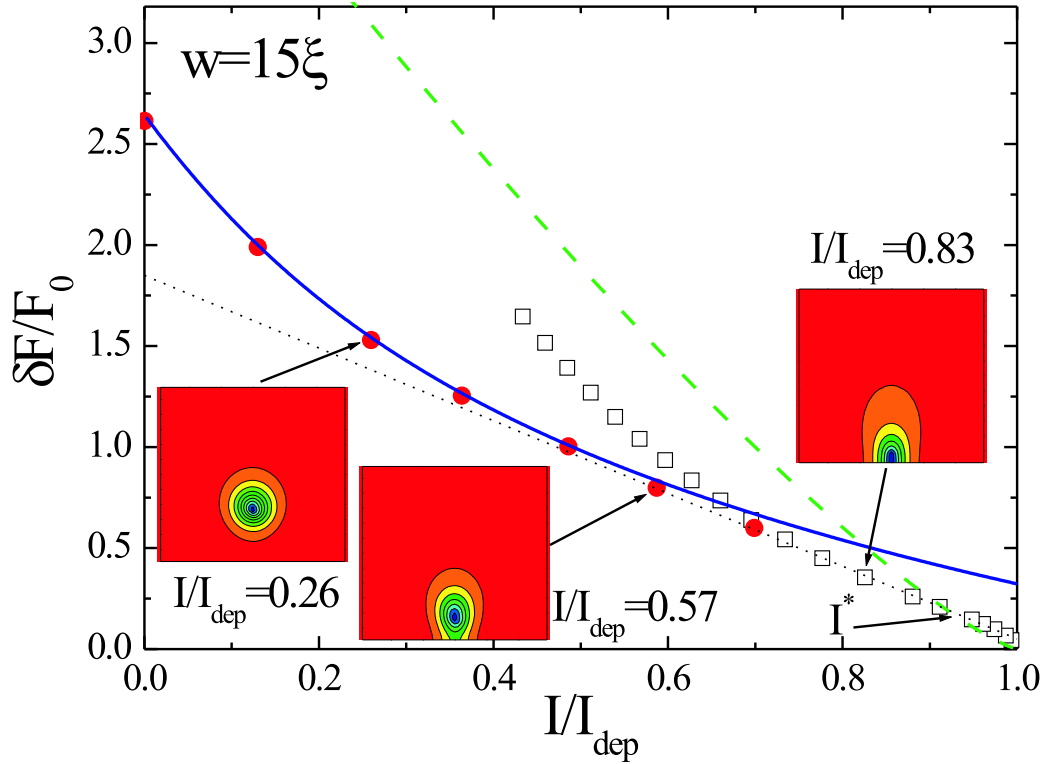


Рис. 84. Энергия седловых состояний трех типов: состояние Лангера и Амбегаокара (пунктирная кривая), вихревое/'линейное' состояние (кружки/редко расположенные квадраты) и состояние с вихревым зародышем (часто расположенные квадраты) в пленке с шириной $w = 15\xi$. Сплошная кривая соответствует выражению 5.4. Линия из точек соответствует выражению $\delta F/F_0 = 1.85(1 - I/1.028I_{dep})$, которое аппроксимирует с высокой точностью (отклонение менее 2%) полученные численные результаты при $0.6 \leq I/I_{dep} \leq 0.97$. При $I > I^* \simeq 0.92I_{dep}$ состояние ЛА имеет наименьшую энергию.

следующими функциями:

$$\frac{\delta F}{F_0} \simeq \begin{cases} A(1 - I/BI_{dep}), & 0.6 \leq I/I_{dep} \leq 0.97, \\ C(1 - I/I_{dep})^n, & 0.95 \leq I/I_{dep} \leq 1. \end{cases} \quad (5.5)$$

Коэффициенты A , B , C и показатель степени n приведены в таблице 2. Полученный нами коэффициент A почти в два раза больше значения, следующего из Лондоновской модели (см. выражение 5.2). Такое различие возникает из-за вклада $E_{core}(I)$ в δF , которым, при $I \gtrsim 0.6I_{dep}$, пренебречь нельзя.

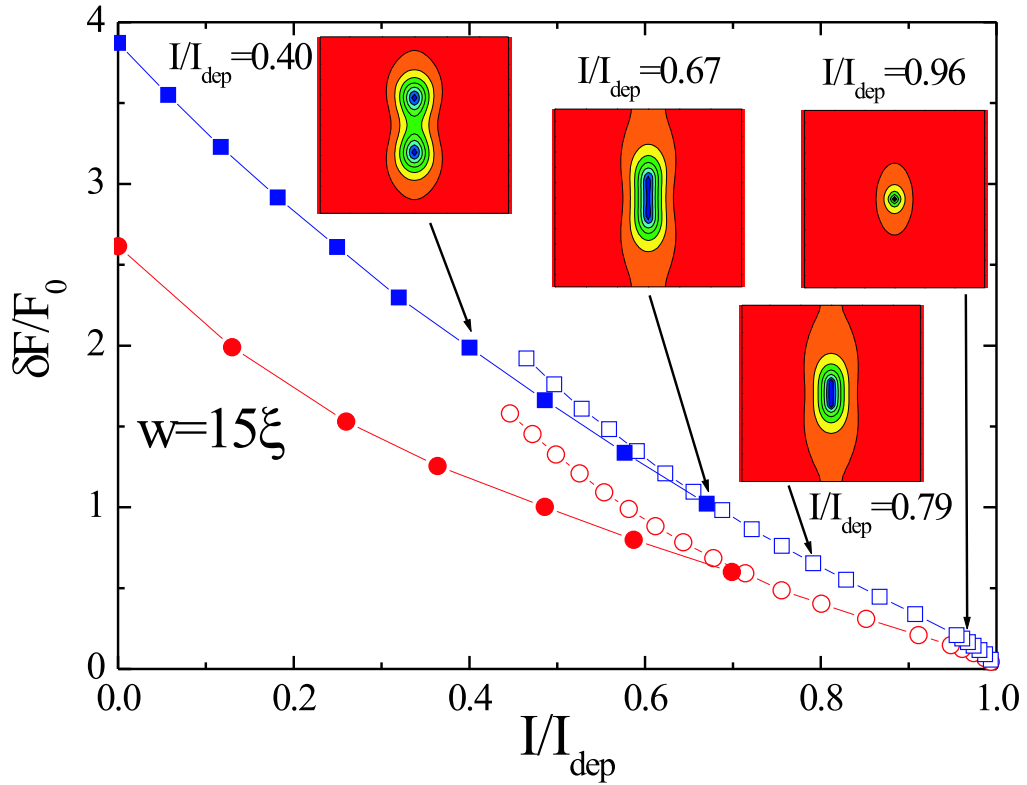


Рис. 85. Энергия седловых состояний разных типов: вихревое (кружки), вихрь-антивихрь (квадраты) и 'линия'/двухмерный зародыш (редко/часто расположенные квадраты) расположенные на краю, или в центре пленки.

При $I/I_{dep} \sim 1$ степень $n < 1$ (см. таблицу 2) в выражении 5.5 указывает на конечный (но довольно узкий для широких пленок с $w \gg \xi$) интервал токов $I^*(w) < I < I_{dep}$, где одномерное зародышевое (ЛА) состояние имеет минимальную энергию (см. рисунки 82-83). Этот, на первый взгляд неожиданный результат, объясняется присутствием последнего члена в правой части выражения 5.3. Действительно, в состоянии ЛА параметр порядка подавлен на всей ширине пленки, что приводит к большему проигрышу в свободной энергии по сравнению с вихревым или двухмерным зародышевым состояниями, однако разность фаз $\delta\phi$ много больше в состоянии ЛА, чем в других состояниях при $I \sim I_{dep}$, что и является причиной данного результата.

До этого мы рассматривали только одновихревое состояние и двумерный зародыш, расположенный рядом с границей пленки. На рисунке 85 показано, что энергия двумерного зародыша, локализованного в центре пленки больше чем энергия зародыша, находящегося на краю пленки. Состояние вихрь-антивихрь, в которое двухмерное безвихревое зародышевое состояние трансформируется при низких токах, имеет энергию большую, чем энергия одновихревого состояния. Аналогичный результат был получен в Лондоновском пределе, в котором разница между ΔF_V и ΔF_{VA} достигает двух раз [32, 153].

Были также исследованы седловые состояния в двухмерной сверхпроводящей пленке с 180° изгибом - см. левую вставку на рисунке 86. В наших расчетах ширина пленки $w = 10\xi$, длина пленки в области поворота $L = 2w$, и были рассмотрены две ширины 'разреза': $w_{slit} = 2.5\xi$ (показан на левой вставке рисунка 86) и $w_{slit} = 10\xi$. На рисунке 86 представлены результаты для энергии вихревых и двумерных безвихревых зародышевых состояний, расположенных на границе. Заметим, что ток на рисунке 86 нормирован на критический ток образца, а не на ток распаривания, как на рисунках 82-85 ($I_c = 0.85I_{dep}$ для пленки с $w_{slit} = 2.5\xi$, $I_c = 0.91I_{dep}$ для пленки с $w_{slit} = 10\xi$ и $I_c = I_{dep}$ для прямой пленки).

Необходимо подчеркнуть, что при $I \sim I_c$ энергия седловых состояний, взятая при одном и том же отношении I/I_c , значительно ниже в пленке с изгибом, чем в пленке без изгиба (что хорошо видно на правой вставке рисунка 86). Кроме того видно, чем сильнее происходит сгущение линий тока рядом с поворотом (которое проявляется в более низком значении I_c для меньшего w_{slit}), тем меньше δF . Можно ожидать, что наименьшее значение δF будет достигнуто в случае бесконечно узкой щели, которая обеспечивает максимальную концентрацию тока и максимальное уменьшение I_c . Данный эффект объясняется наличием неоднородного в пространстве частичного подавления $|\Delta|$ в области с наибольшей концентрацией тока, напоминающее по форме двумерный безвихревой зародыш. В результате, переход в седловое состояние из основного состояния, с уже локально подавленным $|\Delta|$, требует меньше энергии. Доказательство этого утверждения следует также из результатов, полученных при малых токах ($I \ll I_c$), где δF не сильно отличается для случаев прямой пленки

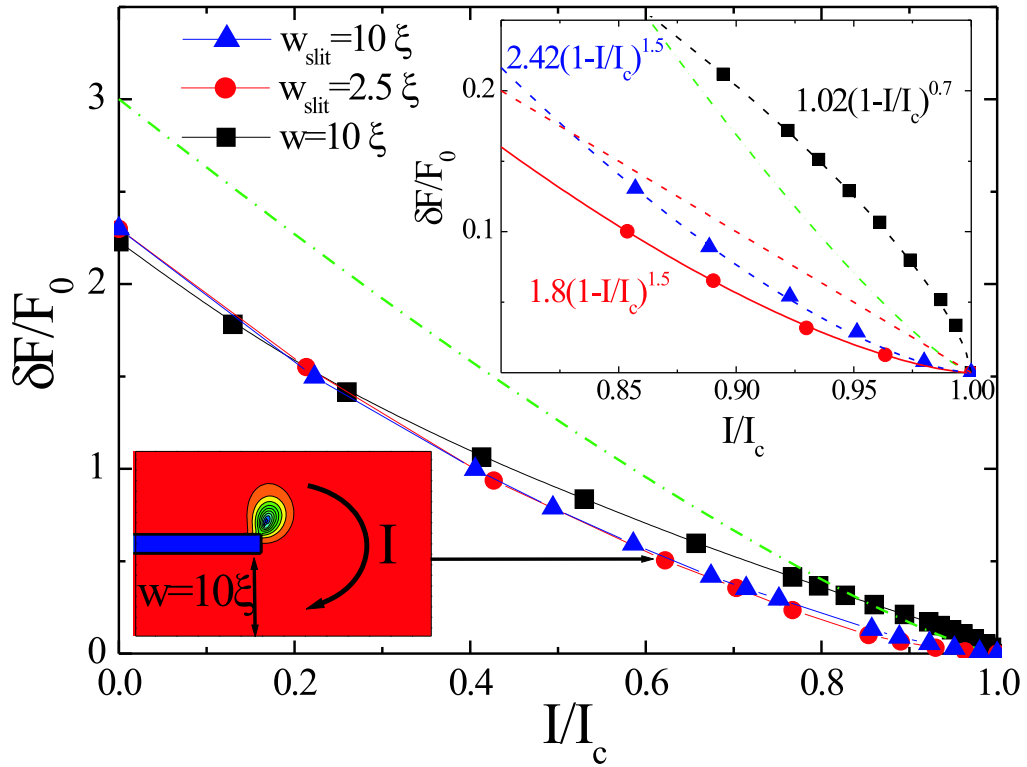


Рис. 86. Энергия седловых состояний (вихревых и двумерных безвихревых зародышей) для пленки с изгибом и различными промежутками между полосками $w_{slit} = 2.5\xi$ (кружки) и $w_{slit} = 10\xi$ (треугольники). Черные квадраты соответствуют прямой пленке с $w = 10\xi$. На правой вставке представлена увеличенная часть графика при $I \sim I_c$, на которой изображена энергия двумерных безвихревых зародышевых состояний (штриховые линии - аппроксимация численных результатов). Штрих-пунктирная линия показывает энергию состояния ЛА для прямой пленки с $w = 10\xi$.

и пленки с поворотом (см. рисунок 86). При слабых токах подавление $|\Delta|$ рядом с поворотом слабое, а сам зародыш (вихрь) находится далеко от поворота.

В заключение, сформулируем основные полученные результаты. В рамках модели Гинзбурга-Ландау рассчитана энергия различных седловых состояний (пороговых флуктуаций) узких сверхпроводящих пленок при токе, близком к току распаривания. Показано, что при $I \sim I_{dep}$ седловому состоянию с наименьшей энергией соответствует состояние Лангера и Амбегаокара. Только при токе $I <$

I^* (где $I^*(w) < I_{dep}$ даже для пленок с $w \gg \xi$) состояние с двухмерным безвихревым зародышем, локализованным на краю пленки, или вихрем с сильно модифицированным кором, имеет наименьшую энергию. При токах $I \lesssim 0.6I_{dep}$ (для пленок с $w \gtrsim 7\xi$) наименьшей энергией обладает одновихревое состояние и результаты, полученные в модели Лондонов, совпадают с результатами расчетов в модели Гинзбурга-Ландау. Показано, что в пленке с изгибом (приводящем к концентрации тока вблизи изгиба) энергия двумерного безвихревого зародыша может быть меньше, чем энергия любого из седловых состояний в пленке с однородным распределением тока при том же отношении $I/I_c \sim 1$.

Последний результат имеет важное практическое значение. Он показывает, что в сверхпроводниках с сильной концентрацией тока (возникающей вблизи изгибов, геометрических дефектов края и т.д.) происходит увеличение роли флуктуаций при токах близких к I_c , по сравнению со сверхпроводниками с однородным распределением тока. Например, при $k_B T = 0.1F_0$ переход прямой пленки с $w = 10\xi$ в резистивное состояние будет происходить при $I \simeq 0.96I_c = 0.96I_{dep}$ (при этом токе $\delta F = 0.1F_0$ - см. правую вставку на рисунке 86). Но для пленки с изгибом и $w_{slit} = 2.5\xi$ энергия $\delta F = 0.1F_0$ достигается при $I \simeq 0.85I_c \simeq 0.72I_{dep}$ и переход в резистивное/нормальное состояние будет происходить при значительно меньшем токе, чем можно было бы ожидать из результатов, полученных для пленки без изгиба.

5.2. Вихревой механизм отрицательного магнитосопротивления узких сверхпроводящих пленок

В разделе 5.1 была рассмотрена задача о седловых состояниях в узких сверхпроводящих пленках при произвольном токе меньше критического и нулевом магнитном поле. В данном разделе рассматривается случай произвольного магнитного поля и тока много меньшего I_c . Интерес к данной задаче связан с большим количеством экспериментов, в которых была обнаружена немонотонная зависимость сопротивления от магнитного поля $R(H)$ (отрицательное магнитосопротивление) в пленках с шириной $w > \xi$ [36–41].

Тесно связанной с задачей о зависимости $R(H)$ является задача о $I_c(H)$ в таких сверхпроводниках. Действительно, как обсуждается в разделе 5.1, энергия седлового состояния зависит от приложенного тока и при токе близком к критическому $\delta F \sim (1 - I/I_c)^n$ (см. выражение 5.5). Если критический ток зависит от магнитного поля, то при фиксированном заданном токе можно было бы ожидать что δF и $R \sim \exp(-\delta F/k_B T)$ также будут зависеть от магнитного поля.

Впервые, задача о критическом токе узкой сверхпроводящей пленки, помещенной в магнитное поле, рассматривалась более 40 лет назад в работе [44] (для расчетов была использована модель Лондонов). В этой работе было предсказано, что I_c должен расти в некотором диапазоне магнитных полей. Эффект объяснялся захватом вихрей внутри пленки экранирующими токами $j_{scr}(H)$, которые растут с ростом магнитного поля (в [44] рассматривалась одна разреженная цепочка вихрей и взаимодействием между соседними вихрями пренебрегалось). Вследствие этого, для обеспечения свободного прохода вихрей через пленку необходимо увеличить величину транспортного тока, т.е. должен происходить рост I_c . В работе [44] предполагалось, что после достижения максимального значения, I_c должен начать уменьшаться из-за подавления сверхпроводимости магнитным полем при полях близких к H_{c2} или H_{c3} и, следовательно, в зависимости $I_c(H)$ должен наблюдаться пик. Однако позиция пика в работе [44] найдена не была.

Позднее, в работах [45, 46] было предсказано, что вход второй, третьей и далее цепочек вихрей должен приводить к появлению дополнительных пиков в зависимости $I_c(H)$. В случае достаточно широких пленок (в смысле, что $\xi \ll w < \Lambda$) и малого межвихревого расстояния можно использовать континуальное приближение с плотностью вихрей, зависящей от координаты. В рамках такого приближения в работе Максимовой [48] было получено монотонное убывание I_c с ростом магнитного поля. Этот результат указывает на то, что предсказанный в работах [44–46] пик эффект может(или должен) уменьшаться с увеличением ширины пленки.

Экспериментально, зависимость $I_c(H)$ была исследована в нескольких работах. Один пик был обнаружен для ниобиевой пленки с шириной $w \sim 4 - 5\xi$ [42], существование несколько пиков было показано для пленки с шириной $w \sim 7 - 10\xi$

в [43] и монотонное убывание I_c с ростом H было обнаружено для Nb и NbN пленок с шириной $w \gg \xi$ в работах [47, 157, 158]. Важным обстоятельством во всех этих работах было слабое влияние объемного пиннинга вихрей в малых магнитных полях и зависимость $I_c(H)$ определялась только взаимодействием вихрей с краями пленки (краевым барьером на вход/выход вихрей).

Возникает вопрос, а какова минимальная ширина пленки, в которой возникает данный эффект? В известной книге, посвященной сверхпроводникам второго рода [170], приведено доказательство, полученное в рамках модели Гинзбурга-Ландау, что вихри могут появляться в пленках с шириной $w^* \gtrsim 1.8\xi(T)$ при превышении магнитным полем некоторого критического значения. Иногда в литературе используется другое значение критической ширины $\tilde{w}^* \simeq 4.4\xi$, которое следует из численных расчетов для сверхпроводящего мостика, соединенного с массивными контактами ('берегами') [85]. Отметим, что этот результат был получен для случая $H = 0$ и состояние с вихрем, находящемся при $I \rightarrow 0$ в центре пленки является седловым состоянием. В разделе 5.1 и в работе [152] обсуждается, что энергия такого вихревого состояния δF_V практически совпадает с энергией состояния Лангера и Амбегаокара δF_{LA} [146] когда $w \lesssim 4.4\xi$ (для иллюстрации см. рис. 82). В более широких пленках $\delta F_V < \delta F_{LA}$ (см. рис. 83-84 при $I \rightarrow 0$) и создание вихря требует меньше энергии, чем создание состояния ЛА (отметим, что вблизи тока распаривания существует диапазон токов в котором $\delta F_V > \delta F_{LA}$ даже для пленок с $w \gg 4.4\xi$ - см. раздел 5.1).

Когда ширина пленки больше чем w^* , то в полях больше первого критического H_{c1} вихрям энергетически выгодно находится в пленке. Они могут быть в пленке и в меньших полях $H_0 < H < H_{c1}$, однако в этом случае энергия сверхпроводника будет больше, чем в их отсутствие (в этих полях выходу вихрей препятствует барьер на выход, который обращается в ноль в поле H_0). В модели Лондонов поля H_{c1} и H_0 были найдены аналитически в ряде работ [47, 159] и для ряда ширин пленок они были вычислены численно в работе [160], используя модель Гинзбурга-Ландау.

Как и в разделе 5.1 расчет критического тока и энергии седловых состояний основан на численном решении уравнений Гинзбурга-Ландау. Во-первых, данный

подход позволяет исследовать как узкие ($w \sim 2 - 5\xi$), так и широкие ($w \gg \xi$) пленки на единой основе. К тому же, как обсуждается в разделе 5.1, модель Лондонов не позволяет получить корректный ответ, когда вихрь находится на расстоянии меньшем чем $\sim 2\xi$ от края пленки из-за деформации кора вихря. Это означает, что модель Лондонов становится плохо применимой для пленок с шириной $w \lesssim 5\xi$, в которых, как будет показано ниже, пик-эффект наиболее ярко выражен.

В численных расчетах использовалась сверхпроводящая пленка конечной длины и ширина варьировалась от 2ξ до $w = 80\xi$. На концах пленки были использованы граничные условия нормальный металл - сверхпроводник (NS) ($\Delta|_{\pm L/2} = 0$), для введения тока в пленку с использованием граничных условий для электростатического потенциала $-\sigma_n \partial\varphi/\partial y|_{\pm L/2} = I/wd$. Для того чтобы пренебречь влиянием NS контактов на распределение вихрей и устойчивость сверхпроводящего состояния, критическая температура была локально увеличена (на расстоянии 2.5ξ) вблизи концов пленки. Это приводило к увеличению $|\Delta|$ вблизи концов, что частично моделирует влияние массивных контактов, к которым пленка/мостик обычно присоединена в эксперименте.

В численном моделировании критический ток определен как ток, при котором начинается движение вихрей и появляется ненулевое падение напряжение вдоль пленки. В модели предполагается, что $w \ll \Lambda$, что позволяет пренебречь магнитным полем, созданным транспортными и экранирующими токами. Это допущение значительно упрощает вычисления, так как в этом случае нет необходимости решать уравнение для векторного потенциала и можно решать двухмерное нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау (см. ур. 1.11), с векторным потенциалом $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$. Уравнение для электрического потенциала φ следует из условия $div j = 0$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{1}{\sigma_n} div j_s, \quad (5.6)$$

Уравнение 1.11 справедливо только для бесщелевых сверхпроводников, но здесь оно используется не для изучения динамики Δ , а для определения величины тока, при котором стационарное сверхпроводящее состояние становится неустойчивым. Уравнение 1.11 обеспечивает удобный способ нахождения стационарного состояния (если такое существует при данном значении тока и магнитного поля), стартуя с

начального состояния $|\Delta|(x, y) = \Delta_{GL}(1 - T/T_c)^{1/2}$ и заканчивая вычисления тогда, когда модуль сверхпроводящего параметра порядка перестает зависеть от времени.

На рисунке 87 показана вычисленная зависимость $I_c(H)$ для пленок различной ширины. В пленках с $w \lesssim 6\xi$ может существовать только одна цепочка вихрей при достаточно больших H и существует один провал при $H = H^* \sim H_{c1}$ и один пик при большем поле. В более широких пленках может разместиться больше одной цепочки вихрей (см. пунктирные стрелки на рисунке 87(b)) и появление одной дополнительной цепочки приводит к появлению дополнительного пика на кривой $I_c(H)$.

На рисунке 87 также можно заметить осцилляции I_c с малым периодом, хорошо заметные для относительно широких и длинных пленок в слабых магнитных полях (когда в пленке находится только одна цепочка вихрей - см. 87(b)) и для более коротких пленок (см. вставку на рисунке 87(b)). Их период ΔH зависит от ширины w и изменяется от $\Delta H \simeq 1.3\Phi_0/wL$ для пленки с $w = 3\xi$ до $\Delta H \simeq 1.9\Phi_0/wL$ для пленки с $w = 20\xi$. Эти осцилляции связаны с дискретным изменением количества вихрей в пленке и они напоминают фраунгоферовские осцилляции критического тока I_c в широких джозефсоновских контактах, когда число джозефсоновских вихрей изменяется на единицу. Похожие осцилляции были экспериментально обнаружены в мезоскопических односвязанных сверхпроводниках [161–164].

Заметим, что качественно, эволюция $I_c(H)$ с увеличением w напоминает изменение зависимости $I_c(H)$ для длинных джозефсоновских контактов при изменении их ширины (это можно увидеть из сравнения рис. 87 с рисунком 3 в работе [165]). Качественное отличие заключается в том, что когда в джозефсоновском контакте число вихрей меняется на единицу, то это приводит к дополнительному пику в зависимости $I_c(H)$, тогда как в случае пленки к пику приводит изменение числа цепочек вихрей. Причину такого отличия можно увидеть из рисунка 88. В джозефсоновском контакте может находиться только одна цепочка вихрей, которая располагается перпендикулярно току, тогда как в пленке может быть несколько цепочек, которые располагаются параллельно направлению течения тока. К тому же, в пленке число вихрей в цепочке может изменяться с изменением H , что приводит

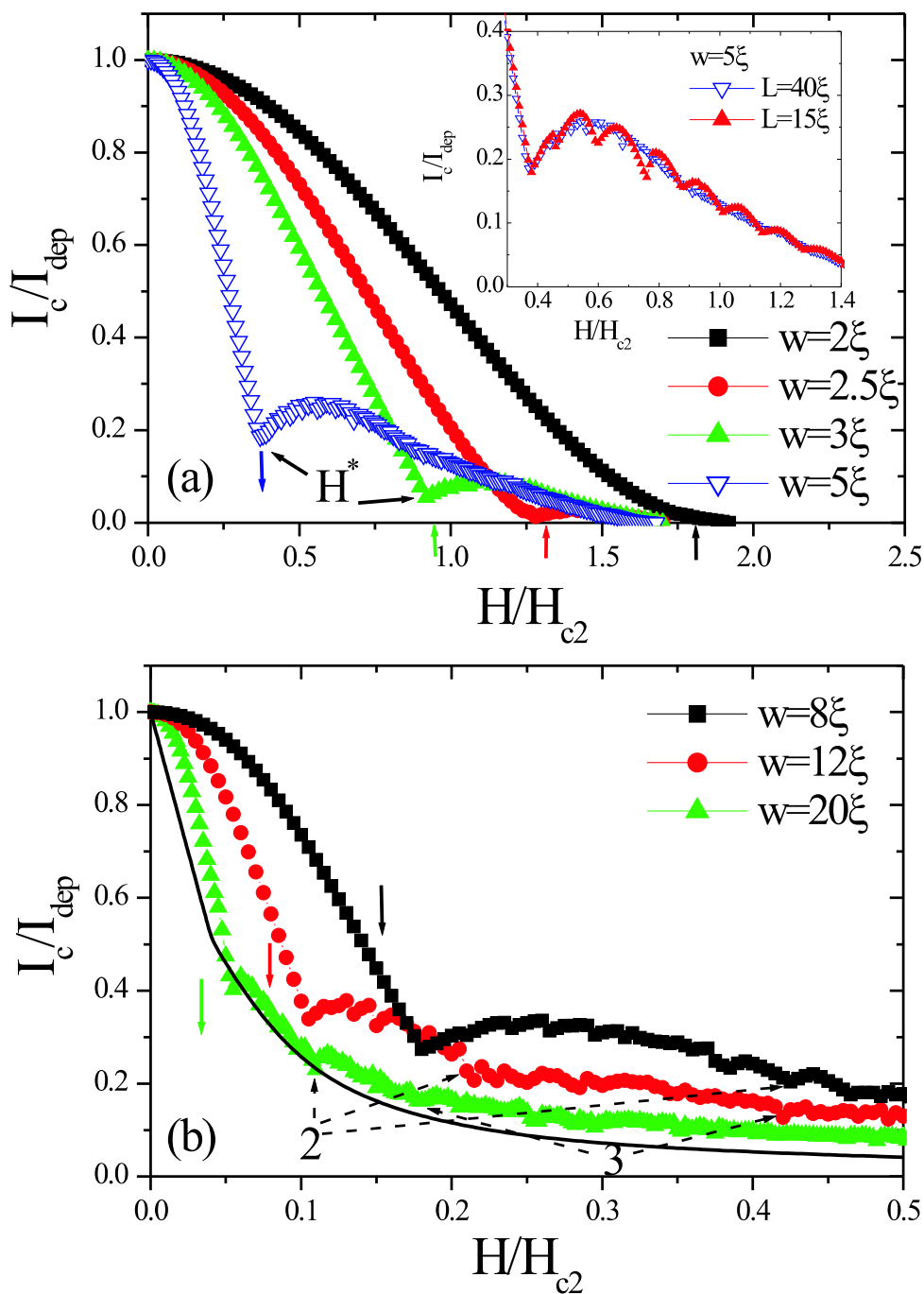


Рис. 87. Зависимость $I_c(H)$ для пленок различной ширины и фиксированной длины $L = 40\xi$. Числа и пунктирные стрелки на рисунке (b) указывают магнитные поля, при которых в пленке образуется вторая и третья цепочка вихрей. Стрелки указывают позицию первого критического поля H_{c1} для соответствующей пленки. Для пленок с $w \gtrsim 3\xi$ критический ток обращается в ноль при $H_{c3} \simeq 1.7H_{c2}$. Черная сплошная кривая на рисунке (b) соответствует теоретической зависимости $I_c(H)$, найденной в модели Лондона (см. выражения (23,37) в [48]) для пленки с $w = 20\xi$. На вставке к рисунку (a) показано изменение $I_c(H)$, связанное с уменьшением длины пленки.

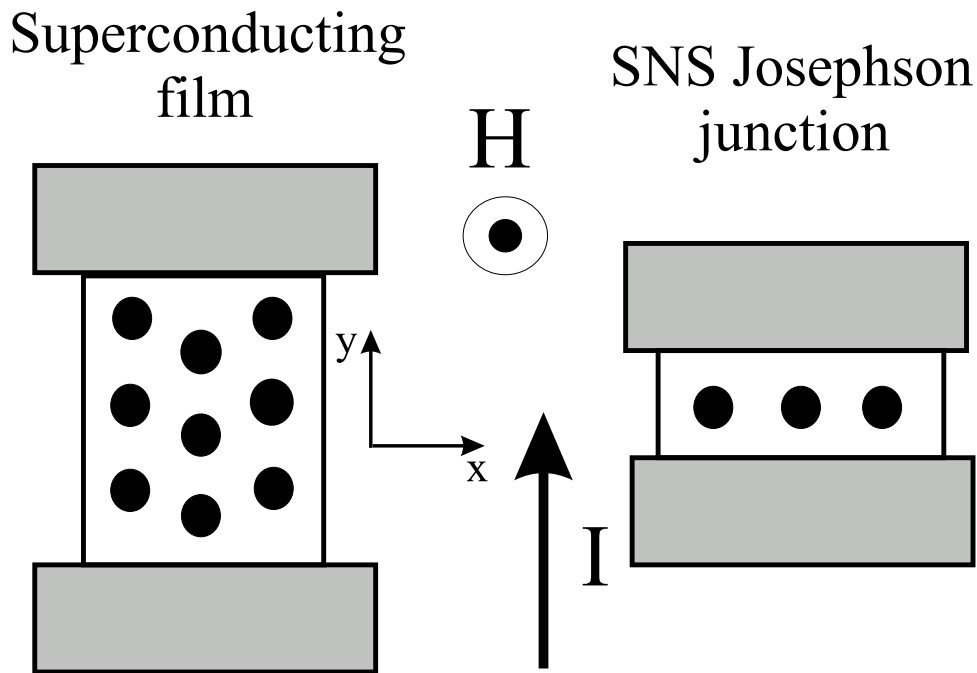


Рис. 88. Распределение вихрей в сверхпроводящей пленке и джозефсоновском контакте конечной ширины, помещенных в перпендикулярное магнитное поле (качественное представление).

к дополнительному источнику осцилляций $I_c(H)$. Другим качественным отличием является нулевое значение критического тока в локальных минимумах зависимости $I_c(H)$ в случае джозефсоновского контакта, тогда как для пленки критический ток в минимумах конечен.

Почему пик-эффекта наиболее заметен в относительно узких пленках с шириной $w \simeq 3 - 8\xi$? На рисунке 89 показано распределение плотности тока поперек пленки при ненулевом магнитном поле и транспортном токе, следующее из модели Лондонов. Полная плотность тока является суммой транспортного $j_{tr} = I/wd$ и экранирующего $j_{scr}(x) = -cHx/4\pi\lambda^2$ токов. Когда сумма $j_{tr} + j_{scr}$ на левом крае пленки становится равной плотности тока распаривания j_{dep} , сверхпроводящее состояние становится неустойчивым и вихри входят в пленку (в терминах краевого энергетического барьера, барьер на входа вихря обращается в ноль при этом условии). Вихри могут свободно проходить сквозь пленку когда $j_{tr} + j_{scr} > 0$ в каждой точке пленки (линии 1,2 на рисунке 89), так как сила Лоренца $F_L = [j, \Phi_0]/c$, действующая на вихри, направлена в сторону правого края пленки и сила, действующая со стороны 'изображений' вихря $|F_{image}|$ меньше, чем $|F_L|$ в левой половине пленки. Фиксируя

ток на левом краю равным j_{dep} , и варьируя H можно легко получить линейное уменьшение критического тока $I_c(H) = I_c(0)(1 - H/H_s)$ [48] в полях $0 < H < H_s/2$, где $I_c(0) = j_{dep}wd$ и H_s - поле перегрева Мейсснеровского состояния (при этом поле краевой барьер для входа вихрей обращается в ноль при $I = 0$).

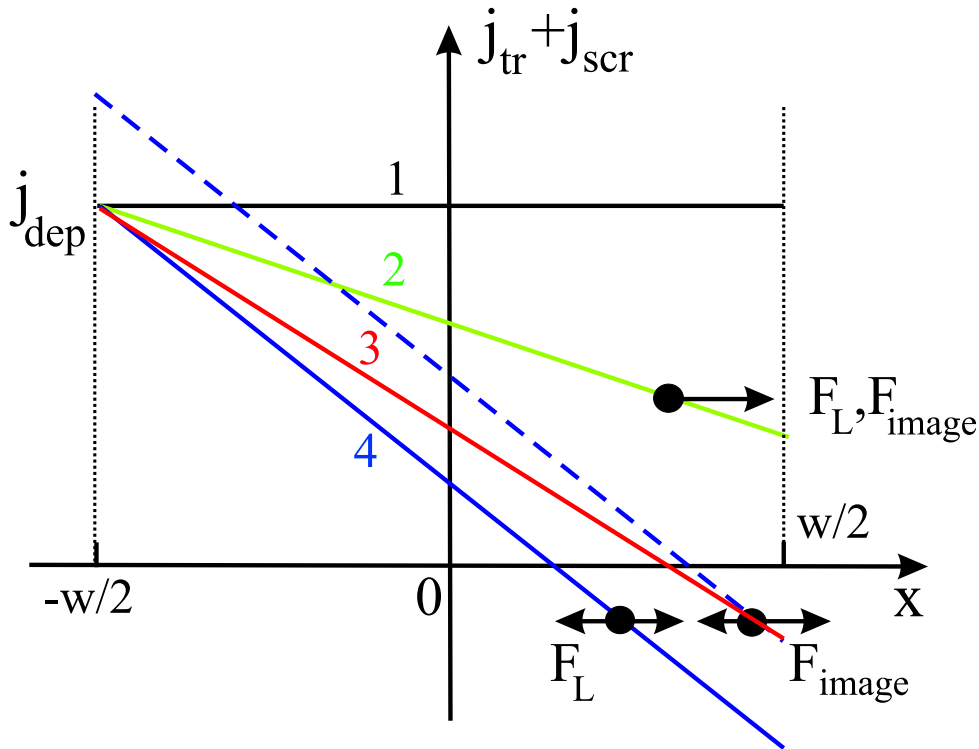


Рис. 89. Распределение плотности тока в узких сверхпроводящих пленках. Черный кружок показывает позицию вихря, а стрелки - силы действующие на вихрь. Линия 1 соответствует распределению полной плотности тока при $H^1 = 0$ и линия 2 - при $H^2 < H_s/2$. Линии 3 и 4 соответствуют полям $H^4 > H^3 > H_s/2$. Когда сумма $j_{tr} + j_{scr}$ меняет знак возле правого края, вихрь останавливается в точке, где $|F_L| = |F_{image}|$ (линия 4). Необходимо увеличить ток (пунктирная линия) для того чтобы сдвинуть вихрь в место, где $|F_{image}| > |F_L|$ и вихрь может выйти из пленки. Площадь под линиями определяет полный ток.

В полях $H > H_s/2$ сумма $j_{tr} + j_{scr}$ меняет знак вблизи правого края и вихрь должен был бы остановиться в этом месте, так как сила Лоренца обращается в ноль. Однако, если эта точка находится недалеко от правого края, тогда сила, действующая со стороны изображений будет больше, чем сила Лоренца и вихрь сможет выйти из пленки (линия 3 на рисунке 89). При увеличении магнитного поля вихрь уже не может выйти из пленки (линия 4 на рисунке 89) и необходимо увеличивать ток в пленке, чтобы сдвинуть вихрь ближе к правому краю, в точку

где $|F_{image}| > |F_L|$ (пунктирная линия на рисунке 89). Из рисунка 89 видно, что площадь под пунктирной линией больше чем под линией 3 и, следовательно, ток также больше. Данный механизм и приводит к увеличению I_c в полях $H > H_s/2$.

В приведенной простой картине использовалось приближение одиночного вихря и межвихревое взаимодействие не учитывалось (также как в работе [44]). Однако, когда барьер на вход вихрей становится равным нулю, в пленку входит цепочка вихрей с периодом a , который зависит от магнитного поля - см. рисунки 90 и 91 (в случае $I = 0$ зависимость $a(H)$ для пленки с $w = 5\xi$ найдена в [160]).

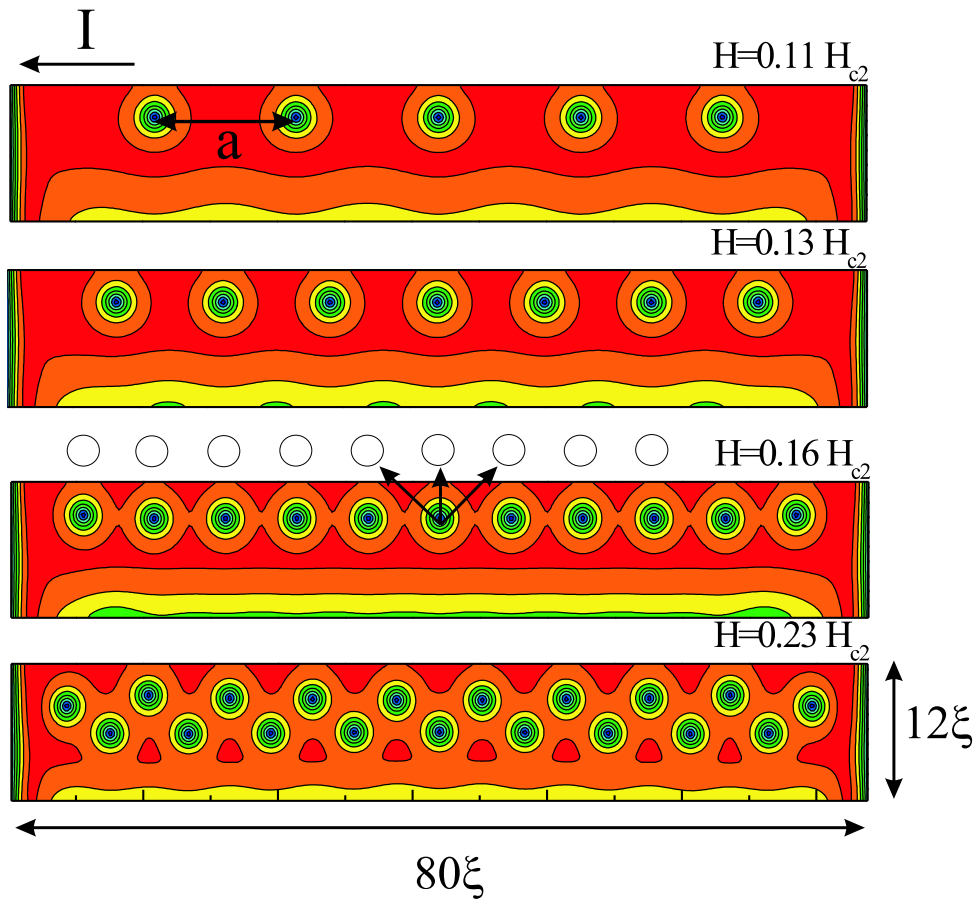


Рис. 90. Распределение $|\Delta|$ в пленке с шириной $w = 12\xi$ и длиной $L = 80\xi$ при различных магнитных полях и токах чуть ниже $I_c(H)$. Видно, что уже при $H > H^* = 0.105H_{c2}$ межвихревое расстояние становится меньше, чем ширина пленки. Кружки показывают позицию ближайших 'изображений' в цепочке вихрей и увеличение притяжения вихрей к краю пленки за их счет.

Когда вихревая цепочка входит в пленку, то плотность тока на левом краю уменьшается, так как ток созданный вихрями j_{vort} имеет направление, противоположное току $j_{scr} + j_{tr}$. Вихревая цепочка останавливается на расстоянии

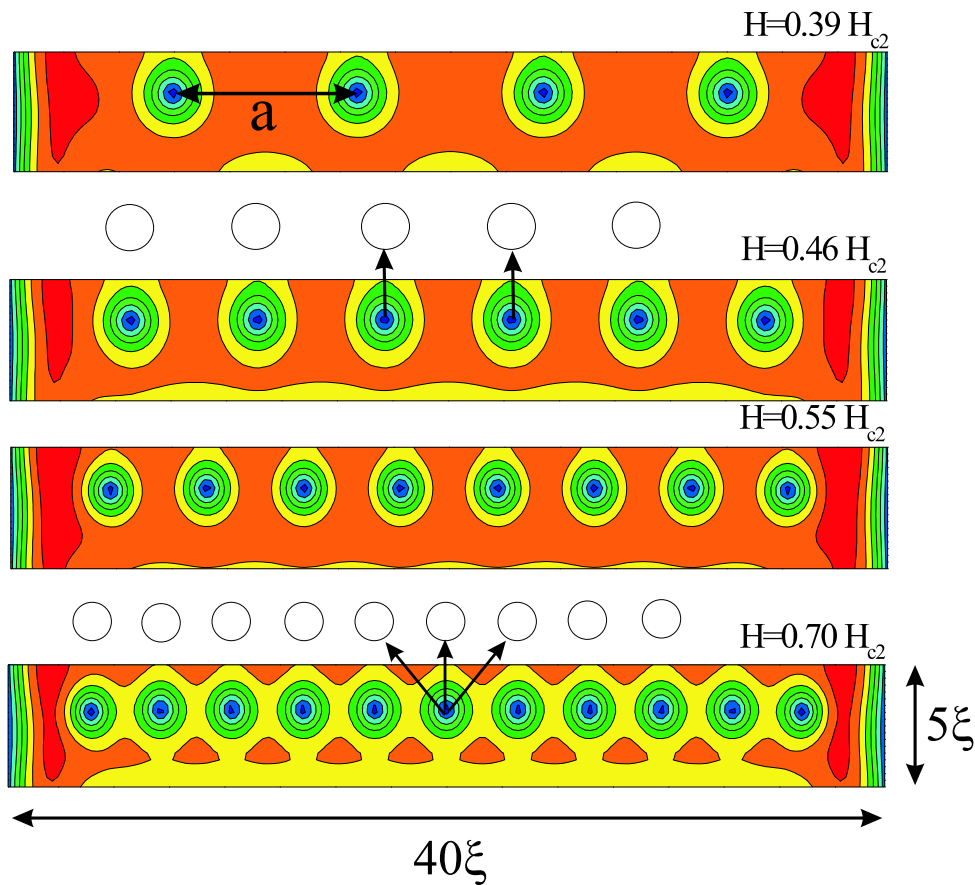


Рис. 91. Распределение $|\Delta|$ в пленке с шириной $w = 5\xi$ и длиной $L = 40\xi$ при различных магнитных полях и токах чуть ниже $I_c(H)$. Кружки показывают позицию ближайших 'изображений' в цепочке вихрей. В достаточно слабых полях (когда $a > w$) основное притяжение к краю возникает за счет собственного 'изображения', тогда как в больших полях (когда $a < w$) в дополнение существует заметное притяжение от 'изображений' соседних вихрей, находящихся на расстоянии меньшем, чем w .

$r \sim w$ от левого края (левый край на рисунке 89 соответствует нижнему краю на рисунках 90-91). Это означает, что уменьшение тока на левом краю будет слабее для широких пленок $w \gg \xi$, по сравнению с относительно узкими пленками ($w \sim \xi$). Следовательно, возможна ситуация, когда с увеличением транспортного тока новые вихри будут входить в пленку (при $j_{scr} + j_{tr} + j_{vort} \geq j_{dep}$), а уже вошедшие вихри еще не могут выйти из пленки, и это запустит механизм постоянного течения (движения) вихрей. Численный расчет показывает, что в широких пленках резистивное состояние начинается согласно этому сценарию (по крайней мере в полях, когда существует только одна цепочка вихрей в пленке). Тогда становится понятным, что чем шире

пленка, тем меньше надо увеличить I для того, чтобы создать новую цепочку вихрей и это объясняет малую величину пик-эффекта в широких пленках с $w \gg \xi$.

Численные расчеты показали, что в пленках с шириной $w \lesssim 10\xi$ резистивное состояние при $H > H^*$ начинается с выхода цепочки вихрей, последовательным входом новой цепочки и т.д. В таких пленках I_c увеличивается до такого магнитного поля, при котором межвихревое расстояние становится меньше, чем ширина пленки (а не поля порядка H_{c2} , как предполагалось в работе [44]). С дальнейшим увеличением магнитного поля каждый вихрь в цепочке сильнее взаимодействует с соседними вихрями и их 'изображениями' (при $a > w$ межвихревое взаимодействие убывает экспоненциально с ростом расстояния между вихрями [44, 47]), что способствует притяжению вихрей к ближайшему краю пленки (см. рисунок 91). Такой же эффект существует в относительно широких пленках, где даже небольшое увеличение H выше H^* приводит к $a < w$ (см. рисунок 90). В обоих случаях, усиление захвата вихрей в пленке, благодаря увеличению $j_{scr}(H)$, компенсируется увеличенным притяжением к краям пленки из-за уменьшения a . Это приводит к уменьшению I_c в полях, в которых $a(H) < w$. В полях близких к H_{c3} , дополнительное уменьшение I_c происходит из-за подавления $|\Delta|$.

Нами было исследовано, как наличие краевых дефектов и однородное подавление сверхпроводимости вдоль краев пленки влияет на пик-эффект. Локальные краевые дефекты моделировались локальным понижением T_c в полукруге радиуса ξ , помещенным на край пленки (см. вставку на рисунке 92), тогда как однородное подавление сверхпроводимости вдоль края моделировалось уменьшением T_c на расстоянии $\xi/4$ около края пленки (см. вставки на рисунке 92 и на рисунке 100). В обоих случаях уменьшение T_c вело к локальному подавлению $|\Delta|$ в области дефекта и вдали от него - см. вставку на рисунке 92.

На рисунке 92 показана зависимость $I_c(H)$ для обоих типов дефектов (более низкое значение Δ_{edge} соответствует более низким значениям локальной T_c). Однородное подавление T_c вдоль краев сдвигает позицию пика в сторону больших полей, что объясняется уменьшением эффективной 'сверхпроводящей' ширины пленки (область пленки, которая имеет сверхпроводящие свойства показана на

вставке к рисунку 101). Локализованные краевые дефекты приводят к появлению двух пиков (см. кривую с квадратами на рисунке 92). Первый пик связан с одиночным вихрем, локализованным вблизи одного из краевых дефектов (в области между дефектом и NS границей) и второй с цепочкой вихрей, которая появляется при большем H . Если уменьшать T_c в области локализованного дефекта, зависимость $I_c(H)$ становится более нерегулярной (здесь не представлено) и становится трудно выделить какой-нибудь определенный пик. Данный эффект объясняется наличием различных ширин (вблизи локализованного дефекта 'сверхпроводящая' ширина меньше геометрической ширины пленки) и пики, которые появляются при различных магнитных полях, накладываются друг на друга.

Можно сравнить рассчитанные $I_c(H)$ с результатами предыдущих теоретических работ и с результатами экспериментов. Из уравнений 18,20 работы [44] можно найти позицию минимума $H^* \simeq (H_s + H_0)/2$. Из этого выражения следует, что $H^* \simeq H_s/2$ в случае широких пленок $w \gg \xi$ ($H_0 \ll H_s$) и $H^* \simeq H_0 \sim H_{c1} \sim H_s$ в случае, когда ширина пленки приближается к критической ширине w^* (для которой $H_0 \sim H_{c1} \sim H_s$), что качественно совпадает с полученным здесь результатом. Амплитуда пика и его позиция не могут быть найдены в приближении, использованном в работе [44].

В работах [45, 46] расчет был выполнен в рамках модели Лондонов и с учетом межвихревого взаимодействия. Вычисленная $I_c(H)$ имела значительно большую амплитуду пиков, чем наш результат (для сравнимой ширины пленки с $w = 25\xi$) - см. рисунок 2 в [45] и рисунок 9 в [46]. Другим отличием является отношение критических токов при $H = 0$ и при $H = H^*$. Для относительно широких пленок $w \gtrsim 10\xi$ это отношение равно 2 в модели Гинзбурга-Ландау - см. рисунок 87(b) (такой же результат следует из работы [44]), тогда как в работах [45, 46] было получено $I_c(0)/I_c^{dip} \sim 10 - 20$.

Вычисленная $I_c(H)$ для широких пленок ($w > 20\xi$) совпадает (полуколичественно) с результатом Максимовой [48] (см. черную сплошную кривую на рисунке 87(b), для которой было использовано $H_s = 0.083H_{c2}$, найденное из модели ГЛ. Количественные отличия (нелинейная зависимость $I_c(H)$ в слабых полях и большие значения I_c в больших полях) могут быть объяснены ограничениями, связанными с моделью

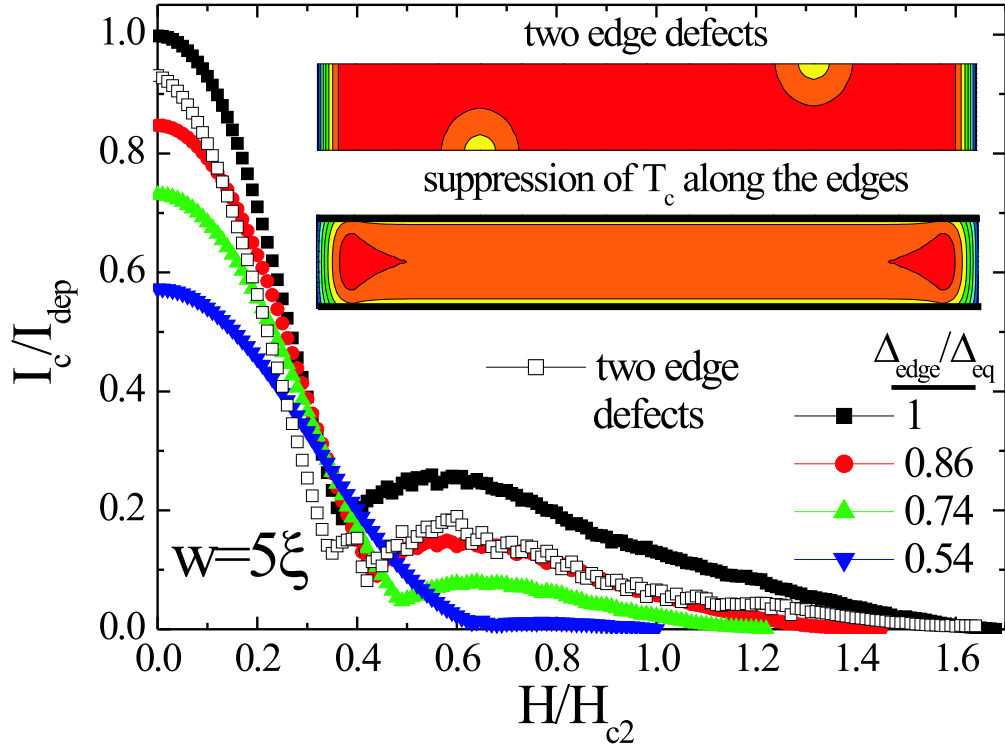


Рис. 92. Зависимость $I_c(H)$ для узкой пленки ($w = 5\xi$) с уменьшенной критической температурой T_c вдоль края (это приводит к локальному уменьшению $|\Delta|$ - на рисунке Δ_{edge} нормализован на $\Delta_{eq} = \Delta_{GL}(1 - T/T_c)^{1/2}$). Кривая с пустыми квадратами соответствует пленке с двумя локализованными краевыми дефектами (с выбранным значением T_c^{loc} , минимальное значение $|\Delta|$ в области дефекта равно $0.76 \Delta_{eq}$). На вставке показано распределение $|\Delta|$ в пленке, рассчитанное при $H = 0$ и $I = 0$ для обоих типов подавления T_c .

Лондонов. Нелинейное уменьшение I_c в слабых полях возникает из-за подавления $|\Delta|$ транспортным током, что является наиболее заметным при $I \sim I_{dep}$. Этот эффект обсуждался в работах [166, 167] и он был экспериментально подтвержден в [167] для узких оловянных мостиков. Более высокие значения I_c в модели ГЛ при $H \gg H_s$ возникают из-за наличия прикраевого слоя с шириной порядка ξ (который обеспечивает конечный I_c вплоть до поля $H = H_{c3}$) и данный эффект не может быть учтен в модели Лондонов, в которой формально $\xi \rightarrow 0$.

Узкие пленки с шириной $w \simeq 3 - 7\xi$ были экспериментально исследованы в

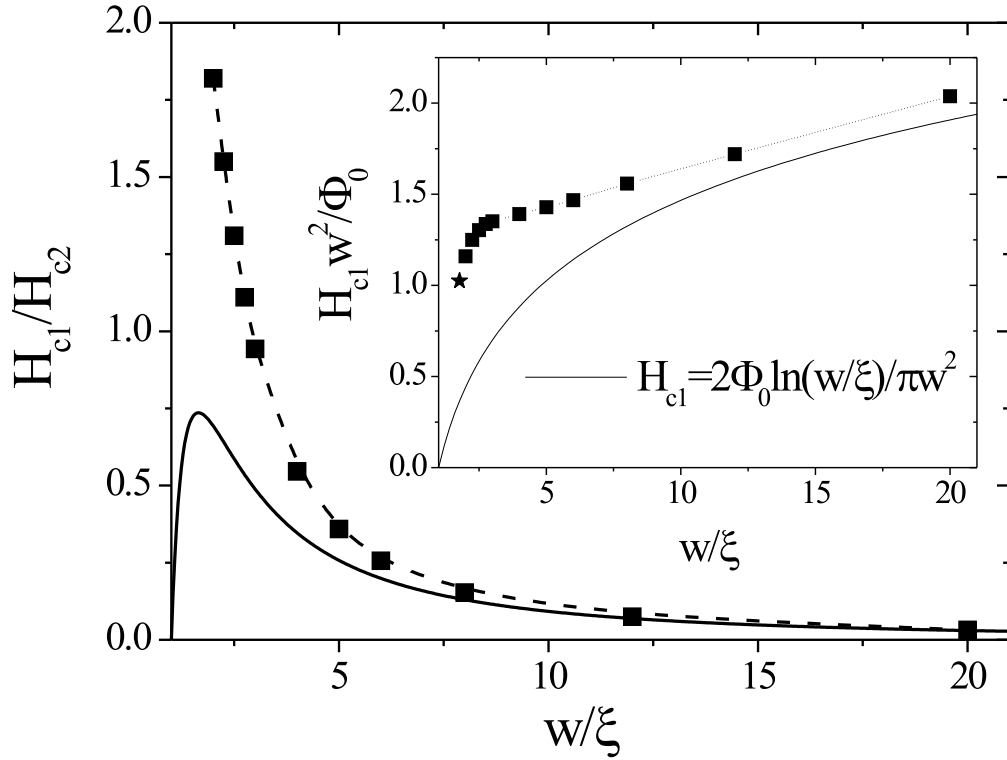


Рис. 93. Зависимость первого критического поля H_{c1} (квадраты) от ширины пленки, полученная из численного расчета в модели Гинзбурга-Ландау. Черная сплошная линия следует из результата, полученного в модели Лондонов [44, 45, 47]. При $w = 2\xi$ поле H_{c1} очень близко к критическому полю пленки H_c (случай более узких пленок не рассматривался). Звезда на вставке к рисунку соответствует полю $H_{c1} = H_c \simeq 1.025\Phi_0/w^{*2}$ для пленки с $w = w^* \simeq 1.8\xi$ (см. [170]).

работах [42, 43]. В обоих экспериментах на зависимости $I_c(H)$ были обнаружены минимумы и максимумы (пики). Позиция первого (единственного в работе [42]) минимума приблизительно следует найденной величине $H = H^* \sim H_s/2 \sim H_{c1}$, где зависимость $H_{c1}(w)$, полученная в рамках модели Гинзбурга-Ландау показана на рисунке 93 (H_{c1} была найдена из условия, что при $H = H_{c1}$ энергия пленки с одним вихрем и без вихря равны). Кроме того, отношение $I_c(0)/I_c^{min}$, которое можно найти из рисунка 1 работы [42] для пленки с $w \simeq 4\xi$ близко к значению, полученному численно для пленки с шириной $w = 4 - 5\xi$. К сожалению количественное сравнение с результатами работы [43] оказывается затруднительным, из-за использованного в

данной работе логарифмического масштаба представления полученных зависимостей $I_c(H)$ и отсутствия данных о ширине пленки в единицах $\xi(T)$. Можно только сделать вывод, из-за наличия трех пиков в зависимости $I_c(H)$ (причем второй и третий имели скорее характер кинков, чем пиков), что ширина пленки лежала в пределе $w \simeq 10 - 12\xi(T)$ при наименьшей выбранной температуре.

В недавних работах [168, 169] были найдены экспериментальные зависимости $I_c(H)$ для сверхпроводящих пленок с $w \gg \xi$. В работе [168] для NbN пленки с шириной $w \simeq 17\xi$ наблюдался пик-эффект (в поле близком к $H_s/2$), а также были обнаружены следы входа второй и третий цепочек вихрей (они были видны как кинки на зависимости $I_c(H)$). В работе [169] исследовались значительно более широкие NbN, Nb и TaN пленки (с шириной $w \simeq 100 \div 500\xi$, но все еще меньшей или сравнимой с Λ) и, тем не менее, также наблюдался пик-эффект (во всех случаях в полях, близких к $H_s/2 \sim \Phi_0/\xi w$). В этой же работе приведены рассчитанные $I_c(H)$ (в рамках модели Гинзбурга-Ландау), для пленок с $w = 40\xi$ и 80ξ , на которых также виден пик-эффект, но его относительная амплитуда была меньше, чем для пленок с $w \leq 20\xi$.

Перейдем теперь к нахождению седловых состояний (пороговых флуктуаций) и их энергии. Как было показано в разделе 5.1, в пленках с шириной $w \gtrsim 4.4\xi$ наименьшей энергией обладает вихревое седловое состояние при токе $I \rightarrow 0$. В более узких пленках энергии состояния Лангера и Амбегаокара и вихревого состояния имеют практически ту же самую энергию. Таким образом, в дальнейшем мы будем рассматривать только вихревые состояния и будем искать их энергию в зависимости от магнитного поля.

На рисунке 94 показана качественная зависимость энергии пробного вихря, помещенного в различные места пленки при двух значениях магнитного поля. Седловым состояниям соответствуют максимумы данной зависимости. Для того чтобы вихрь мог пройти сквозь пленку в полях меньших поля H_0 необходима энергия δF_{en} . В полях $H > H_0$ появляется локальный минимум в зависимости $\delta F(x)$ и возникает барьер для выхода вихря из пленки δF_{ex} . В вероятность прохода вихря через пленку $\sim \exp(-\delta F/k_B T)$ будет входить максимальный из двух барьеров, что подразумевает знание величины обоих барьеров.

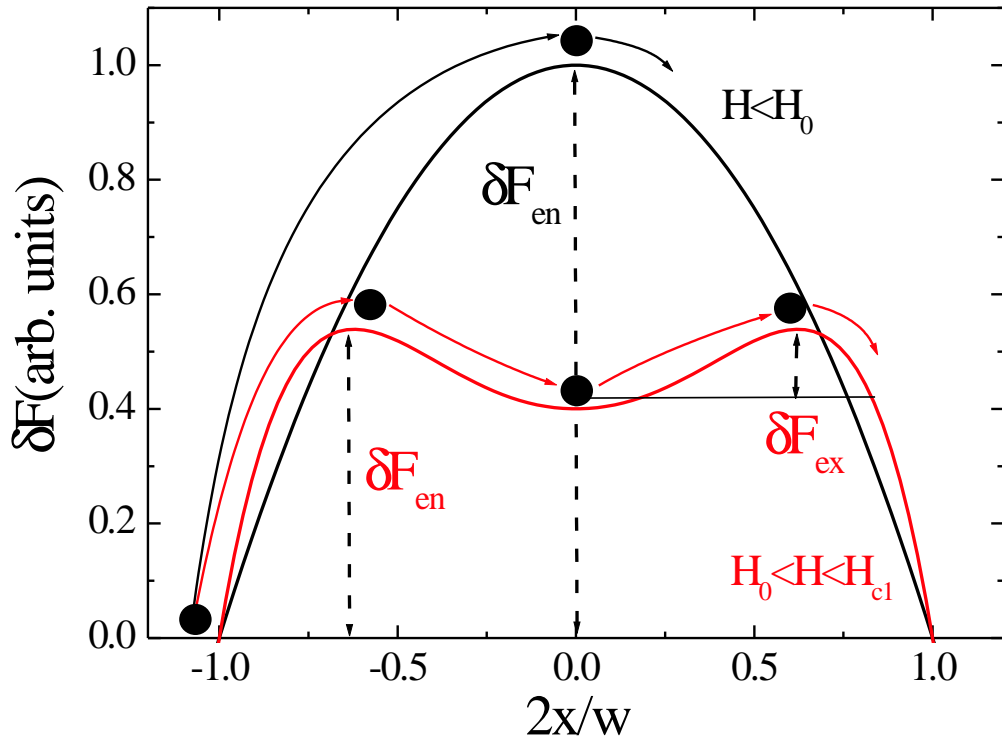


Рис. 94. Качественное распределение энергии пробного вихря, помещенного в точку x узкой сверхпроводящей пленки в поле $H < H_{c1}$.

В полях $H < H_{c1}$ барьер на вход больше барьера на выход ($\delta F_{en}(H) > \delta F_{ex}(H)$) и вероятность для входа вихря $P_{en} \sim \exp(-\delta F_{en}(H)/k_B T)$ меньше, чем вероятность для его выхода $P_{ex} \sim \exp(-\delta F_{ex}(H)/k_B T)$. Следовательно, в среднем по времени, вихри будут отсутствовать в пленке (при этом предполагается, что данные вероятности не бесконечно малы и вихри не могут быть 'заморожены' в пленке) и можно считать энергию пробного вихря в отсутствие других вихрей в пленке.

В поле равном или большем H_{c1} , P_{en} может быть как меньше, так и больше чем P_{ex} и необходимо учитывать наличие вихрей в пленке при расчете энергии седлового состояния. Как и выше, в дальнейшем предполагается, что вероятности P_{en} и P_{ex} не экстремально малы (иначе измеряемое сопротивление также было бы мало). Ясно, что при любом магнитном поле $H > H_{c1}$, число вихрей в пленке определяется из баланса $P_{en} \sim P_{ex}$ (или $\delta F_{en} \sim \delta F_{ex}$) которое совпадает с условием, что

пленка находится в основном состоянии. Это обстоятельство существенно упрощает вычисления δF_{en} и δF_{ex} , так как в этом случае можно рассматривать только переходы между основным и ближайшими метастабильными состояниями (в которых количество вихрей меньше или больше на единицу, чем в основном состоянии). Но даже в этом случае есть два варианта для термоактивационного прохода вихря через пленку - см. рисунок 95. Численный расчет величины барьеров показал, что в варианте 1 максимальный барьер соответствует барьеру на выход (при $H > H_{c1}$), тогда как в варианте 2 максимальный барьер соответствует барьеру на вход (при $H > H_{c1}$) и он больше, чем δF_{ex} , за исключением магнитных полей, в которых число вихрей в пленке меняется на единицу в основном состоянии (см. рис. 96). Из-за похожей зависимости $\delta F_{max}(H)$ в обоих случаях и, в среднем, более низкой величины δF_{max} в варианте 1, чем в варианте 2, расчет энергетических барьеров выполнялся для варианта 1.

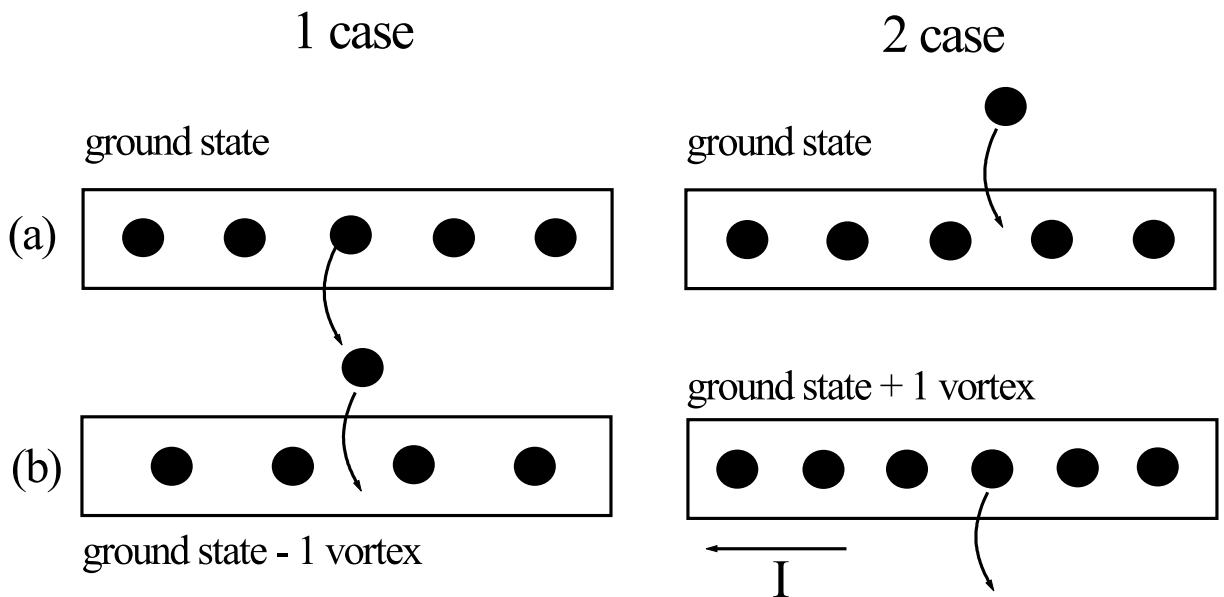


Рис. 95. Два варианта прохода вихря через пленку, находящейся в основном состоянии при $H > H_{c1}$. Вариант 1 имеет наименьший энергетический барьер, за исключением магнитных полей, где в основном состоянии число вихрей в пленке меняется на единицу.

Для вычисления энергии седловых состояний использовался метод, описанный в разделе 5.1. Примеры полученных вихревых и зародышевых безвихревых состояний приведены на рисунке 97(а-с).

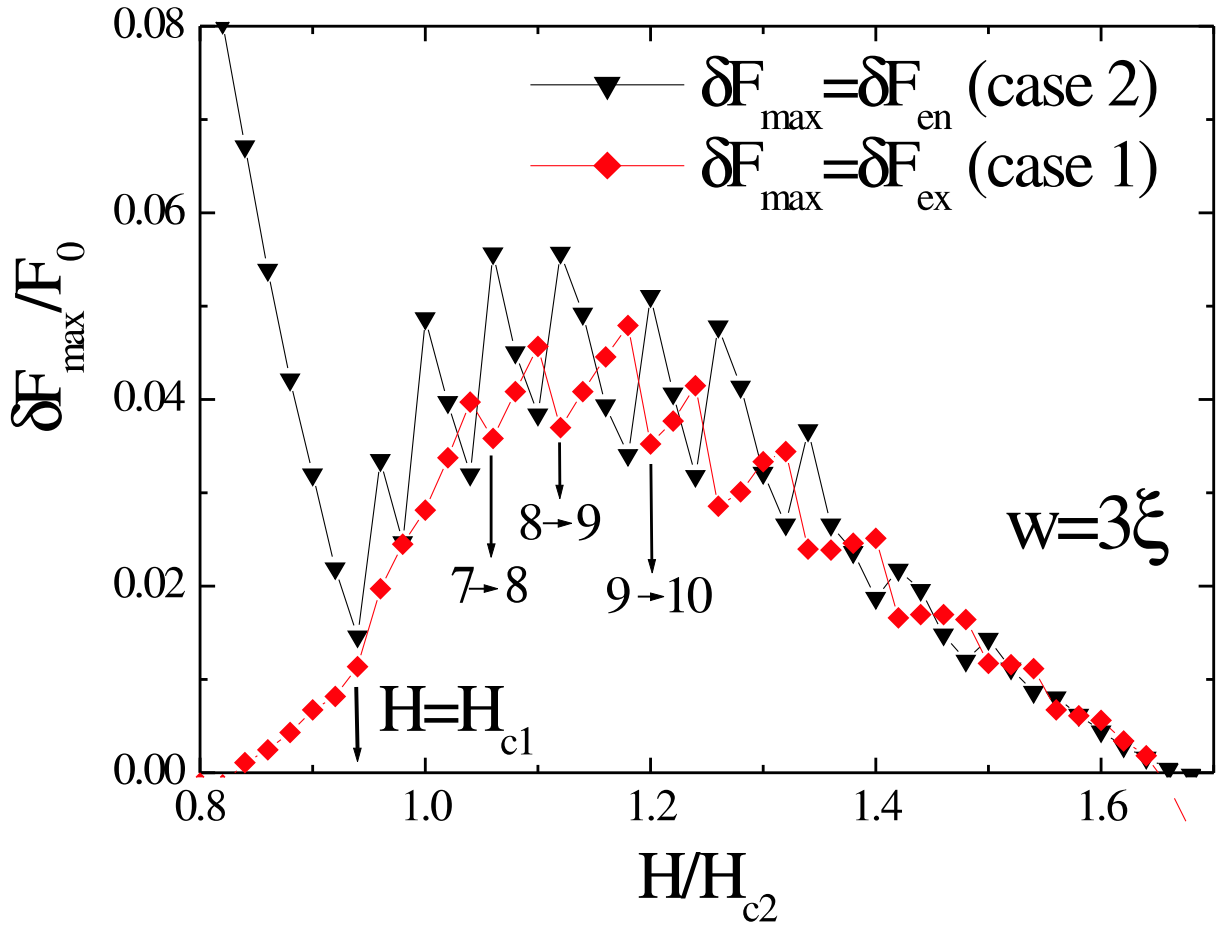


Рис. 96. Зависимость максимального барьера для входа/выхода вихря от магнитного поля для двух вариантов прохода вихря через пленку (см. рисунок 95). Числа на рисунке показывают изменения в количестве вихрей в пленке при данных магнитных полях. Ширина пленки $w = 3\xi$, длина $L = 40\xi$.

Зная оба барьера можно вычислить магнетосопротивление, используя следующее выражение

$$R(H) = R_0 \exp(-\delta F_{max}/k_B T). \quad (5.7)$$

где $\delta F_{max} = \max\{\delta F_{en}, \delta F_{ex}\}$. Уравнение 5.7 содержит префактор R_0 который может быть найден только из решения нестационарной задачи [149, 150]. Он был вычислен для квазиодномерной проволоки: $R_0 \sim (\delta F/k_B T)^{1/2}$ [149, 150] в пределе, когда проход вихря (одиночное проскальзывание фазы) является редким событием ($\delta F/k_B T \gg 1$). Но, если $\delta F/k_B T \gg 1$, то становится ясным, что основная зависимость R от H возникает от экспоненты. Кроме того, когда $H \rightarrow H_c$ и $\delta F \rightarrow 0$ сопротивление проволоки должно стремиться к его значению в нормальном состоянии. Следовательно, для вычисления магнетосопротивления было

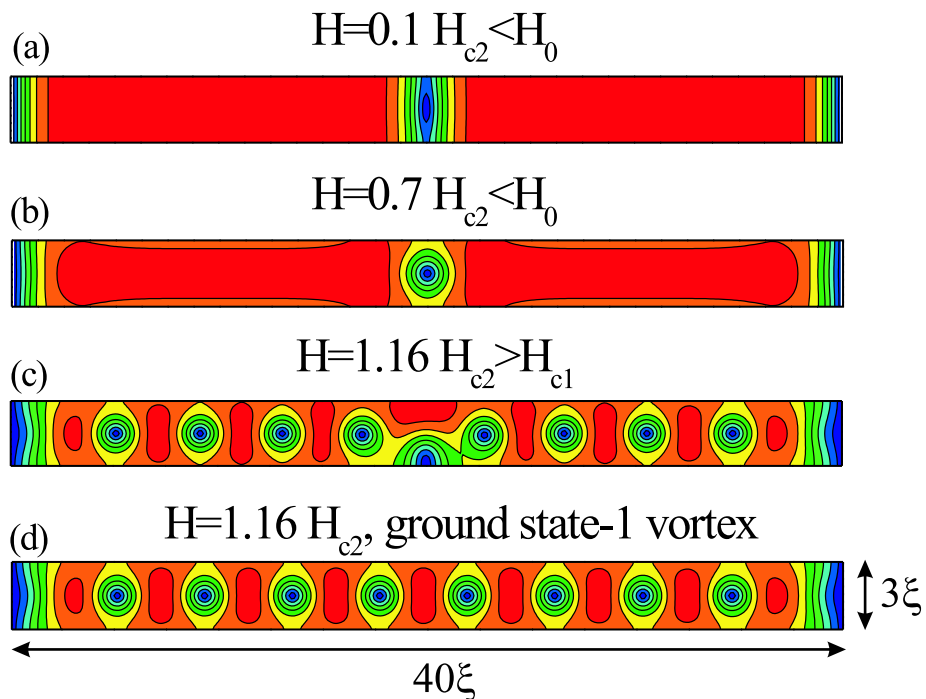


Рис. 97. (а-с) Распределение $|\Delta|$ в седловых состояниях при различных магнитных полях. На рисунке (d) показано распределение $|\Delta|$ в метастабильном состоянии, которое соответствует состоянию (b) варианта 1 на рисунке 95.

использовано следующее выражение

$$R(H) = R_n \exp(-\delta F_{max}/k_B T) \quad (5.8)$$

На рисунке 98 показана зависимость максимального барьера δF_{max} от приложенного магнитного поля для пленок с ширинами $w = 2 - 5\xi$. Максимальный барьер соответствует δF_{en} при $H < H_{c1}$ и δF_{ex} при больших полях. Также как и в случае с $I_c(H)$ существует диапазон магнитных полей, в котором δF_{max} увеличивается с увеличением H (и, следовательно, R уменьшается согласно выражения 5.8). На вставке к рисунку 98 показан диапазон больших полей для пленки с $w = 3\xi$ из которого видно, что оба барьера δF_{en} и δF_{ex} увеличиваются в полях $H > H_{c1}$. Также заметными являются осцилляции $\delta F(H)$ (практически с тем же периодом, что и $I_c(H)$), которые связаны с изменением количества вихрей в пленке. Из-за конечной длины пленки, межвихревое расстояние в цепочке вихрей изменяется скачком и это приводит к скачкам δF_{en} и δF_{ex} . Когда число

вихрей в пленке постоянно, то оба барьера меняются непрерывным образом: δF_{en} уменьшается, а δF_{ex} увеличивается, так как $j_{scr}(H)$ непрерывно увеличивается с ростом магнитного поля.

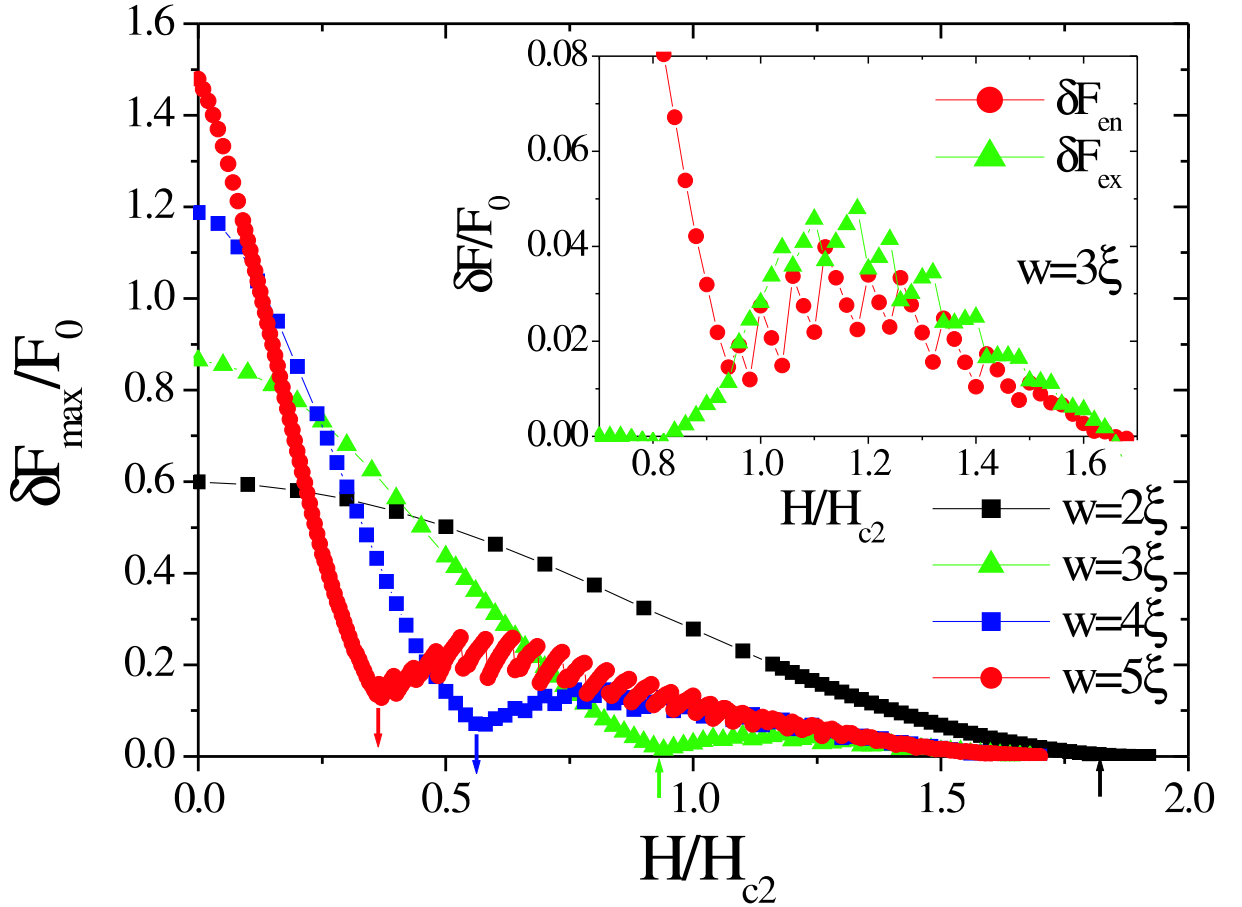


Рис. 98. Зависимость максимального барьера для входа/выхода вихря от магнитного поля для пленок различной ширины. На вставке показаны оба барьера δF_{en} и δF_{ex} для пленки с $w = 3\xi$. Стрелки показывают поля H_{c1} для соответствующей пленки. Длина пленок $L = 40\xi$.

Для пленок с $w \gtrsim 8\xi$ относительное увеличение $\delta F_{max}(H)$ намного меньше, чем для более узких пленок (ср. рисунки 98 и 99). В таких пленках межвихревое расстояние становится сравнимым с w уже в полях, близких к H_{c1} (см. рисунок 100) и захват вихрей экранирующим током j_{scr} компенсируется межвихревым отталкиванием и притяжением к краям пленки. В более узких пленках $a(H) > w$ в достаточно широком диапазоне магнитных полей (для иллюстрации см. рисунок 91, где число вихрей при $I \simeq I_c(H)$ совпадает с числом вихрей при $I = 0$) и δF_{ex} растет до полей при которых $a(H) \gtrsim w$, а в более сильных полях δF_{ex} уменьшается.

В дополнение, в относительно узких пленках (в которых $H_{c1} \sim H_{c2}$) сверхпроводящий параметр порядка сильно подавлен в пленке при $H \lesssim H_{c1}$ и вход вихревой цепочки приводит к увеличению $|\Delta|$ на краю (из-за частичной компенсации экранирующих токов j_{scr} вихревыми токами j_{vort}). Это, например, приводит к увеличению $\delta F_{en}(H)$ в пленке с $w = 3\xi$ (см. вставку на рисунке 98) тогда как в более широких пленках (в которых $H_{c1} \ll H_{c2}$) данный эффект выражен слабее и $\delta F_{en}(H)$ практически не увеличивается при $H > H_{c1}$.

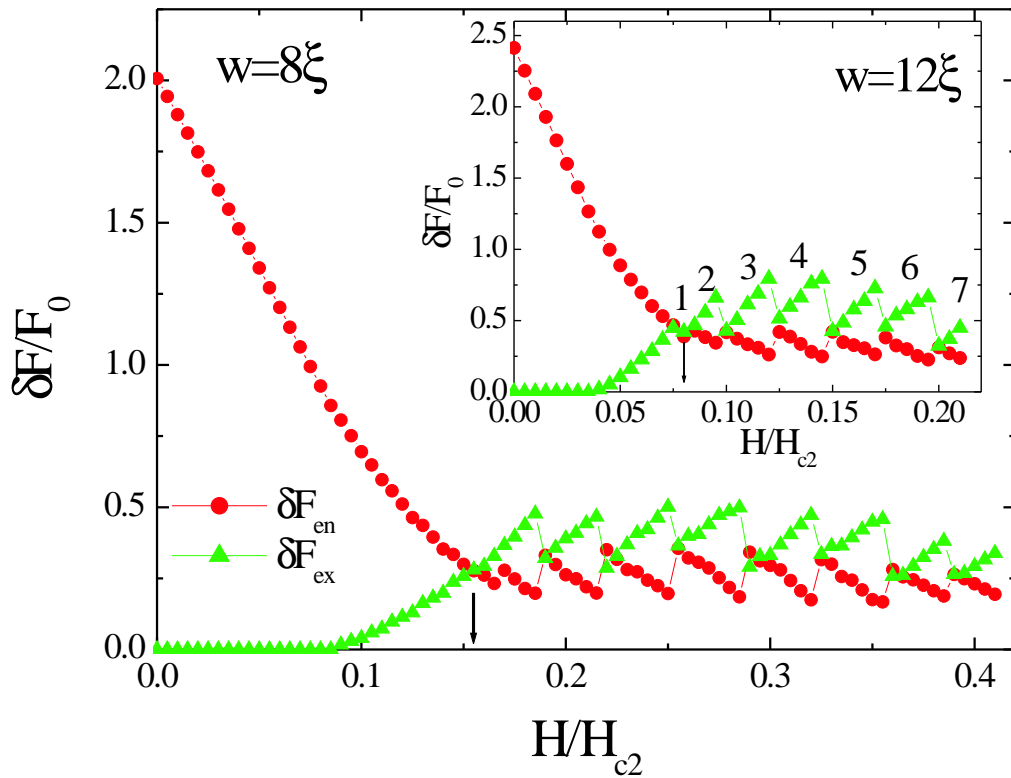


Рис. 99. Зависимость δF_{en} и δF_{ex} от магнитного поля для пленки с шириной $w = 8\xi$. На вставке показаны результаты для пленки с $w = 12\xi$ (числа показывают количество вихрей в пленке в данных магнитных полях). Барьеры вычислены до значений магнитных полей, при которых происходит вход второй цепочки вихрей в пленку. Стрелки указывают положение поля H_{c1} . Длина пленок $L = 40\xi$.

Отметим, что локальный минимум зависимости $\delta F_{max}(H)$ оказывается в поле $H \simeq H_{c1}$ для всех рассмотренных пленок ($w=2-20 \xi$), тогда как первый минимум для

зависимости $I_c(H)$ находится при $H \sim H_s/2$, в случае достаточно широких пленок. Этот результат неудивителен, так как в относительно широких пленках, в которых $H_{c1} \lesssim H_s/2$ вихри 'вымываются' из пленки транспортным током при $H = H_{c1}$, когда $I \rightarrow I_c(H)$ (см. обсуждение ниже рисунка 89) и минимум может появиться только в больших полях.

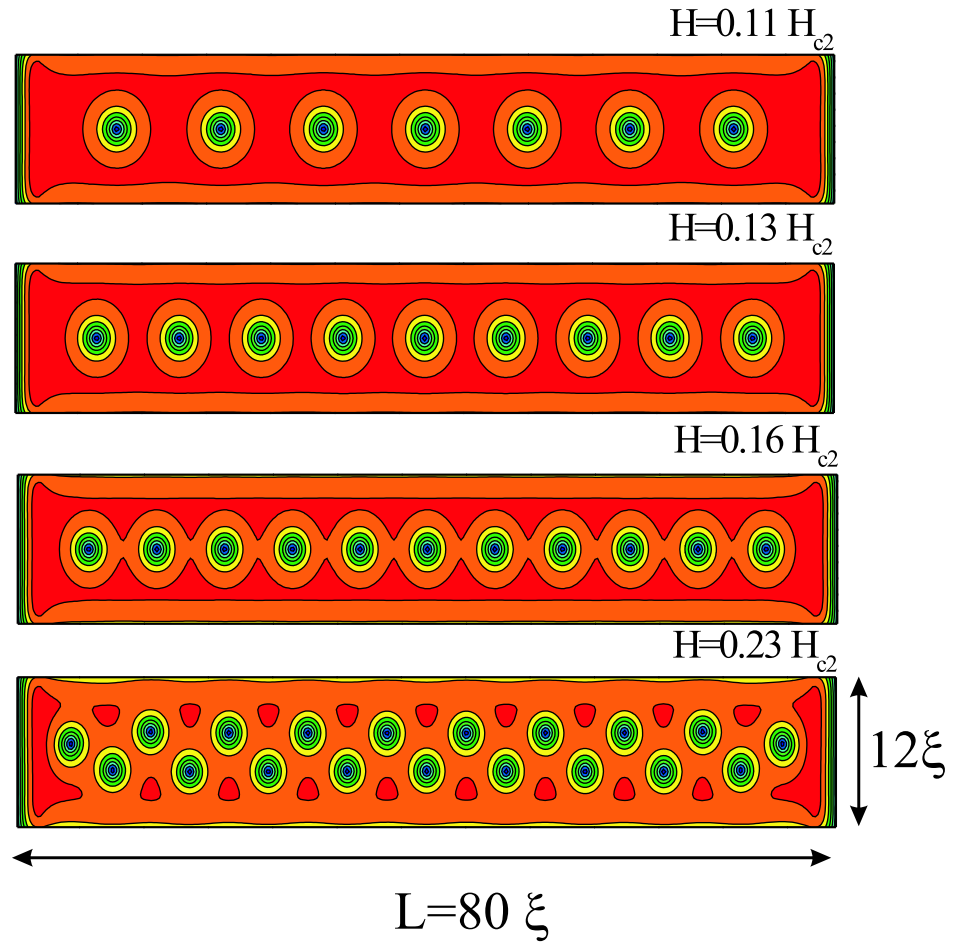


Рис. 100. Распределение $|\Delta|$ в пленке с $w = 12\xi$ и $L = 80\xi$, находящейся в основном состоянии при различных магнитных полях ($I = 0$, ср. с рисунком 90, где $I \sim I_c(H)$).

Сравним полученные результаты с известными экспериментальными и теоретическими работами. Для относительно широких пленок барьер на вход δF_{en} в слабых полях $H < H_0$ уменьшается практически линейно с ростом H (см. рисунок 99), что совпадает с результатом, полученным в модели Лондонов [47, 48]. Для относительно узких пленок δF_{en} меняется нелинейно с H , что отражает вклад энергии кора вихря, который меняется с ростом магнитного поля (ср. распределения

$|\Delta|$ на рисунке 97 при $H = 0.1H_{c2}$ и $H = 0.7H_{c2}$), тогда как в модели Лондонов $E_{core}(H) = const \simeq 0.38F_0$ [47]. Расчет барьеров в присутствии дискретной цепочки вихрей ранее выполнен не был.

Существует большое количество работ [36–41, 172], где была экспериментально обнаружена немонотонная зависимость $R(H)$. Существует простой критерий, чтобы отличить, какие из этих экспериментов имеют отношение к представленным теоретическим результатам. Согласно нашим вычислениям, максимум в зависимости $R(H)$ располагается при $H = H_{c1}$, зависимость которого от ширины пленки показана на рисунке 93. Работы [36, 39–41] относительно хорошо удовлетворяют этому критерию, но количественно, согласие с теорией достигается при использовании немного меньших ширин пленок, чем приведенных в этих работах. Результаты двух других работ [37, 38] также могут быть объяснены предложенной теорией, хотя максимум $R(H)$ располагается в значительно больших магнитных полях $\sim 2.3H_{c1}$. Интересно отметить, что в работах [37, 38] были использованы различные материалы (Sn и a:InO соответственно), но первый максимум в зависимости $R(H)$ происходил практически при том же магнитном поле для пленок со сравнимой шириной (что видно из сравнения рисунка 3(b) в работе [37], с рисунком 2 в работе [38]). Основное отличие между этими экспериментами заключается в наличии осцилляций с малым периодом, обнаруженных в [38], и их период $\Delta H \sim 2\Phi_0/Lw$ оказался близким к нашим результатам для пленок с шириной $w \gtrsim 10\xi$.

Как было показано выше, подавление T_c вдоль краев сдвигает положение минимума в $I_c(H)$ в сторону больших полей. На рисунке 101 показано, что H_{c1} увеличивается при уменьшении параметра порядка вдоль края. Эффект становится сильнее в относительно узких пленках с $w = 5\xi$, в которых уменьшение 'сверхпроводящей' ширины на $\sim 2\xi$ (масштаб действия эффекта близости) сильно влияет на величину H_{c1} . Этот результат показывает, что меньшая 'сверхпроводящая' ширина, чем реальная ширина пленки может быть причиной количественного отличия между теорией и экспериментом.

Другой источник количественного отличия может возникать от используемой в эксперименте геометрии образца. В работе [36] сверхпроводящая пленка

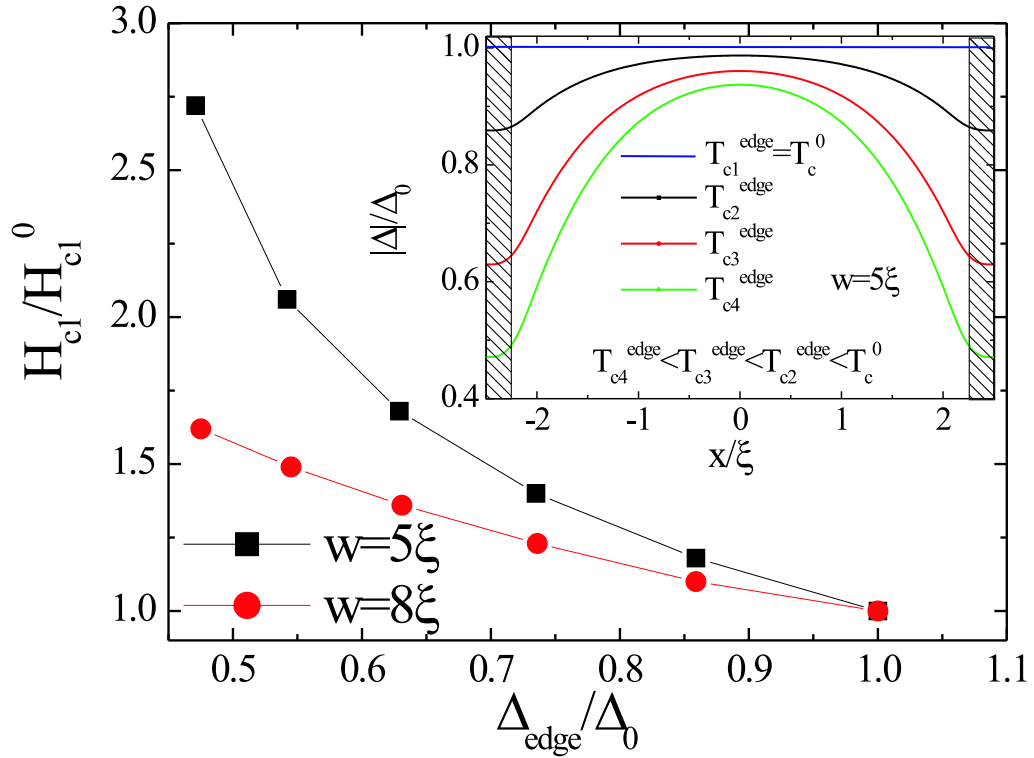


Рис. 101. Зависимость H_{c1} для пленок с номинальной шириной $w = 5\xi$ и 8ξ от уровня подавления $|\Delta|$ на краю, из-за локально меньшей T_c (вблизи края пленки - см. закрашенные области на вставке). На вставке показано распределение $|\Delta|$ поперек пленки для различных T_c^{edge} (при $H = 0$ и $I = 0$).

была напылена на поверхность цилиндра, тогда как в работе [39] изучались цилиндрические нанопроволоки в перпендикулярном магнитном поле, что ставит вопрос о величине поля H_{c1} в этих геометриях.

Отметим, что в некоторых случаях похожая, на первый взгляд зависимость $R(H)$, не может быть объяснена индуцированным вихрями сопротивлением. Например, в работе [172] качественно похожая зависимость $R(H)$ была обнаружена, но максимум располагался при $H \simeq 10^{-4}\Phi_0/w^2 \ll H_{c1}$, из чего можно заключить, что наблюдаемая немонотонность в $R(H)$ имеет другую причину.

На рисунке 102(b) показана зависимость $R(H)$, вычисленная с использованием параметров вольфрамовой пленки ($\xi(0)=6$ нм, $\lambda(0)=640$ нм, $w=50$ нм, $d=30$ нм) взятых из работы [41] (также использовались следующие температурные

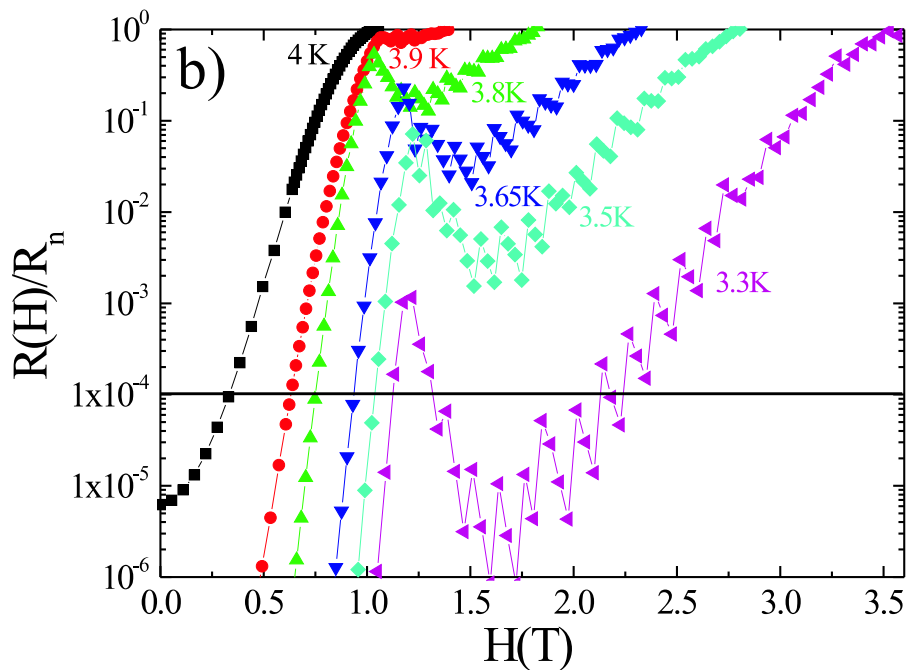
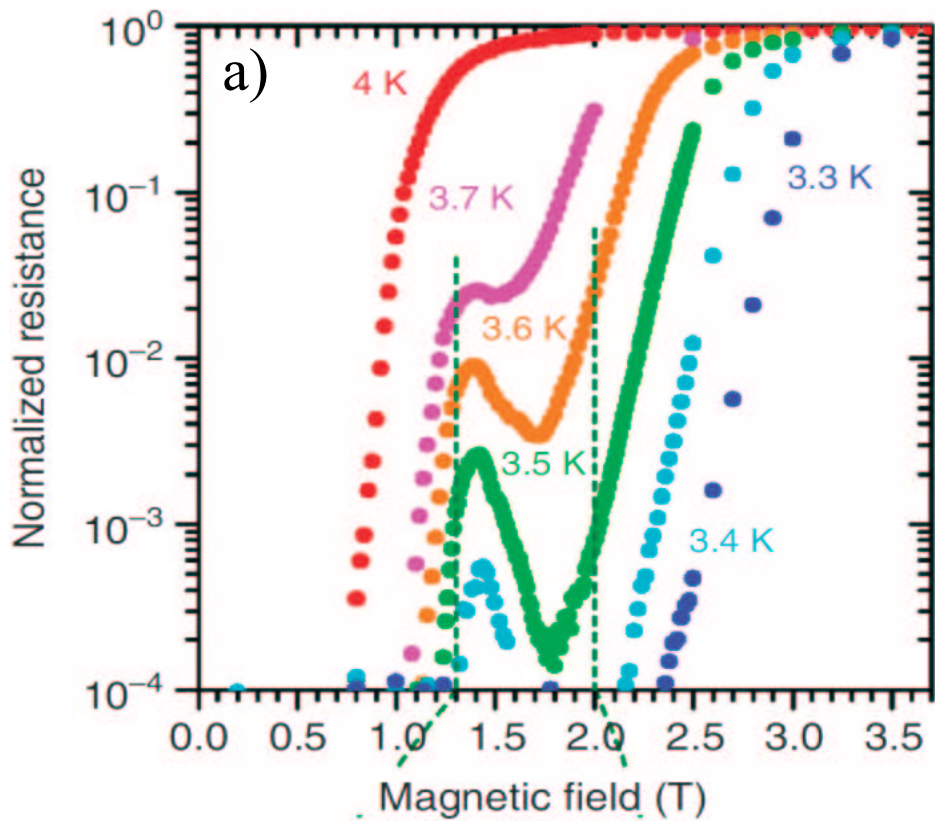


Рис. 102. а) - Магнетосопротивление сверхпроводящей вольфрамовой пленки. Результаты взяты из работы [41]. б) - Магнетосопротивление, вычисленное с помощью выражения 5.8 и численных результатов для $\delta F_{max}(H)$ (часть из них представлена на рисунке 98) с параметрами вольфрамовой пленки из [41]. $w = 2\xi(T)$ при $T=4$ К и $w = 4\xi(T)$ при $T=3.3$ К. Сплошная горизонтальная линия на рисунке б показывает наименьшее измеренное сопротивление в [41].

зависимости $\xi(T) = \xi(0)/(1-T/T_c)^{1/2}$ и $\lambda(T) = \lambda(0)/(1-T/T_c)^{1/2}$. В ходе вычислений были определены температуры, при которых ширина пленки становилась равной 2ξ , 2.5ξ , 3ξ , 3.5ξ и 4ξ и затем, в уравнение 5.8 вставлялись численно полученные значения $\delta F_{max}(H)$ (параметр $F_0/k_B T$ менялся от 20 при $T=4$ К ($w=2\xi$) до 94 при $T=3.3$ К ($w=4\xi$)). В вычислениях не были использованы подгоночные параметры, и тем не менее полученный результат полуколичественно совпадает с результатом работы [41] (см. рис. 102(a)). В работе [41] осцилляции $R(H)$ с малым периодом не были обнаружены, что может быть связано с большой длиной используемой пленки $L \simeq 4\mu m \simeq 670\xi(0)$. Количественное согласие с этим экспериментом может стать лучше, если в расчетах использовать немного меньшую ширину пленки (это приводит к сдвигу максимумов теоретической $R(H)$ ближе к экспериментальным значениям, а также относительное изменение сопротивления при данной температуре становится ближе к эксперименту).

В заключении данного раздела сформулируем основные полученные результаты. Используя модель Гинзбурга-Ландау показано, что транспортные характеристики узких сверхпроводящих пленок (критический ток I_c и сопротивление R , индуцированное термоактивированном проходом вихрей поперек сверхпроводника при $I \ll I_r$) меняются немонотонно с изменением внешнего магнитного поля. Благодаря появлению в пленке цепочки вихрей, в магнитном поле выше некоторого критического, I_c увеличивается, а сопротивление уменьшается, пока межвихревое расстояние в цепочке остается больше, чем ширина пленки. В более сильных полях, где это условие не выполняется, I_c уменьшается, а R наоборот, увеличивается. Показано, что эффект проявляется сильнее всего в пленках с шириной $w \simeq 3 - 8\xi$. В более широких пленках, уже в полях, в которых первая цепочка вихрей входит в сверхпроводник, межвихревое расстояние становится меньше или порядка w и обнаруженный эффект становится слабее, однако остается еще заметным в пленках с $w \gg \xi$. В более узких пленках с $w \lesssim 2\xi$ данный эффект отсутствует из-за отсутствия вихрей.

Сравнение теории с экспериментами показало хорошее качественное согласие в положении максимума в зависимости как $I_c(H)$, так и $R(H)$, а также в изменении

формы зависимости $R(H)$ с изменением температуры. Согласие становится количественным, если использовать меньшую ширину пленки, что с физической точки зрения может быть связано с ухудшением сверхпроводящих свойств около краев пленки. Если оно происходит однородно вдоль пленки, то это оказывает слабое влияние на наличие пик-эффекта и только лишь сдвигает позицию пика в сторону больших магнитных полей и изменяет его высоту. В противоположность этому, локальное изменение физических свойств (ширины или T_c) приводит к разрушению пик-эффекта, если эти вариации достаточно сильные.

Конечная длина пленки приводит к появлению дополнительных осцилляций в $I_c(H)$ и $R(H)$, которые связаны с дискретным изменением количества вихрей в пленке. Амплитуда этих осцилляций уменьшается с увеличением длины пленки, но они остаются заметными даже для пленок с длиной $L = 40\xi$. Период этих осцилляций зависит от ширины пленки и находится в количественном согласии с экспериментом.

6. Фотоиндуцированное рождение пары вихрь-антивихрь в токонесущей узкой сверхпроводящей пленке

В заключительной главе диссертации рассматривается вопрос о критическом токе узкой сверхпроводящей пленки, при наличии в ней конечной области с частично подавленным сверхпроводящим параметром порядка. Данная область может возникнуть из-за внутренних дефектов (локальной вариации критической температуры, длины свободного пробега) или создана искусственно (посредством напыления нормального металла или уменьшения толщины пленки в ограниченной области). Кроме того, такая область вероятно возникает после поглощения *одиночного фотона* с энергией много больше, чем энергия сверхпроводящей щели (энергетической щели в спектре квазичастиц). В последнем случае предполагается, что поглощенный фотон создает большое количество неравновесных квазичастиц в ограниченной области сверхпроводника, которые локально давят сверхпроводящий параметр порядка (см. например [49, 51–54, 173]). В современной литературе такая область носит название 'горячего' пятна из-за наличия 'горячих' неравновесных квазичастиц, созданных поглощенным фотоном.

План главы следующий. В разделе 6.1 представлена модифицированная модель 'горячего' пятна и уравнения, на основе решения которых решается задача об устойчивости сверхпроводящего состояния пленки с 'горячим' пятном. В разделе 6.2 приводятся результаты численного моделирования, а также аналитические результаты, полученные на основе упрощенной модели 'горячего' пятна. В разделе 6.3 рассчитана зависимость порогового (критического) тока сверхпроводящей пленки с 'горячим' пятном, от энергии, требуемой для подавления сверхпроводимости в области 'горячего' пятна. В этом же разделе приведено сравнение полученной зависимости с результатами нескольких экспериментов, выполненных в различных научных группах. Результаты исследований опубликованы в работах [A21, A24, A25, A26].

6.1. Модифицированная модель 'горячего' пятна

Рассмотрим двухмерную сверхпроводящую пленку конечной ширины и место поглощения фотона ('горячее' пятно) будем моделировать кругом конечного радиуса (см. вставки на рисунке 103(a)), внутри которого квазичастичная функция распределения отклоняется от своего равновесного значения. Наличие 'горячего' пятна влияет на величину сверхпроводящего параметра порядка и на величину критического тока. Чтобы найти его величину мы численно решим уравнение Гинзбурга-Ландау

$$\xi_{GL}^2 \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y^2} \right) + \left(1 - \frac{T_{bath}}{T_c} - \Phi_1 - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2} \right) \Delta = 0, \quad (6.1)$$

с дополнительным членом [9, 10, 108],

$$\Phi_1 = - \int_{|\Delta|}^{\infty} \frac{(f_L - f_L^0)}{\sqrt{\epsilon^2 - |\Delta|^2}} d\epsilon, \quad (6.2)$$

который описывает влияние нечетной по энергии части неравновесной функции распределения $f_L(\epsilon) \neq f_L^0(\epsilon)$ на $|\Delta|$ (см. ур. 1.5 с $R_2 = |\Delta|/\sqrt{\epsilon^2 - |\Delta|^2}$). Отметим, что мнимая часть уравнения 6.1 приводит к условию непрерывности сверхпроводящего тока $div j_s = 0$, так что решение уравнения 6.1 автоматически дает правильное распределению тока вблизи 'горячего' пятна.

Как обычно, при численном решении удобно перейти к безразмерным переменным (длина обезразмеривается в единицах $\xi(T_{bath}) = \xi_{GL}/(1 - T_{bath}/T_c)^{1/2}$ и $|\Delta|$ в единицах $\Delta_{eq} = \Delta_{GL}(1 - T_{bath}/T_c)^{1/2}$), в результате чего уравнение 6.1 примет следующий вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (\alpha - |\psi|^2) \psi = 0, \quad (6.3)$$

где $\alpha = (1 - T_{bath}/T_c - \Phi_1)/(1 - T_{bath}/T_c)$. В уравнении 6.3 влияние поглощенного фотона на сверхпроводящие свойства пленки описывается единственным параметром α , который в реальной ситуации должен зависеть от координат и времени из-за $f_L(\epsilon, \vec{r}, t)$ (в равновесии $\alpha = 1$). В нашей модели мы используем статическое приближение для 'горячего' пятна (с $\alpha(t) = const$ внутри пятна). Такое приближение справедливо из-за различных временных масштабов, существующих в данной проблеме. В течении начального, очень короткого промежутка времени, горячие квазичастицы с энергией много больше Δ_{eq} (появляющиеся сразу после поглощения

фотона - см. например [174]) рождают большое количество неравновесных квазичастиц с энергией порядка Δ_{eq} , после чего процесс релаксации энергии становится значительно более медленным. Действительно, низкоэнергетические неравновесные квазичастицы медленно (из-за их низкой групповой скорости) диффундируют в пленке, но одновременно, их наличие подавляет Δ локально, ниже его равновесного значения. Это приводит к появлению квазичастиц с энергией меньше чем Δ_{eq} , которые оказываются захваченными 'горячим' пятном. Такие неравновесные квазичастицы могут релаксировать только за счет неупругого рассеяния на фононах, с некоторым характерным временем τ_{e-ph} . Поэтому, можно ожидать, что это время и определяет финальную стадию эволюции 'горячего' пятна. Однако время изменения $|\Delta|$ при низких температурах пропорционально $\sim \hbar/\Delta_{eq}$, которое значительно меньше, чем τ_{e-ph} . Следовательно, на временном масштабе изменения Δ можно считать, что квазичастичная функция распределения меняется слабо (во всяком случае на конечной стадии эволюции 'горячего' пятна).

В одной из наших работ на данную тему [175] была использована модель локальной температуры (неравновесная $f(\epsilon)$ описывалась распределением Ферми-Дирака с температурой $T_{loc} \neq T_{bath}$) и решалось уравнение теплопроводности для нахождения пространственной и временной динамики T_{loc} после поглощения одиночного фотона. Данная модель сильно упрощает реальную ситуацию, так как это приближение не учитывает отсутствие диффузии квазичастиц с энергией $\epsilon \leq \Delta_{eq}$ и, кроме того, оно подразумевает, что в любой момент времени квазичастицы находятся в локальном равновесии, что является достаточно грубым приближением, так как электрон-электронное неупругое время релаксации сравнимо с τ_{e-ph} , в используемых в настоящее время детекторах. Однако модель локальной температуры приводит качественно к тем же результатам, что и статическая модель 'горячего' пятна, представленная здесь. Это не удивительно, так как в модели локальной температуры управляющий параметр $\alpha(\vec{r}, t) = (1 - T_{loc}(\vec{r}, t)/T_c)/(1 - T_{bath}/T_c)$. Если α меняется ступенчато (что будет использовано в дальнейшем), то это соответствует ступенчатому распределению T_{loc} в пространстве, которое приводит к качественно похожему подавлению Δ , как и в случае гауссо-подобного распределения

T_{loc} , следующего из уравнения теплопроводности (см. уравнение (13) в работе [175]).

Заметим, что различные распределения $f(\epsilon)$ могут приводить к тому же значению α , из-за интегральной зависимости Φ_1 и α от $f(\epsilon)$ (см. выражение 6.2). Точное определение $f(\epsilon)$ требует решения кинетического уравнения, что является достаточно сложной технической задачей (см. например [174]) и находится за рамками рассматриваемой модели. Но для того что оценить возможное значение α предположим для простоты, что $f(\epsilon)$ описывается распределением Ферми-Дирака с локальной температурой T_{loc} . Благодаря диффузии горячих квазичастиц, область где $T_{loc} > T_{bath}$ растет со временем и наиболее сильно $|\Delta|$ будет подавлен в области, в которой $T_{loc} > T_c$ и $\alpha < 0$. В какой-то момент времени часть пленки, где $T_{loc} > T_c$ прекращает расти и можно считать, что эта область определяет максимальный размер 'горячего' пятна, так как в ней параметр порядка максимально сильно подавлен.

Основываясь на вышеприведенных рассуждениях, 'горячее' пятно моделировалось в виде круга радиуса R , внутри которого было положено $\alpha = 0$ (рассматривались также и другие значения α). Радиус пятна и энергия фотона ch/λ связаны следующим соотношением

$$\eta \frac{ch}{\lambda} \simeq d\pi R^2 \frac{H_{cm}^2}{8\pi}, \quad (6.4)$$

где $H_{cm} = \Phi_0/2\sqrt{2}\pi\xi\lambda_L$ термодинамическое магнитное поле и $H_{cm}^2/8\pi$ - плотность энергии сверхпроводящей конденсации. Коэффициент $0 < \eta < 1$ учитывает, что не вся энергия фотона идет на подавление Δ . Например большая часть энергии фотона идет на нагрев квазичастиц E_q . Эта величина может быть легко оценена в приближении локальной температуры (когда $T_{loc}(\vec{r}) = const$ внутри 'горячего' пятна)

$$E_q = d\pi R^2 4N_0 \int_0^\infty \epsilon f(\epsilon) d\epsilon = d\pi R^2 N_0 \frac{\pi^2 k_B^2 T_{loc}^2}{3} \simeq d\pi R^2 N_0 \Delta_0^2 \frac{1.06 T_{loc}^2}{T_c^2}, \quad (6.5)$$

где N_0 - плотность состояний на уровне Ферми (для одного значения спина квазичастицы), $\Delta_0 = 1.76 k_B T_c$ и мы пренебрегли энергией квазичастиц в равновесии (что является малой величиной по сравнению с выражением 6.5, когда $\Delta_{eq} > k_B T_{bath}$ и $T_{loc} \gg T_{bath}$). Из выражения 6.5 следует, что при $T_{loc} = T_c$, E_q вдвое больше энергии конденсации (так как при низких температурах $H_{cm}^2/8\pi \simeq N_0 \Delta_0^2/2$) и при $T_{loc} = 2T_c$, E_q больше в восемь раз.

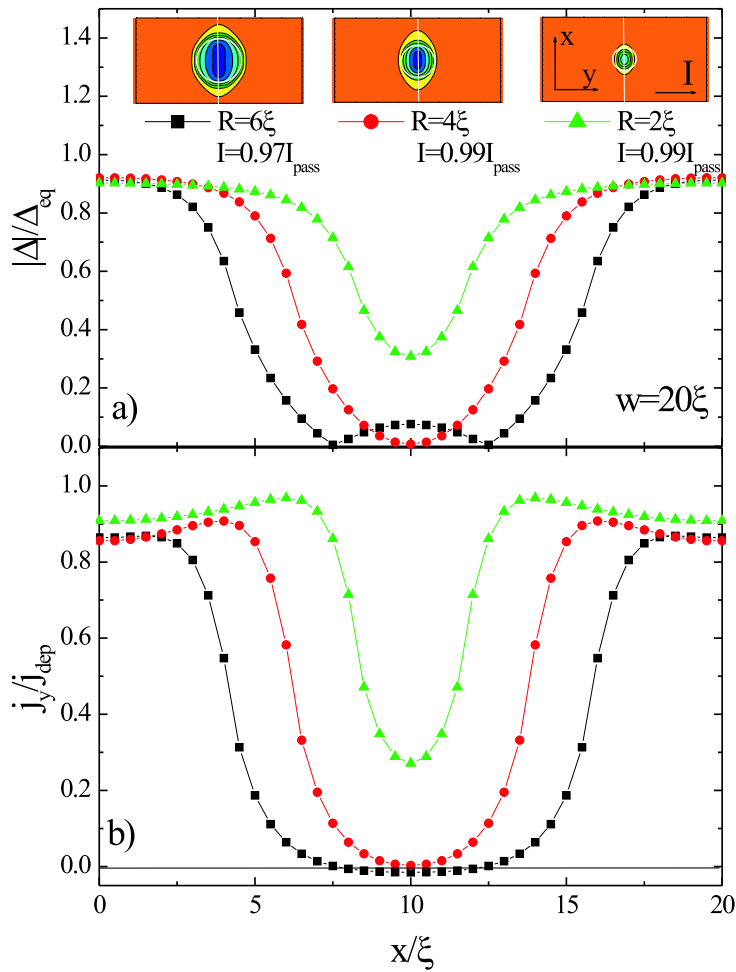


Рис. 103. Распределение модуля сверхпроводящего параметра порядка (а) и сверхпроводящей плотности тока (б) вдоль белых линий, показанных на вставках к рисунку (а) (на вставках также представлены двумерное распределение $|\Delta|$ в сверхпроводящей пленке). Область, где $\alpha = 0$, ограничена белым кругом на вставке к рисунку (а). Для всех радиусов 'горячего' пятна транспортный ток близок (снизу) к его критическому значению I_{pass} , когда вихрь и антивихрь могут выйти из 'горячего' пятна.

В численных вычислениях рассматривалась сверхпроводящая пленка конечной ширины w и длины $L = 4w$ с 'горячим' пятном (областью где $\alpha < 1$) помещенным в центр пленки - см. вставки на рисунке 6.1(а). В правую часть уравнения 6.3 был добавлен член со временной производной $\partial\psi/\partial t + i\varphi\psi$ (также, как это было сделано в работе [175]), что позволяет не только определить величину критического тока, при котором возникает резистивное состояние, но также найти,

каким образом сверхпроводящее состояние разрушается. Так как в нестационарном состоянии возникает электрический потенциал (и нормальный ток j_n), то совместно с уравнением на ψ необходимо решать уравнение непрерывности $div(j_n + j_s) = 0$.

Основные отличия предложенной модели от предыдущих моделей, описывающих механизм детектирования одиночных фотонов сверхпроводящими пленками [49, 51, 53, 54, 173] следующие: 1) во-первых, учитывается условие непрерывности тока $div j = 0$ в пленке с 'горячим' пятном, что позволяет найти корректное распределение плотности тока в сверхпроводнике; 2) во-вторых, учитывается влияние транспортного тока на величину сверхпроводящего параметра порядка и исследуется устойчивость сверхпроводящего состояния пленки при наличии 'горячего' пятна. Так как кинетическое уравнение на функцию распределения квазичастиц не решается, то размер 'горячего' пятна и степень подавления $|\Delta|$ (определяемое величиной параметра α) являются феноменологическими параметрами нашей модели. Однако, в следующем разделе показывается, что зависимость критического тока от минимальной энергии, требуемой для подавления сверхпроводимости внутри 'горячего' пятна (которая не включает в себя энергию неравновесных электронов и фононов) определяется в основном шириной пленки и слабо меняется при коррелированном изменении этих двух параметров (например, при одновременном уменьшении/увеличении радиуса пятна и уменьшении/увеличении α).

6.2. Критические токи I_{pair} и I_{pass} узких сверхпроводящих пленок с 'горячим' пятном, локализованным в центре пленки

На рисунке 103 показаны распределение $|\Delta|$ и сверхпроводящей плотности тока внутри и снаружи 'горячего' пятна. Заметим, что несмотря на $\alpha = 0$, сверхпроводящий параметр порядка конечен внутри 'горячего' пятна (см. рис. 103(a)). Это происходит из-за эффекта близости - сверхпроводящий параметр порядка 'проникает' из соседних, к 'горячему' пятну областей, с большим значением $|\Delta|$. Эффект близости приводит и к обратному эффекту - к уменьшению $|\Delta|$ снаружи от 'горячего' пятна. Благодаря обтеканию сверхтоком области с подавленным $|\Delta|$

максимальное значение плотности тока достигается вблизи края 'горячего' пятна (ср. рис. 103(a) и рис. 103(b)). Данный результат противоположен результатам работы [53] (см. рисунок 5 в этой работе), в которой авторы нашли, что максимальный ток достигается на краю пленки. Наши вычисления для пленок различной ширины и радиусов 'горячего' пятна показали, что плотность тока достигает максимального значения на краю пленки, только когда размер 'горячего' пятна становился близким к ширине пленки (это также можно увидеть на примере 'горячего' пятна с диаметром $D = 12\xi \sim w = 20\xi$ на рис. 103(b)).

Когда транспортный ток превышает некоторое критическое значение I_{pair} , пара вихрь-антивихрь появляется в центре 'горячего' пятна. Это происходит, когда сверхскорость ($v_s \simeq j_s/|\Delta|^2$) превышает некоторое критическое значение, выше которого безвихревое состояние становится неустойчивым. Для достаточно больших пятен (с $R \geq 3\xi$) пара разрывается и вихрь-антивихрь начинают двигаться при большем токе $I_{pass} > I_{pair}$. Наличие пары вихрь-антивихрь можно увидеть из зависимостей $|\Delta|(x)$ и $j_y(x)$ на рисунке 103(a,b) для пятна с радиусом $R = 6\xi$. Зависимость $|\Delta|(x)$ имеет два локальных минимума возле центра пленки, которые соответствуют координатам центров вихря и антивихря. Из рисунка 103(b) можно заметить, что j_y отрицательная в центре пленки, что является следствием наличия токов, текущих вокруг вихря/антивихря и которые имеют направление, противоположное направлению транспортного тока (в центре пленки).

В рамках модели Лондонов можно аналитически рассчитать распределение плотности тока в сверхпроводящей пленке при наличии области с локально подавленным параметром порядка. Для этой цели пренебрежем, для простоты, эффектом близости и будем рассматривать кусочно-однородное распределение $|\Delta|$ в пространстве, причем внутри пятна положим $|\Delta| = \Delta_{in}$, а снаружи $|\Delta| = \Delta_{out} > \Delta_{in}$. Распределение плотности тока будем искать из уравнения непрерывности $div j_s = 0$ ($j_s = |\Delta|^2 \nabla \phi / (4ek_B T_c \rho_n)$), которое в данной модели сводится к двумерному уравнению Лапласа $\Delta \phi = 0$ на фазу сверхпроводящего параметра порядка (зависимостью от третьей координаты можно пренебречь из-за однородности задачи по толщине пленки). Для бесконечно широкой пленки распределение ϕ и

сверхтока находится элементарным образом (задача математически эквивалентна задаче о распределении электрического поля в диэлектрическом пространстве с цилиндрическим включением, имеющим отличную, от остальной части диэлектрика, диэлектрическую проницаемость). В результате простых расчетов получим, что внутри и около пятна сверхскорость $v_s \sim \nabla\phi$ больше, чем сверхскорость на бесконечности

$$v_{in} = \frac{2v_\infty}{1 + \beta^2}, r < R, \quad (6.6)$$

$$v_{out}(r) = v_\infty \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right), r > R, \quad (6.7)$$

где $\beta = \Delta_{in}/\Delta_{out}$ и переменная r соответствует расстоянию от центра пятна (представленные результаты отвечают углу $\theta = \pi/2$ между направлением тока и радиальным вектором в полярной системе координат).

Конечную ширину пленки можно учесть используя следующие соображения. Очевидно, что для пленки конечной ширины выражения 6.6, 6.7 несправедливы, так как не будет выполнено граничное условие $\nabla\phi|_n = 0$ (означающее, что нормальная компонента тока равна нулю на границе сверхпроводник-вакуум). Заметим, что поправка к сверхскорости, возникающая за счет обтекания током 'горячего' пятна, быстро затухает на больших расстояниях от пятна (см. ур. 6.7). Поэтому использование выражений 6.6, 6.7 для пленки конечной ширины будет приводить к ошибке порядка $(R/w)^2 \ll 1$, когда $R/w \ll 1$. Однако ур. 6.6 и 6.7 должны быть видоизменены, чтобы учесть сохранение полного тока. Для этого мы заменим коэффициент v_∞ на неизвестную величину v^* , которая может быть найдена из условия сохранения полного тока

$$I \sim \Delta_{out}^2 v_\infty w d = v^* 2d \left(\int_0^R \frac{2\Delta_{in}^2}{1 + \gamma^2} dy + \int_R^{w/2} \Delta_{out}^2 \left(1 + \frac{R^2}{y^2} \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right) dy \right), (6.8)$$

В результате получим

$$v^* = v_\infty / \left(1 - \left(\frac{2R}{w} \right)^2 \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right). \quad (6.9)$$

Так как $\Delta_{in} < \Delta_{out}$ и $v_{in} > v_{out}$, сверхпроводящее безвихревое состояние в первую очередь становится неустойчивым внутри пятна. Используя для оценки критической

скорости критерий $v_c \sim \Delta_{eq}$, который справедлив для пространственно однородного сверхпроводящего состояния, получим (используя условие $v_{in} = v_c$ и уравнение 6.9)

$$\frac{I_{pair}}{I_{dep}} = \frac{\beta(1 + \beta^2)}{2} \left(1 - \left(\frac{2R}{w} \right)^2 \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right). \quad (6.10)$$

Ток I_{pair} является оценкой для значения тока, при котором пара вихрь-антивихрь рождается внутри пятна. Необходимо заметить, что этот ток не соответствует началу резистивного состояния, так как образовавшиеся вихри еще должны преодолеть энергетический барьер на выход из пятна, связанный со скачком $|\Delta|$. Для того чтобы найти этот критический ток мы предположим, что вихри могут выйти из пятна когда сверхскорость (усредненная на масштабе $\xi(T)$) станет больше v_c на краю пятна. Используя выражения 6.7, 6.9 легко найти, что это выполняется при токе

$$\frac{I_{pass}}{I_{dep}} = \left(1 - \left(\frac{2R}{w} \right)^2 \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right) / \left(1 + \frac{R}{R + \xi(T)} \frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2} \right). \quad (6.11)$$

Заметим, что $I_{pair} \leq I_{pass}$ (они равны только когда $\Delta_{in} = \Delta_{out}$ и $\beta = 1$). Оба критических тока уменьшаются с уменьшением Δ_{in} и $I_{pair} = 0$ и $I_{pass} = I_{dep}(1 - 4R^2/w^2)/2$ когда $R \gg \xi(T)$ и $\beta = 0$ (что соответствует нормальному состоянию 'горячего' пятна).

Качественно, результаты аналитической модели совпадают с точным численным расчетом на основе решения уравнений Гинзбурга-Ландау (см. рисунок 104). Количественное отличие не удивительно из-за нескольких упрощений, сделанных в аналитической модели (как-то: пренебрежение эффектом близости, использование одинакового критерия для устойчивости безвихревого состояния и для выхода вихрей из 'горячего' пятна).

На рисунке 104 также показана зависимость $I_{pass}(R)/I_{dep} = 1 - 2R/w$ (пунктирная прямая) для пленки с шириной $w = 30\xi$, которая следует из простой модели с однородным распределением плотности тока около 'горячего' пятна [173]. Существенные отличия этого результата с нашим возникают для пятен с диаметром меньшим полуширины пленки, когда становятся важным неоднородное распределение плотности тока около 'горячего' пятна.

На рисунке 105 показана зависимость критического тока I_{pass} не от радиуса 'горячего' пятна (как на рисунке 104), а от разницы энергий сверхпроводящей пленки

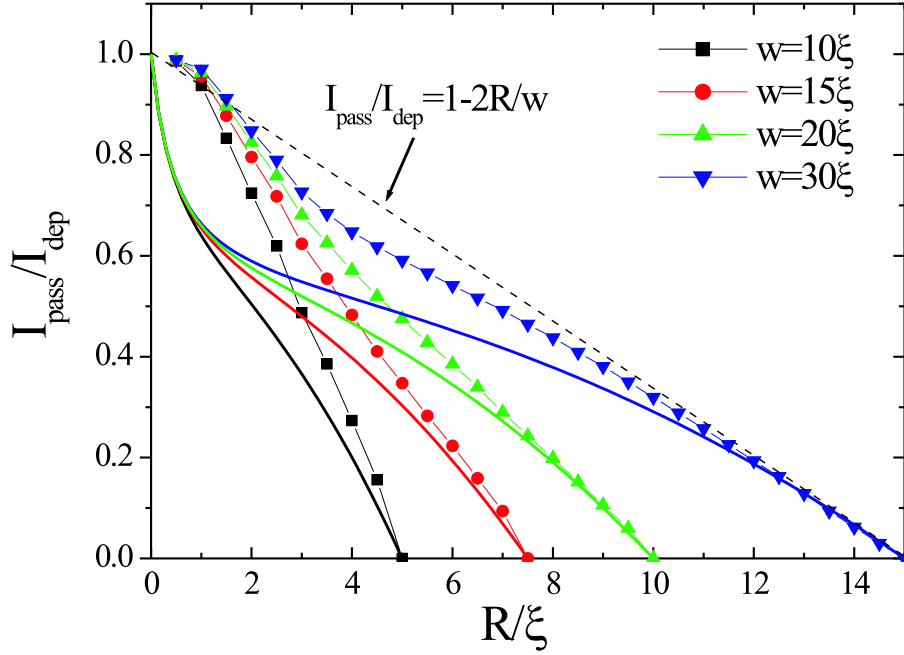


Рис. 104. Критический ток I_{pass} как функция радиуса 'горячего' пятна (с $\alpha = 0$) для пленок различной ширины. Сплошные кривые соответствуют уравнению 6.11 с $\beta = 0$. Пунктирная прямая показывает зависимость $I_{pass}(R)$ для пленки с шириной $w = 30\xi$ в модели, с пространственно однородным распределением плотности тока в перемычках рядом с 'горячим' пятном.

с и без 'горячего' пятна

$$\delta E = F_{spot} - F_{nospot} - \frac{\hbar}{2e} I \delta\phi, \quad (6.12)$$

где

$$F = -\frac{H_{cm}^2 d}{8\pi} \int \left(\frac{|\Delta|}{\Delta_{eq}} \right)^4 dS, \quad (6.13)$$

и $\delta\phi$ представляет из себя дополнительную разность фаз, появляющуюся на концах пленки из-за наличия 'горячего' пятна. При выводе уравнения 6.13 было принято во внимание, что $|\Delta|$ является решением уравнения Гинзбурга-Ландау и не учитывалась разница в энергии равновесных и неравновесных квазичастиц, так как эта величина сильно зависит от явного вида $f(\epsilon)$.

На рисунке 105 для пленки с $w = 20\xi$ также показаны результаты вычислений для 'горячих' пятен с различными значениями α . Достаточно неожиданным

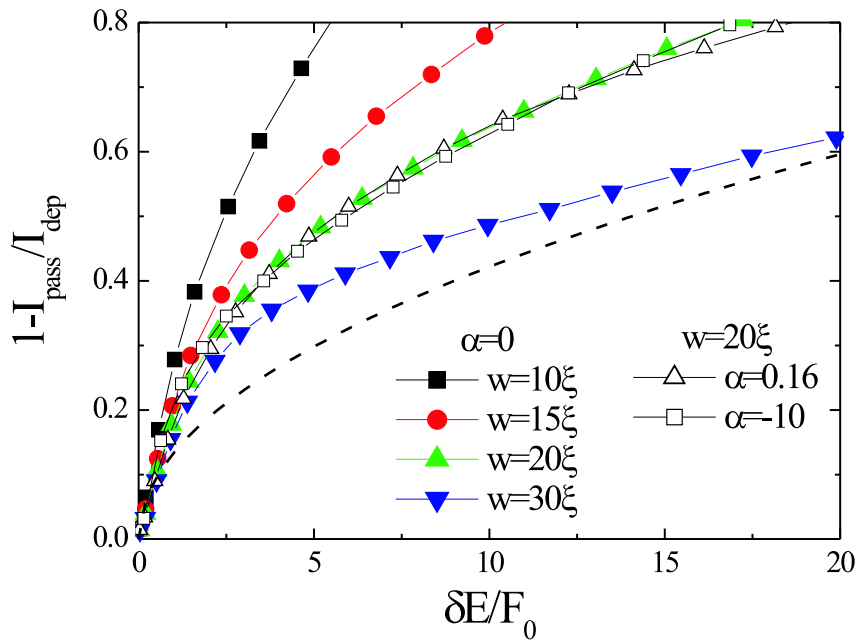


Рис. 105. Зависимость тока I_{pass} от разницы между энергиями сверхпроводящей пленки с и без 'горячего' пятна (разница в энергиях равновесных и неравновесных квазичастиц не учитывается).

оказалось, что зависимость $I_{pass}(\delta E)$ слабо зависит от выбора α , и определяется, в основном, шириной пленки (во всяком случае при $1 - I_{pass}/I_{dep} \lesssim 0.6$). Отметим, что для больших значений α тоже самое значение I_{pass} достигается при большем радиусе 'горячего' пятна, однако энергии этих состояний оказываются близкими друг к другу.

6.3. Зависимость критического тока I_{pass} от энергии, требуемой для создания 'горячего' пятна. Сравнение с экспериментом

В работе [176], на основе модифицированной модели 'горячего' пятна показывается, что ток, при котором возникает резистивное состояние, зависит от положения 'горячего' пятна относительно краев пленки. Это приводит к плавному изменению эффективности детектирования (ЭД) с изменением тока (при фиксированной длине волны), или изменением длины волны (при фиксированном токе), что было обнаружено во многих экспериментах. Также, в работе [176] показывается, что максимальная эффективность детектирования достигается при некотором пороговом токе, соответствующем положению 'горячего' пятна в центре пленки. Таким образом, полученные в разделе 6.2 результаты для величины критического тока I_{pass} пленки

с 'горячим' пятном в центре, могут напрямую сравниваться с экспериментальной зависимостью порогового тока I_{thr} от энергии поглощенного фотона, найденной в недавних экспериментах [55, 177, 178].

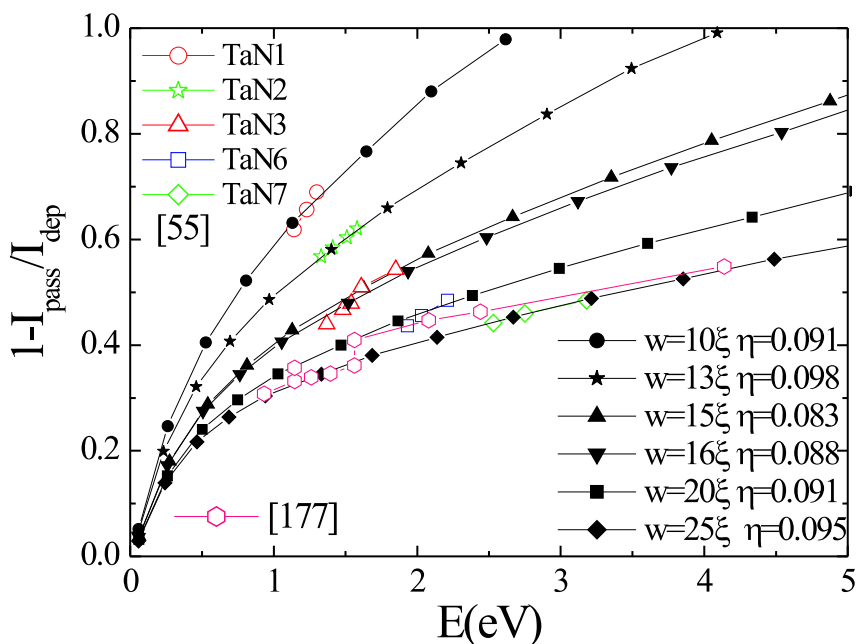


Рис. 106. Зависимость порогового тока $I_{thr} = I_{pass}$, при котором эффективность детектирования перестает зависеть от тока, от энергии поглощенного фотона. Экспериментальные результаты взяты из работ [55, 177] для детекторов, основанных на TaN меандрах.

На рисунках 106, 107 приводится сравнение теоретических и экспериментальных результатов. Для расчетов, представленных на рисунке 106 использовалась $\xi = 7$ нм и сопротивление на квадрат $R_{sq} = 400$ Ом·м. Ток распаривания для TaN меандра из работы [177] рассчитан с учетом поправки Куприянова-Лукичева [179]. В работе [53] эта поправка не учитывалась [180] и это приводило к немного меньшему значению I_{dep} (что видно, если сравнить рисунок 106 со вставкой на рисунке 9 из работы [53]). В работе [178] авторы не представили параметры сверхпроводящего NbN мостика (R_s , λ_L и T_c) и эти параметры были взяты из работы [181] для NbN пленки с такой же толщиной, как и в работе [178].

На рисунках 106, 107 единственным подгоночным параметром является коэффициент η . Этот коэффициент определяет, какая часть энергии фотона идет на разрушение сверхпроводимости в области 'горячего' пятна (эта величина является

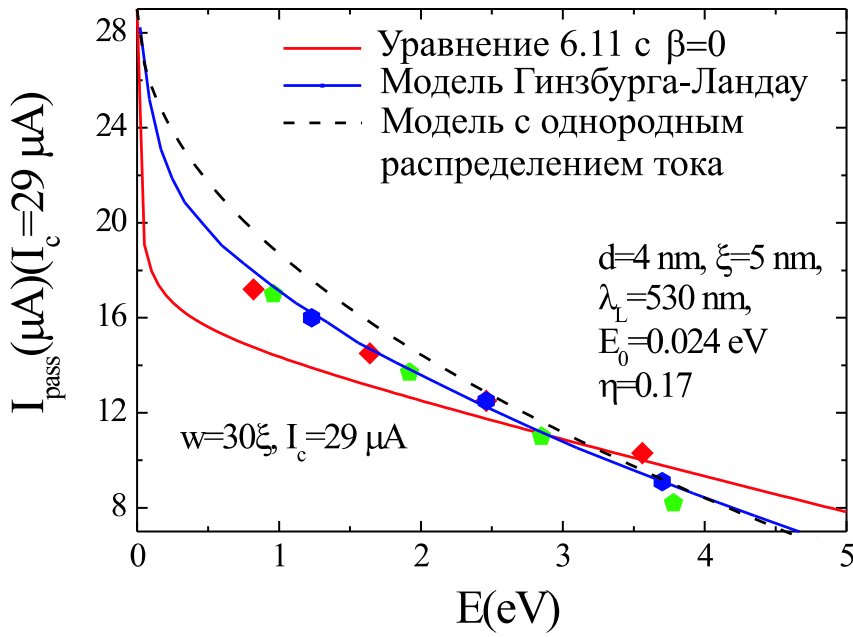


Рис. 107. Символы - экспериментальные данные из работы [178]. Кривые - теоретические данные, основанные на модифицированной модели 'горячего' пятна и модели Лондонов. Пунктирная кривая соответствует модели с однородным распределением тока в окрестности 'горячего' пятна.

свободным параметром в нашей модели 'горячего' пятна). Он имеет практически одно и тоже значение, равное 0.1, для всех TaN меандров. Для NbN мостика лучшее согласие с экспериментом получается при $\eta = 0.17$ (заметим, что другие модели 'горячего' пятна дают $\eta \simeq 0.1 - 0.4$ [49, 53, 177]). Необходимо упомянуть, что в работе [178] эффективность детектирования была фиксирована на уровне ~ 0.25 (это значение может быть найдено из экспериментальных результатов для так называемой эффективности детектирования p_n , представленной на рисунке 3 работы [178]). Из рисунка 3 работы [178] можно увидеть, что p_n выходит на насыщение при больших токах. Это означает, что экспериментальные точки на рисунке 107 должны быть сдвинуты вверх и в этом случае теоретические результаты будут близки к экспериментальным практически при том же значении коэффициента η , как и для TaN меандров.

В настоящее время существует еще одна работа [182], в которой экспериментально изучалась эффективность детектирования фотонов сверхпроводящим мостиком, сделанным из NbN (в той же самой геометрии, как и в работе [178]). В этой работе авторы фиксировали эффективность детектирования на уровне $p_n = 0.01$ (тогда

как в предыдущей работе использовался уровень $p_n = 0.1$ [178]) и обнаружили линейную зависимость I_{thr} от энергии поглощенного фотона. Если предположить, что мостики в работах [178, 182] близки по материальным параметрам, то можно считать, что вероятность детектирования $p_n = 0.01$ соответствует примерно 2.5% от максимально возможной эффективности детектирования. В этом случае наши теоретические результаты не могут быть использованы прямо, так как они получены для тех значений ЭД, при которых эффективность детектирования слабо зависит от приложенного тока (и так называемая внутренняя эффективность детектирования [183] достигает $\sim 100\%$).

Заметим, что если экстраполировать экспериментальные данные на рисунках 106, 107 (а также данные на рисунке 2 из работы [182]) линейными функциями, то они пересекут вертикальную ось при $I_{pass} \sim 0.7 - 0.8 I_{dep}$. В работах [53, 182] на основе данного факта было сделано заключение, что проникновение вихрей через краевой барьер является важным элементом в механизме детектирования фотонов. Такое заключение основывалось на результате работы [32], где было получено, что данный барьер обращается в ноль при токе меньшем, чем I_{dep} . Здесь необходимо отметить, что в работе [32] энергетический барьер для входа вихрей был вычислен в модели Лондонов и эта модель приводит к количественно неправильному результату, когда вихрь находится на расстоянии меньшем, чем $\sim 2\xi$ от края пленки (см. обсуждение в разделе 5.1). Вычисления краевого барьера в рамках модели Гинзбурга-Ландау (см. раздел 5.1) показали, что барьер обращается в ноль точно при $I = I_{dep}$ и результаты Лондоновской модели становятся верными только при токе $I < 0.6 I_{dep}$ (при условии, что учитывается энергия, связанная с наличием кора вихря). Если же в пленке есть геометрические или структурные неоднородности, то краевой барьер обращается в ноль при $I = I_c < I_{dep}$ (см. раздел 5.1).

Главным результатом главы является количественное обоснование вихревого механизма детектирования одиночных фотонов сверхпроводящими пленками с транспортным током. В рамках используемой модели предполагается, что поглощенный фотон приводит к появлению в пленке 'горячего' пятна, т.е. ограниченной области, внутри которой функция распределения квазичастиц сильно

отклоняется от своего равновесного значения, и сверхпроводящий параметр порядка локально подавлен. Анализ в рамках модели Гинзбурга-Ландау показал, что резистивное состояние в такой системе возникает из-за рождения пары вихрь-антивихрь внутри 'горячего' пятна, когда оно локализовано в центре пленки, и их движения к противоположным краям сверхпроводника при токе выше критического I_{pass} . Была рассчитана зависимость I_{pass} от минимальной энергии (которая не включает в себя энергию неравновесных электронов и фононов), требуемой для подавления сверхпроводимости в области 'горячего' пятна. Показано, что когда эта энергия стремится к нулю (что соответствует исчезновению подавления Δ в области 'горячего' пятна), то I_{pass} стремится к току распаривания. Сравнение полученных результатов с экспериментом показало хорошее согласие, если считать, что только приблизительно 10% энергии фотона идет на локальное разрушение сверхпроводимости в области 'горячего' пятна и рассчитанный критический ток I_{pass} соответствует пороговому току, при котором эффективность детектирования однофотонного пленочного сверхпроводящего детектора перестает зависеть от приложенного тока (выходит на насыщение).

Заключение

1. Показано, что изменение завихренности в узком сверхпроводящем кольце происходит лавинообразно, за счет последовательных во времени, проскальзываний фазы сверхпроводящего параметра порядка в одном месте кольца. Вблизи T_c количество проскальзываний фазы увеличивается с увеличением времени изменения модуля параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$. Для неоднородного кольца с радиусом R , меньшим длины когерентности ξ , возможны изменения завихренности, не приводящие к скачкообразным изменениям плотности тока и сверхпроводящего параметра порядка в кольце. Часть полученных теоретических результатов была подтверждена в экспериментах на однородных и неоднородных алюминиевых кольцах.

2. Показано, что вблизи критической температуры сверхпроводника, величина тока возврата I_r , при котором сверхпроводящий мостик переходит из резистивного состояния в сверхпроводящее и динамический процесс проскальзывания фазы прекращается, зависит от времени релаксации энергии квазичастиц за счет неупругого электрон-фононного взаимодействия, длины мостика, граничных условий на его концах и может иметь немонотонную зависимость от внешнего магнитного поля. В режиме приложенного напряжения вольтамперная характеристика мостика конечной длины может быть S-образной, разные участки которой соответствуют качественно различной динамике сверхпроводящего параметра порядка, что является следствием существования конечного $\tau_{|\Delta|}$.

3. Впервые показано, что большое, вследствие неравновесных эффектов, время изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка $\tau_{|\Delta|}$ приводит к перестройке движущейся решетки вихрей Абрикосова. Установлена возможность наличия нескольких последовательных трансформаций движущейся вихревой структуры при повышении тока, последняя из которых связана с появлением областей поперек пленки, с динамически подавленным $|\Delta|$, вдоль которых быстро движутся сильно модифицированные вихри, имеющие свойства, сходные с джозефсоновскими вихрями. Также возможны режимы, когда в сверхпроводнике могут сосуществовать быстро и медленно движущиеся вихри.

4. Теоретически исследован нелокальный резистивный отклик в холловском

сверхпроводящем мостике, возникающий из-за межвихревого отталкивания. Установлено, что из-за дискретности перестройки вихревой структуры с ростом магнитного поля, нелокальный отклик является немонотонной функцией поля. Нелокальный отклик является несимметричным относительно направления течения тока, что объясняется разными условиями для входа/выхода вихрей через края сверхпроводника в удаленном контакте. При больших скоростях вихрей знак нелокального напряжения в холловском мостике перестает зависеть от знака транспортного тока и определяется доминирующим механизмом неравновесия, вызванного движением вихрей. При низких температурах он определяется джоулевым разогревом квазичастиц, тогда как вблизи критической температуры он обусловлен их 'охлаждением', возникающим из-за меняющегося во времени модуля сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta|$ вблизи движущегося вихря. Большая часть полученных результатов была экспериментально подтверждена в экспериментах на MoGe и NbGe холловских мостиках.

5. Исследовано влияние неравновесных эффектов, возникающих в режиме приложенного напряжения, на стационарные свойства системы нормальный металл - сверхпроводящий мостик - нормальный металл. Показано, что в мостике возможно наличие как симметричных, так и ассиметричных состояний, которые характеризуются симметричным и ассиметричным распределением параметра порядка относительно центра сверхпроводника. Ассиметричное состояние для мостика с длиной порядка длины неупругой релаксации неравновесных квазичастиц существует при больших значениях приложенного напряжения, чем симметричное состояние. Сравнение с экспериментом подтвердило наличие критического напряжения, выше которого сверхпроводимость полностью подавляется в таких мостиках. Данный эффект наблюдается только при достаточно низкой температуре, при $T \sim T_c$ разрушение сверхпроводимости происходит за счет распаривающего эффекта транспортного тока.

6. В рамках модели Гинзбурга-Ландау найдены различные седловые состояния узкой сверхпроводящей пленки с током, близким к току распаривания I_{dep} . Показано, что при $I \sim I_{dep}$ наименьшей энергией обладает состояние Лангера-Амбегаокара,

описывающее однородное, по ширины пленки, состояние с локально подавленным $|\Delta|$. При токе $0.6I_{dep} \lesssim I \lesssim I_{dep}$ наименьшую энергию имеет состояние, с частично подавленным $|\Delta|$ вблизи края пленки (вихревой зародыш). При токе $I < 0.6I_{dep}$ наименьшей энергией обладает состояние с вихрем. Изгиб пленки приводит к локальному увеличению плотности тока в области изгиба и к сильному уменьшению энергии седлового состояния, по сравнению с пленкой без изгиба.

7. Установлено, что для узких сверхпроводящих пленок с шириной $w \sim 3 \div 8\xi$ на зависимости критического тока от магнитного поля $I_c(H)$ возникает ярко выраженный пик в ненулевом поле, который остается заметным и в более широких пленок с $w > 100\xi$, что было подтверждено в эксперименте. Наличие пика объясняется существованием краевого барьера на вход/выход вихрей и особенностями межвихревого взаимодействия в узких пленках. Конечное сопротивление подобных пленок (связанное с термоактивационным входом/выходом вихрей) при токах $I \ll I_c(H)$ также является немонотонной функцией H и имеет локальный максимум около первого критического поля H_{c1} . Данный эффект был обнаружен в ряде экспериментов, которые являлись мотивацией теоретического исследования.

8. В рамках модели Гинзбурга-Ландау показано, что резистивное состояние узкой сверхпроводящей пленки с локально подавленным сверхпроводящим параметром порядка в центральной части сверхпроводника возникает, при токе выше некоторого критического I_{pass} , из-за рождения пар вихрь-антивихрь внутри этой области и их движения к краям пленки. Когда размер данной области стремиться к нулю, то величина критического тока приближается к току распаривания. Зависимость критического тока от энергии, требуемой для подавления сверхпроводимости внутри этой области, близка к зависимости порогового тока детектирования однофотонного тонкопленочного сверхпроводникового детектора от энергии падающего фотона, если полагать, что приблизительно только 10% энергии фотона идет на подавление сверхпроводимости. Полученный результат свидетельствует в пользу вихревого механизма детектирования одиночного фотона токнесущей сверхпроводящей пленкой.

Список цитированной литературы

1. Schmid, A. Linearized kinetic equations and relaxation processes of a superconductors near T_c / A. Schmid, G. Schön // Journal of Low Temp. Phys. - 1975. - Vol. 20. - P. 207-227.
2. Ларкин, А.И. Нелинейные эффекты при движении вихрей в сверхпроводниках / А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников // ЖЭТФ - 1977. - Т. 73. - С. 299-312.
3. Schmid, A. Kinetic equations for dirty superconductors / A. Schmid // Nonequilibrium Superconductivity, Phonons, and Kapitza Boundaries - 1981. - Plenum Press, New York. - P. 423-480.
4. Горьков, Л.П. Движение вихрей и электросопротивление сверхпроводников второго рода в магнитном поле / Л.П. Горьков, Н.Б. Копнин // УФН - 1975. - Vol. 116. - P. 413-448.
5. Watts-Tobin, R.J. Nonequilibrium Theory of Dirty, Current-Carrying Superconductors: Phase-Slip Oscillators in Narrow Filaments Near T_c / R.J. Watts-Tobin, Y. Krähenbühl, L. Kramer // Journal of Low Temp. Phys. - 1981. - Vol. 42. - P. 459-501.
6. Ивлев, Б.И. Теория токовых состояний в узких сверхпроводящих каналах / Б.И. Ивлев, Н.Б. Копнин // УФН - 1984. - Vol. 142 - P. 435-472.
7. Tidecks, R. Current-Induced Nonequilibrium Phenomena in Quasi-One-Dimensional Superconductors / R. Tidecks - Springer: Berlin, 1990. - 337 p.
8. Лихарев, К. К. Динамические свойства сверхпроводящих нитей конечной длины / К. К. Лихарев, Л.А. Якобсон // ЖЭТФ - 1975. - Т. 68. - С. 1150-1159.
9. Kramer, L. Theory of Dissipative Current-Carrying States in Superconducting Filaments / L. Kramer, R.J. Watts-Tobin // Phys. Rev. Lett. - 1978. - Vol. 40. - P. 1041-1044.
10. Ларкин, А.И. Нелинейная проводимость сверхпроводников в смешанном состоянии / А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников // ЖЭТФ - 1975. - Т. 68. - С. 1915-1927.
11. Klein, W. Nonlinearity in the flux-flow behavior of thin-film superconductors / W.

- Klein, R. P. Huebener, S. Gauss, J. Parisi // J. Low Temp. Phys. - 1985. - Vol. 61. - P. 413-432.
12. Мусиенко, Л. Е. О нелинейной проводимости тонких пленок в смешанном состоянии / Л. Е. Мусиенко, И.М. Дмитренко, В.Г. Вологская // Письма в ЖЭТФ - 1980. - Т. 31. - С. 603-606.
 13. Lefloch, F. Nonlinear flux flow in TiN superconducting thin film / F. Lefloch, C. Hoffmann, O. Demolliens // Physica C - 1999. - Vol. 319. - P. 258-266.
 14. Babic, D. Flux-flow instabilities in amorphous $Nb_{0.7}Ge_{0.3}$ microbridges / D. Babic, J. Bentner, C. Surgers, C. Strunk // Phys. Rev. B - 2004. - Vol. 69. - N. 092510.
 15. Samoilov, A.V. Electric-Field-Induced Electronic Instability in Amorphous Mo_3Si superconducting films / A.V. Samoilov, M. Konczykowski, N.C. Yeh, S. Berry, C.C. Tsuei // Phys. Rev. Lett. - 1995. - Vol. 75. - P. 4118-4121.
 16. Doettinger, S.G. Electronic Instability at High Flux-Flow Velocities in High- T_c Superconducting Films / S.G. Doettinger, R.P. Huebener, R. Gerdemann, A. Khule, S. Anders, T.G. Trauble, J.C. Villegier // Phys. Rev. Lett. - 1994. - Vol. 73. - P. 1691-1694.
 17. Doettinger, S.G. Quasiparticle energy relaxation in the cuprate superconductors / S.G. Doettinger, S. Kittelberger, R.P. Huebener, C. C. Tsuei // Phys. Rev. B - 1997. - Vol. 56, P. 14157-14162.
 18. Xiao, Z. L. Vortex dynamics in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ superconducting films: Experimental evidence for an instability in the vortex system at high current densities / Z. L. Xiao, P. Ziemann // Phys. Rev. B - 1996. - Vol. 53. - P. 15265-15271.
 19. Xiao, Z. L. Flux-flow instability and its anisotropy in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ superconducting films / Z. L. Xiao, P. Voss-de Haan, G. Jakob, Th. Kluge, P. Haibach, H. Adrian, E. Y. Andrei // Phys. Rev. B - 1999. - Vol. 59. - P. 1481-1490.
 20. Chiaverini J., Nonlinear I-V, High Flux-Flow Velocity Instability and Evidence for Quantum Fluctuations in BSCCO Superconducting Films / J. Chiaverini, J. N. Eckstein, I. Bozovic, S. Doniach, A. Kapitulnik // ArXiv:0007479.
 21. Bezuglij, A. I. Effect of self-heating on flux flow instability in a superconductor near T_c / A. I. Bezuglij, V. A. Shklovskij // Physica C - 1992. - Vol. 202. - P. 234-242.

22. Глазман, Л. И. Индуцированное вихрями поперечное напряжение в пленке / Л. И. Глазман // ФНТ - 1986. - Т. 12. - С. 688-694.
23. Giaever, I. Magnetic Coupling Between Two Adjacent Type-II Superconductors / I. Giaever // Phys. Rev. Lett. - 1965. - Vol. 15. - P. 825-827.
24. Grigorieva, I.V. Long-range nonlocal flow of vortices in narrow superconducting channels / I.V. Grigorieva, A. K. Geim, S.V. Dubonos, K. S. Novoselov, D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, P. H. Kes, M. Hesselberth // Phys. Rev. Lett. - 2004. - Vol. 92. - N. 23700.
25. Otto, F. Reversal of Nonlocal Vortex Motion in the Regime of Strong Nonequilibrium / F. Otto, A. Bilusic, D. Babic, D. Yu. Vodolazov, C. Seurgers, C. Strunk // Phys. Rev. Lett. - 2010. - Vol. 104. - N. 027005.
26. Keizer, R. S. Critical Voltage of a Mesoscopic Superconductor / R. S. Keizer, M. G. Flokstra, J. Aarts, T. M. Klapwijk // Phys. Rev. Lett. - 2006. - Vol. 96. - N. 147002.
27. Baselmans, J. J. A. Reversing the direction of the supercurrent in a controllable Josephson junction / J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk // Nature - 1999. - Vol. 397. - P. 43-45.
28. Snyman, I. Bistability in voltage-biased normal-metal/insulator/superconductor /insulator/normal-metal structures / I. Snyman, Yu. V. Nazarov // Phys. Rev. B - 2009. - Vol. 79. - N. 014510.
29. Langer, J. S. Intrinsic Resistive Transition in Narrow Superconducting Channels / J. S. Langer, V. Ambegaokar // Phys. Rev. - 1967. - Vol. 164. - P. 498-510.
30. Li, P. Switching Currents Limited by Single Phase Slips in One-Dimensional Superconducting Al Nanowires / P. Li, Ph. M. Wu, Yu. Bomze, I. V. Borzenets, G. Finkelstein, A. M. Chang // Phys. Rev. Lett. - 2011. - Vol. 107. - N. 137004.
31. Bartolf, H. Current-assisted thermally activated flux liberation in ultrathin nanopatterned NbN superconducting meander structures / H. Bartolf, A. Engel, A. Schilling, H.-W. Hubers, A. Semenov // Phys. Rev. B - 2010. - Vol. 81. - N. 024502.
32. Bulaevskii, L. N. Vortex-induced dissipation in narrow current-biased thin-film

- superconducting strips / L. N. Bulaevskii, M. J. Graf, C. D. Batista, V. G. Kogan // Phys. Rev. B - 2011. - Vol. 83. - N. 144526.
33. Mooij, J. E. Percolation, Localization, and Superconductivity / J. E. Mooij, edited by A. M. Goldman and S. A. Wolf, Plenum, New York, 1984 - P. 325-335.
 34. Gurevich, A. Comment on 'Vortex-assisted photon counts and their magnetic field dependence in single-photon superconducting detectors / A. Gurevich, V. M. Vinokur // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 86. - N. 026501.
 35. Qiu, C. Numerical study of the phase slip in two-dimensional superconducting strips / C. Qiu, T. Qian // Phys. Rev. B - 2008. - Vol. 77. - N. 174517.
 36. Parks, R. D. Evidence for Quantized Vortices in a Superconducting Strip / R. D. Parks, J. M. Mochel // Phys. Rev. Lett. - 1963. - Vol. 11. - P. 354-358.
 37. Herzog, A. V. Magnetoresistance oscillations in granular Sn wires near the superconductor-insulator transition / A. V. Herzog, P. Xiong, R. C. Dynes // Phys. Rev. B - 1998. - Vol. 58. - P. 14199-14202.
 38. Johansson, A. Nanowire Acting as a Superconducting Quantum Interference Device / A. Johansson, G. Sambandamurthy, D. Shahar, N. Jacobson and R. Tenne // Phys. Rev. Lett. - 2005. - Vol. 95 - N. 116805.
 39. Patel, U. Synthesis and superconducting properties of niobium nitride nanowires and nanoribbons / U. Patel, S. Avci, Z. L. Xiao, J. Hua, S. H. Yu, Y. Ito, R. Divan, L. E. Ocola, C. Zheng, H. Claus, J. Hiller, U. Welp, D. J. Miller, W. K. Kwok // Appl. Phys. Lett. - 2007. - Vol. 91. - N. 162508.
 40. Wang, J. Anomalous magnetoresistance oscillations and enhanced superconductivity in single-crystal Pb nanobelts / J. Wang, Xu-Cun Ma, Li Lu, Ai-Zi Jin, Chang-Zhi Gu, X. C. Xie, Jin-Feng Jia, Xi Chen, Qi-Kun Xue // Appl. Phys. Lett. - 2008. - Vol. 92. - N. 233119.
 41. Cordoba, R. Magnetic field-induced dissipation-free state in superconducting nanostructures / R. Cordoba, T.I. Baturina, J.Sese, A.Yu Mironov, J.M. De Teresa, M.R. Ibarra, D.A. Nasimov, A.K. Gutakovskii, A.V. Latyshev, I. Guillamon , H. Suderow, S. Vieira, M.R. Baklanov, J.J. Palacios, V.M. Vinokur // Nature Communications - 2013. - Vol. 4. - P. 1437-1440.

42. Ичкитидзе, Л.П. Пик-эффект в сверхпроводящих пленках в параллельном магнитном поле / Л.П. Ичкитидзе, В.И. Скобелкин // ФТТ - 1981. - Т. 7. - С. 117-120.
43. Yamashita, T. Temperature Dependence of the Vortex Nucleation Field of Thin-Film, Type II Superconductors / T. Yamashita, L. Rinderer // J. of Low Temperature Physics - 1976. - Vol. 24. - P. 695-699.
44. Шмидт, В.В. О критическом токе в сверхпроводящих пленках / В.В. Шмидт // ЖЭТФ - 1969. - Т. 57. - С. 2095-2106.
45. Mawatari, Y. Critical current density in thin films due to the surface barrier / Y. Mawatari, K. Yamafuji // Physica C - 1994. - Vol. 228. - P. 336-350.
46. Carneiro, G. Equilibrium vortex-line configurations and critical currents in thin films under a parallel field / G. Carneiro // Phys. Rev. B - 1998. - Vol. 57. - P. 6077-6083.
47. Stejic, G. Effect of geometry on the critical currents of thin films / G. Stejic, A. Gurevich, E. Kadyrov, D. Christen, R. Joynt, D.C. Larbalestier // Phys. Rev. B - 1994. - Vol. 49. - P. 1274-1288.
48. Максимова, Г. М. Смешанное состояние и критический ток в узких сверхпроводящих пленках / Г. М. Максимова // ФТТ - 1998. - Т. 40. - С. 1773-1777.
49. Semenov, A. D. Quantum detection by current carrying superconducting film / A. D. Semenov, G. N. Gol'tsman, A. A. Korneev // Physica C - 2001. - Vol. 351. - P. 349-356.
50. Natarajan, C. M. Superconducting nanowire single-photon detectors: physics and applications / C. M. Natarajan, M. G. Tanner, R. H. Hadfield // Supercond. Sci. Technol. - 2012. - Vol. 25. - N. 063001.
51. Semenov, A. Spectral cut-off in the efficiency of the resistive state formation caused by absorption of a single-photon in current-carrying superconducting nano-strips / A. Semenov, A. Engel, H.-W. Hubers, K. Il'in, M. Siegel // Eur. Phys. J. B - 2005. - Vol. 47. - P. 495-501.
52. Bulaevskii, L. N. Vortex-assisted photon counts and their magnetic field dependence in single-photon superconducting detectors / L. N. Bulaevskii, M. J. Graf, V. G.

- Kogan // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 85 - N. 014505.
53. Engel, A. Numerical analysis of detection-mechanism models of superconducting nanowire single-photon detector / A. Engel, A. Schilling // J. Appl. Phys. - 2013. - Vol. 114. - N. 214501.
 54. Eftekharian, A. Plasmonic superconducting nanowire single photon detector / A. Eftekharian, H. Atikian, A. H. Majedi // Opt. Express - 2013. - Vol. 21. - P. 3043-3054.
 55. Lusche, R. Effect of the wire width on the intrinsic detection efficiency of superconducting nanowire single-photon detectors / R. Lusche, A. Semenov, K. Ilin, M. Siegel, Y. Korneeva, A. Trifonov, A. Korneev, G. Goltsman, D. Vodolazov, H.-W. Hubers // Journal of Applied Physics - 2014. - Vol. 116. - N. 043906.
 56. Semenov, A. D. Vortex-based single-photon response in nanostructured superconducting detectors / A. D. Semenov, P. Haas, H.-W. Hubers, K. Il'in, M. Siegel, A. Kirste, T. Schurig, A. Engel // Physica C - 2008. - Vol. 468. - P. 627-630.
 57. Schön, G. Collective modes and nonequilibrium effects in current carrying superconductors / G. Schön, V. Ambegaokar // Phys. Rev. B - 1979. - Vol. 19. - P. 3515-3528.
 58. Tinkham, M. Introduction to superconductivity / M. Tinkham, McGraw-Hill, NY, 1996 - 454 p.
 59. Heikkila, T. T. Supercurrent-induced Peltier-like effect in superconductorXnormal-metal weak links / T. T. Heikkila, T. Vanska, F. K. Wilhelm // Phys. Rev. B - 2003. - Vol. 67. - N. 100502(R).
 60. Crosser, M. S. Supercurrent-Induced Temperature Gradient across a Nonequilibrium SNS Josephson Junction / M. S. Crosser, P. Virtanen, T. T. Heikkila, N. O. Birge // Phys. Rev. Lett. - 2006. - Vol. 96. - N. 167004.
 61. Pethick, C. J. Generation of Charge Imbalance in a Superconductor by a Temperature Gradient / C. J. Pethick, H. Smith // Phys. Rev. Lett. - 1979. - Vol. 43. - P. 640-642.
 62. Clarke, J. Supercurrent-Induced Charge Imbalance Measured in a Superconductor in the Presence of a Thermal Gradient / J. Clarke, B. R. Fjordboge, P.E. Lindelof

- // Phys. Rev. Lett. - 1979. - Vol. 43. - P. 642-645.
63. Schmid, A. Generation of Branch Imbalance by the Interaction between Supercurrent and Thermal Gradient / A. Schmid, G. Schon // Phys. Rev. Lett. - 1979. - Vol. 43. - P. 793-796.
 64. Clarke, J. Theory of Quasiparticle Charge Imbalance Induced in a Superconductor by a Supercurrent in the Presence of a Thermal Gradient / J. Clarke, M. Tinkham // Phys. Rev. Lett. - 1980. - Vol. 44. - P. 106-109.
 65. Tarlie, M. B. Metastable State Selection in One-Dimensional Systems with a Time-Ramped Control Parameter / M. B. Tarlie K. R. Elder // Phys. Rev. Lett. - 1998. - Vol. 81. - P. 18-21.
 66. Vodolazov D. Y., Stable and metastable states in a superconducting "eight" loop in applied magnetic field / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // Physica C - 2004. - Vol. 400 - P. 165-170.
 67. Lu-Dac, M. Multiple phase slips phenomena in mesoscopic superconducting rings / M. Lu-Dac, V. V. Kabanov // Phys. Rev. B - 2009. - Vol. 79. - N. 184521.
 68. Гинзбург, В. Л. О разрушении и возникновении сверхпроводимости в магнитном поле / В. Л. Гинзбург // ЖЭТФ - 1958. - Т. 34. - С. 113-125.
 69. Douglass D. H. Magnetic Field Dependence of the Superconducting Penetration Depth in Thin Specimens / D. H. Douglass // Phys. Rev. - 1961. - Vol. 124. - P. 735-738.
 70. Vodolazov, D. Y. Multiple flux jumps and irreversible behavior of thin Al superconducting rings / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, S. V. Dubonos, A. K. Geim // Phys. Rev. B - 2003. - Vol. 67. - N. 054506.
 71. Pedersen, S. Dilation of the giant vortex state in a mesoscopic superconducting loop / S. Pedersen, G. R. Koford, J. C. Hollingbery, C. B. Sorensen, P. E. Lindelof // Phys. Rev. B - 2001. - Vol. 64. - N. 104522.
 72. Arutyunov, K. Yu. Normal-metal-insulator-superconductor interferometer / K. Yu. Arutyunov, T. T. Hongisto // Phys. Rev. B - 2004. - Vol. 70. - N. 064514.
 73. Vodolazov, D. Y. Microscopic analysis of multiple flux jumps in thin Al superconducting loops / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, T. T. Hongisto, K. Yu.

- Arutyunov // *Europhys. Lett.* - 2006. - Vol. 75. - P. 315-320.
74. Shah, N. Inherent Stochasticity of Superconductor-Resistor Switching Behavior in Nanowires / N. Shah, D. Pekker, P. M. Goldbart // *Phys. Rev. Lett.* - 2008. - Vol. 101. - N. 207001.
 75. Zhang, X. Susceptibility of a mesoscopic superconducting ring / X. Zhang, J. Price // *Phys. Rev. B* - 1997. - Vol. 55. - P. 3128-3140.
 76. Vodolazov, D. Y. Stationary phase slip state in quasi-one-dimensional rings / D. Y. Vodolazov, B. J. Baelus, F. M. Peeters // *Phys. Rev. B* - 2002. - Vol. 66. - N. 054531.
 77. Fink, H. J. Superconducting vortex with extended core / H. J. Fink // *Phys. Rev. B* - 1992. - Vol. 45. - P. 4799-4802.
 78. Ammann, C. Superconducting micronets: The Wheatstone bridge / C. Ammann, P. Erdoes, S.B. Haley // *Phys. Rev. B* - 1995. - Vol. 51. - P. 11739-11747.
 79. Berger, J. Topology of the Order Parameter in the Little-Parks Experiment / J. Berger, J. Rubinstein // *Phys. Rev. Lett.* - 1995. - Vol. 75. - P. 320-322.
 80. Berger, J. Signatures for the second critical point in the phase diagram of a superconducting ring / J. Berger, J. Rubinstein // *Phys. Rev. B* - 1997. - Vol. 56. - P. 5124-5127.
 81. Horane, E. M. Transition between different quantum states in a mesoscopic system: The superconducting ring / E. M. Horane, J. I. Castro, G. C. Buscaglia, A. Lopez // *Phys. Rev. B* - 1996. - Vol. 53. - P. 9296-9300.
 82. Berger, J. Flux-induced vortex in mesoscopic superconducting loops / J. Berger, J. Rubinstein // *Phys. Rev. B* - 1999. - Vol. 59. - P. 8896-8901.
 83. Kanda, A. Evidence for a different type of vortex that mediates a continuous fluxoid-state transition in a mesoscopic superconducting ring / A. Kanda, B. J. Baelus, D. Y. Vodolazov, J. Berger, R. Furugen, Y. Ootuka, F. M. Peeters // *Phys. Rev. B* - 2007. - Vol. 76. - N. 094519.
 84. Асламазов, Л. Г. Эффект Джозефсона в точечных сверхпроводящих контактах / Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин // *Письма в ЖЭТФ* - 1969. - Т. 9. - С. 150-154.
 85. Likharev, K. K. Superconducting weak links / K. K. Likharev // *Rev. Mod. Phys.* -

1979. - Vol. 51. - P. 101-159.
86. Pals, J. A. Measurement of the order parameter relaxation in superconducting Al strips / J. A. Pals, J. Wolter // *Phys. Lett. A* - 1979. - Vol. 70. - P. 150-152.
 87. Tinkham, M. Hetaing and dynamic enhancement in metallic weak links / M. Tinkham, *Non-Equilibrium Superconductivity, Phonons and Kapitza Boundaries*, edited by K. E. Gray, Plenum, New York, 1981 - P. 231-262.
 88. Geier, A. Response of a Superconductor to a Supercritical Current Pulse / A. Geier, G. Schon // *Journal of Low Temp. Phys.* - 1982. - Vol. 46. - P. 151-160.
 89. Skocpol, W. J. Self-heating hotspots in superconducting thin-film microbridges / W. J. Skocpol, M. R. Beasley, M. Tinkham // *J. Appl. Phys.* - 1974. - Vol. 45. - P. 4054-4066.
 90. De Lozanne, A. L. Time-dependent superconductivity in SNS bridges: an example of TDGL theory / A. L. De Lozanne, M. R. Beasley, *Nonequilibrium Superconductivity*, edited by D. N. Langenberg, A. I. Larkin, Elsevier, Amsterdam, 1986. - P. 111-128.
 91. Baratoff, A. / A. Baratoff, L. Kramer // *Proceedings of the International Conference on Superconducting Quantum Interference Devices and Their Applications*, Walter de Gruyter, Berlin, 1977. - P. 51-62.
 92. Kramer, L. Structure and Properties of the Dissipative Phase-Slip State in Narrow Superconducting Filaments with and without Inhomogeneities / L. Kramer, R. Rangel // *Journal of Low. Temp. Phys.* - 1984. - Vol. 57. - P. 391-414.
 93. Michotte, S. Condition of the occurrence of phase slip centers in superconducting nanowires under applied current or voltage / S. Michotte, L. Piraux, S. Matefi-Tempfi, D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // *Phys. Rev. B* - 2004. - Vol. 69. - N. 094512.
 94. Голуб, А. А. Динамические свойства коротких сверхпроводящих проволок / А. А. Голуб // *ЖЭТФ* - 1976. - Т. 71. - С. 341-347.
 95. Octavio, M. Nonequilibrium-enhanced supercurrents in short superconducting weak links / M. Octavio, W. J. Skocpol, M. Tinkham // *Phys. Rev. B* - 1977. - Vol. 17. - P. 159-169.

96. van Dover, R. B. Superconductor-normal-superconductor microbridges: Fabrication, electrical behavior, and modeling / R. B. van Dover, A. de Lozanne, M. R. Beasley // J. Appl. Phys. - 1981. - Vol. 52. - P. 7327-7343.
97. Артеменко, С. Н. Теория нестационарного эффекта Джозефсона в коротких сверхпроводящих контактах / С. Н. Артеменко, А. Ф. Волков, А. В. Зайцев // ЖЭТФ - 1979. - Т. 76. - С. 1816-1833.
98. Зайцев, А. В. Теория чистых коротких S-cS и S-c-N микроконтактов / А. В. Зайцев // ЖЭТФ - 1980. - Т. 78. - С. 221-233.
99. Vodolazov, D. Y. Current-voltage characteristics of quasi-one-dimensional superconductors: An S shaped curve in the constant voltage regime / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, L. Piraux, S. Matefi-Tempfli, S. Michotte // Phys. Rev. Lett. - 2003. - Vol. 91. - N. 157001.
100. de Menten de Horne, F. Proximity effect in superconducting nanowires / F. de Menten de Horne, L. Piraux, S. Michotte // Physica C - 2007. - Vol. 460-462. - P. 1441-1442.
101. Stuivinga, M. Current-induced relaxation of charge imbalance in superconducting phase-slip centers / M. Stuivinga, J. E. Mooij, T. M. Klapwijk // Journal of Low Temp. Phys. - 1982. - Vol. 46. - P. 555-563.
102. Malomed, B. A. Dynamics of a superconductive filament in the constant-voltage regime / B. A. Malomed, A. Weber // Phys. Rev. B - 1991. - Vol. 44. - P. 875-877.
103. Berger, J. Spontaneous superconducting islands and Hall voltage in superconductors with large electric penetration depth / J. Berger // Phys. Rev. B - 2005. - Vol. 71. - N. 174504.
104. Flach, S. Broken Symmetries and Directed Collective Energy Transport in Spatially Extended Systems / S. Flach, Y. Zolotaryuk, A. E. Miroschnichenko, M. V. Fistul // Phys. Rev. Lett. - 2002. - Vol. 88. - N. 184101.
105. Salerno, M. Soliton ratchetlike dynamics by ac forces with harmonic mixing / M. Salerno, Y. Zolotaryuk // Phys. Rev. E - 2002. - Vol. 65. - N. 056603.
106. Ustinov, A. V. Ratchetlike Dynamics of Fluxons in Annular Josephson Junctions Driven by Biharmonic Microwave Fields / A. V. Ustinov, C. Coqui, A. Kemp, Y.

- Zolotaryuk, M. Salerno // Phys. Rev. Lett. - 2004. - Vol. 93. - N. 087001.
107. Sivakov, A.G. / A.G. Sivakov, A.M. Glukhov, A. V. Ustinov // частное сообщение.
108. Ivlev, B. I. Nonequilibrium excitations in superconductors in high-frequency fields / B. I. Ivlev, S. G. Lisitsin, G. M. Eliashberg // Journal of Low Temp. Phys. - 1973. - Vol. 10. - P. 449-468.
109. Kadin, A. M. Magnetic field dependence of relaxation times in nonequilibrium superconductors / A. M. Kadin, W. J. Skocpol, M. Tinkham // Journal of Low Temp. Phys. - 1978. - Vol. 33. - P. 481-503.
110. Tian, M. Influence of a bulk superconducting environment on the superconductivity of one-dimensional zinc nanowires / M. Tian, N. Kumar, J. G. Wang, S. Y. Xu, M. H. W. Chan // Phys. Rev. B - 2006. - Vol. 74. - N. 014515.
111. Vodolazov, D. Y. Enhancement and decrease of the critical current due to suppression of superconductivity by a magnetic field / D. Y. Vodolazov, D. S. Golubovic, F. M. Peeters, V. V. Moshchalkov // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 76. - N. 134505.
112. Winiecki, T. A Fast Semi-Implicit Finite Difference Method for the TDGL Equations / T. Winiecki, C. S. Adams // J. Comp. Phys. - 2002. - Vol. 179. - P. 127-135.
113. Вышеславцев, П. П. Моделирование резистивного состояния сверхпроводящих пленок в магнитном поле на основе нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау / П. П. Вышеславцев, В. В. Курин, И. М. Нефедов, И. А. Шерешевский, А. А. Андронов // Изв. ВУЗов "Радиофизика 1997. - Т. XL, С. 213-231.
114. Асламазов, Л. Г. Резистивное состояние широких сверхпроводящих пленок / Л. Г. Асламазов, С. В. Лемпицкий // ЖЭТФ - 1983. - Т. 84. - С. 2216-2227.
115. Блок, Б. Ю. Влияние магнитного поля на резистивное состояние широкой сверхпроводящей пленки / Б. Ю. Блок, С. В. Лемпицкий // ФТТ - 1984. - Т. 26. - С. 457-461.
116. Andronov, A. Kinematic vortices and phase slip lines in the dynamics of the resistive state of narrow superconductive thin film channels / A. Andronov, I. Gordion, V. Kurin, I. Nefedov, I. Shereshevsky // Physica C - 1993. - Vol. 213. - P. 193-199.

117. Волотская, В. Г. О разрушении током сверхпроводимости широких пленок / В. Г. Волотская, И. М. Дмитренко, Л. Е. Мусиенко, А. Г. Сиваков // ФНТ - 1981. - Т. 7. - С. 383-385.
118. Лемпицкий, С. В. Линии проскальзывания фазы в широких сверхпроводящих пленках / С. В. Лемпицкий // ЖЭТФ - 1986. - Т. 90. - С. 793-799.
119. Larkin, A. I. Vortex motion in superconductors / A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov, в Nonequilibrium Superconductivity, edited by D. N. Langenberg, A. I. Larkin, Elsevier, Amsterdam, 1986. - P. 493-542.
120. Волотская, В. Г. Новое резистивное состояние широких сверхпроводящих пленок / В. Г. Волотская, И. М. Дмитренко, А. Г. Сиваков // ФНТ - 1984. - Т. 10. - С. 347-357.
121. Дмитриев, В. М. Критические токи, центры и линии проскальзывания фазы параметра порядка в сверхпроводящих пленках в отсутствие внешнего магнитного поля / В. М. Дмитриев, И. В. Золочевский, Т. В. Саленкова, Е. В. Христенко // ФНТ - 2005. - Т. 31. - С. 169-181.
122. Зыбцев, С. Г. Динамическое смешанное состояние в микронных мостиках на основе вискероов / С. Г. Зыбцев, И. Г. Горлова, В. Я. Покровский // Письма в ЖЭТФ - 2001. - Т. 74. - С. 186-190.
123. Sivakov, A. G. Josephson Behavior of Phase-Slip Lines in Wide Superconducting Strips / A. G. Sivakov, A. M. Glukhov, A. N. Omelyanchouk, Y. Koval, P. Muller, A. V. Ustinov // Phys. Rev. Lett. - 2003. - Vol. 91. - N. 267001.
124. Kunchur, M. N. Steps in the Negative-Differential-Conductivity Regime of a Superconductor / M. N. Kunchur, B. I. Ivlev, J. M. Knight // Phys. Rev. Lett. - 2001. - Vol. 87. - N. 177001.
125. Kunchu, M. N. Shear fragmentation of unstable flux flow / M. N. Kunchur, B. I. Ivlev, J. M. Knight // Phys. Rev. B - 2002. - Vol. 66. - N. 060505(R).
126. Doettinger S. G., Electronic instability during vortex motion in cuprate superconductors. Regime of low and high magnetic fields / S. G. Doettinger, R. P. Huebener, A. Khule // Physica C - 1995. - Vol. 251. - P. 285-289.
127. Helzel, A. Nonlocal vortex motion in mesoscopic amorphous $Nb_{0.7}Ge_{0.3}$ structures /

- A. Helzel , I. Kokanovic, D. Babic, L. V. Litvin, F. Rohlfing, F. Otto, C. Surgers, C. Strunk // Phys. Rev. B - 2006. - Vol. 74. - N. 220510.
128. Karapetrov, G. Evidence of vortex jamming in Abrikosov vortex flux flow regime / G. Karapetrov, V. Yefremenko, G. Mihajlovic, J. E. Pearson, M. Iavarone, V. Novosad, S. D. Bader // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 86. - N. 054524.
129. Kunchur, M. N. Unstable Flux Flow due to Heated Electrons in Superconducting Films / M. N. Kunchur // Phys. Rev. Lett. - 2002. - Vol. 89. - N. 137005.
130. Babic, D. New Frontiers in Superconductivity Research /D. Babic, под редакцией B. S. Martins, Nova Science Publishers, New York, 2006.
131. Huebener, R. P. Magnetic Flux Structures in Superconductors / R. P. Huebener, Springer, New York, 2001.
132. Henny, M. 1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires / M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, C. Schonenberger // Phys. Rev. B - 1999. - Vol. 59. - P. 2871-2880.
133. Maki, K. Motion of the vortex lattice in a dirty type II superconductor / K. Maki // J. Low Temp. Phys. - 1969. - Vol. 1. - P. 45-58.
134. Kopnin, N. B. Thermodynamics of vortex motion in type II superconductors / N. B. Kopnin // J. Low Temp. Phys. - 1993. - Vol. 93. - P. 117-130.
135. Huebener, R. P. Nernst Effect and Flux Flow in Superconductors. I. Niobium / R. P. Huebener, A. Seher // Phys. Rev. - 1969. - Vol. 181. - P. 701-709.
136. Vidal, F. Low-Frequency ac Measurements of the Entropy Flux Associated with the Moving Vortex Lines in a Low- κ Type-II Superconductor / F. Vidal // Phys. Rev. B - 1973. - Vol. 8. - P. 1982-1993.
137. Де Жен, П. Сверхпроводимость металлов и сплавов / П. Де Жен, Москва, Мир, 1968. - 280 с.
138. Marchetti, M. C. Hydrodynamics of flux liquids / M. C. Marchetti, D. R. Nelson // Phys. Rev. B - 1990. - Vol. 42. - P. 9938-9943.
139. Wortis, R. Nonlocal conductivity in the vortex-liquid regime of a two-dimensional superconductor / R. Wortis, D. A. Huse // Phys. Rev. B - 1996. - Vol. 54. - P. 12413-12420.

140. Phillipson, S. J. Nonlocal conductivity in high-temperature superconductors / S. J. Phillipson, M. A. Moore, T. Blum // *Phys. Rev. B* - 1998. - Vol. 57. - P. 5512-5523.
141. Pothier, H. Energy distribution function of quasiparticles in mesoscopic wires / H. Pothier, S. Gueron, N. O. Birge, D. Esteve, M. H. Devoret // *Phys. Rev. Lett.* - 1997. - Vol. 79. - P. 3490-3493.
142. Vercruyssen, N. Evanescent states and nonequilibrium in driven superconducting nanowires / N. Vercruyssen, T. G. A. Verhagen, M. G. Flokstra, J. P. Pekola, T. M. Klapwijk // *Phys. Rev. B* - 2012. - Vol. 85. - N. 224503.
143. Vodolazov, D. Y. Enhancement and decrease of the critical current due to suppression of superconductivity by a magnetic field / D. Y. Vodolazov, D. S. Golubovic, F. M. Peeters, V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. B* - 2007. - Vol. 76. - N. 134505.
144. Golubovic, D. S. Linear magnetic flux amplifier / D. S. Golubovic, V. V. Moshchalkov // *Appl. Phys. Lett.* - 2005. - Vol. 87. - N. 142501.
145. Clarke, J. Experiments on charge imbalance in superconductors / J. Clarke // *В Nonequilibrium superconductivity*, под редакцией D.N. Langenberg и A.I. Larkin, Elsevier Science Publisher B.V., Berlin, 1986. - P. 1-64.
146. Langer, J. S. Intrinsic Resistive Transition in Narrow Superconducting Channels / J. S. Langer, V. Ambegaokar // *Phys. Rev.* - 1967. - Vol. 164. - P. 498-510.
147. Sahu, M. Individual topological tunnelling events of a quantum field probed through their macroscopic consequences / M. Sahu, M.-Ho Bae, A. Rogachev, D. Pekker, T.-Ch. Wei, N. Shah, P. M. Goldbart, A. Bezryadin // *Nature Physics* - 2009. - Vol. 5.- P. 503-506.
148. Tinkham, M. Hysteretic I-V curves of superconducting nanowires / M. Tinkham, J. U. Free, C. N. Lau, N. Markovic, // *Phys. Rev. B* - 2003. - Vol. 68. - N. 134515.
149. McCumber, D. E. Time Scale of Intrinsic Resistive Fluctuations in Thin Superconducting Wires / D. E. McCumber, B. I. Halperin // *Phys. Rev. B* - 1970. - Vol. 1. - P. 1054-1070.
150. Golubev, D. S. Thermally activated phase slips in superconducting nanowires / D. S. Golubev, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B* - 2008. - Vol. 78. - N. 144502.

151. Kogan, V. G. Pearl's vortex near the film edge / V. G. Kogan // Phys. Rev. B - 1994. - Vol. 49. - P. 15874-15878.
152. Qiu, C. Numerical study of the phase slip in two-dimensional superconducting strips / C. Qiu, T. Qian // Phys. Rev. B - 2008. - Vol. 77. - N. 174517.
153. Qiu, C. Numerical study of the phase slips in ultrathin doubly connected superconducting cylinders / C. Qiu, T. Qian // Phys. Rev. B - 2009. - Vol. 79. - N. 054513.
154. Schweigert, V. A. Flux Penetration and Expulsion in Thin Superconducting Disks / V. A. Schweigert, F.M. Peeters // Phys. Rev. Lett. - 1999. - Vol. 83. - P. 2409-2412.
155. Pogosov, V. Thermal suppression of surface barrier in ultrasmall superconducting structures / V. Pogosov // Phys. Rev. B - 2010. - Vol. 81. - N. 184517.
156. Priour, D. J. Deformation and depinning of superconducting vortices from artificial defects: A Ginzburg-Landau study / D. J. Priour, H. A. Fertig // Phys. Rev. B - 2003. - Vol. 67. - N. 054504.
157. Гершензон, М. Е. Критические токи распаривания в узких ниобиевых пленках / М. Е. Гершензон, В. Н. Губанков // ФТТ - 1979. - Т. 21. - С. 700-703.
158. Henrich, D. Geometry-induced reduction of the critical current in superconducting nanowires / D. Henrich, P. Reichensperger, M. Hofherr, J. M. Meckbach, K. Il'in, M. Siegel, A. Semenov, A. Zotova, D. Yu. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 86. - N. 144504.
159. Абрикосов, А. А. О первом критическом поле узких сверхпроводящих пластин второго рода / А. А. Абрикосов // ЖЭТФ - 1964. - Vol. 46. - P. 1470-1472.
160. Sanchez-Lotero, P. Critical fields for vortex expulsion from narrow superconducting strips / P. Sanchez-Lotero, J. J. Palacios // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 75. - N. 214505.
161. Vodolazov, D. Y. Masking effect of heat dissipation on the current-voltage characteristics of a mesoscopic superconducting sample with leads / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, M. Morelle, V.V.Moshchalkov // Phys. Rev. B - 2005. - Vol. 71. - N. 184502.
162. Schildermans, N. Phase slips in mesoscopic superconducting triangles / N.

- Schildermans, R. Salenbien, A. V. Silhanek, and V. V. Moshchalkov // *Physica C* - 2008. - Vol. 468. - P. 757-759.
163. Falk, A. Magnetic switching of phase-slip dissipation in NbSe₂ nanoribbons / A. Falk, M. M. Deshmukh, A. L. Prieto, J. J. Urban, A. Jonas, H. Park // *Phys. Rev. B* - 2007. - Vol. 75. - N. 020501.
164. Aladyshkin, A. Yu. Mesoscopic cross-film cryotrons: Vortex trapping and dc-Josephson-like oscillations of the critical current / A. Yu. Aladyshkin, G. W. Ataklti, W. Gillijns, I. M. Nefedov, I. A. Shereshevsky, A. V. Silhanek, J. Van de Vondel, M. Kemmler, R. Kleiner, D. Koelle, V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. B* - 2011. - Vol. 83. - N. 144509.
165. Cuevas, J. C. Magnetic Interference Patterns and Vortices in Diffusive SNS Junctions / J. C. Cuevas, F. S. Bergeret // *Phys. Rev. Lett.* - 2007. - Vol. 99. - N. 217002.
166. Maksimova, G. M. Critical current and negative magnetoresistance of superconducting film with edge barrier / G. M. Maksimova, N. V. Zhelezina, I. L. Maksimov // *Europhys. Lett.* - 2001. - Vol. 53. - P. 639-645.
167. Андрацкий, В. П. Разрушение током сверхпроводимости в узких сверхпроводящих пленках / В. П. Андрацкий, Л. М. Грюндель, В. Н. Губанков, Н. Б. Павлов // *ЖЭТФ* - 1973. - Т. 66. - С. 1591-1597.
168. Lusche, R. Effect of magnetic field on the photon detection in thin superconducting meander structures / R. Lusche, A. Semenov, Y. Korneeva, A. Trifonov, A. Korneev, G. Gol'tsman, H.-W. Hubers // *Phys. Rev. B* - 2014. - Vol. 89. - N. 104513.
169. Ilin, K. Critical current of Nb, NbN, and TaN thin-film bridges with and without geometrical nonuniformities in magnetic field / K. Ilin, D. Henrich, Y. Luck, Y. Liang, M. Siegel, D. Yu. Vodolazov // *Phys. Rev. B* - 2014. - Vol. 89. - N. 184511.
170. Saint-James, D. Type II superconductivity / D. Saint-James, G. Sarma, E.J. Thomas, Pergamon Press, 1969.
171. Gardner, H. J. Enhancement of superconductivity by a parallel magnetic field in two-dimensional superconductors / H. J. Gardner, A. Kumar, L. Yu, P. Xiong, M.

- P. Warusawithana, L. Wang, O. Vafek, D. G. Schlom // Nature Physics - 2011. - Vol. 7. - P. 895-898.
172. Parendo, K. A. Anomalous parallel-field negative magnetoresistance in ultrathin films near the superconductor-insulator transition / K. A. Parendo, L. M. Hernandez, A. Bhattacharya, A. M. Goldman // Phys. Rev. B - 2004. Vol. 70. - N. 212510.
173. Maingault, L. Spectral dependency of superconducting single photon detectors / L. Maingault, M. Tarkhov, I. Florya, A. Semenov, R. Espiau de Lamaestre, P. Cavalier, G. Gol'tsman, J.-P. Poizat, and J.-C. Villegier // J. Appl. Phys. - 2010. - Vol. 107. - N. 116103.
174. Kozorezov, A. G. Quasiparticle-phonon downconversion in nonequilibrium superconductors / A. G. Kozorezov, A. F. Volkov, J. K. Wigmore, A. Peacock, A. Poelaert, R. den Hartog // Phys. Rev. B - 2000. - Vol. 61. - P. 11807-11819.
175. Zotova, A. N. Photon detection by current-carrying superconducting film: A time-dependent Ginzburg-Landau approach / A. N. Zotova, D. Yu. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 85. - N. 024509.
176. Zotova, A. N. Intrinsic detection efficiency of superconducting single photon detectors in the modified hot spot model / A.N. Zotova, D. Y. Vodolazov // Supercond. Science and Technology - 2014. - Vol. 27. N. 125001.
177. Engel A. Tantalum nitride superconducting single-photon detectors with low cut-off energy / A. Engel, A. Aeschbacher, K. Inderbitzin, A. Schilling, K. Il'in, M. Hofherr, M. Siegel, A. Semenov, and H.-W. Hubers // Appl. Phys. Lett. - 2012. - Vol. 100. - N. 062601.
178. Renema, J. J. Universal response curve for nanowire superconducting single-photon detectors / J. J. Renema, G. Frucci, Z. Zhou, F. Mattioli, A. Gaggero, R. Leoni, M. J. A. de Dood, A. Fiore, M. P. van Exter // Phys. Rev. B - 2013. Vol. 87. - N. 174526.
179. Куприянов, М. Ю. / М. Ю. Куприянов, В.Ф. Лукичев // ФНТ - 1980. - Vol. 6. - P. 210.
180. A.Engel, A.Semenov, частное сообщение.

181. Kamlapure, A. Measurement of magnetic penetration depth and superconducting energy gap in very thin epitaxial NbN films / A. Kamlapure, M. Mondal, M. Chand, A. Mishra, J. Jesudasan, V. Bagwe, L. Benfatto, V. Tripathi, and P. Raychaudhuri // Appl. Phys. Lett. - 2010. - Vol. 96. - N. 072509.
182. Renema, J. J. Experimental Test of Theories of the Detection Mechanism in a Nanowire Superconducting Single Photon Detector / J. J. Renema, R. Gaudio, Q. Wang, Z. Zhou, A. Gaggero, F. Mattioli, R. Leoni, D. Sahin, M. J. A. de Dood, A. Fiore, M. P. van Exter // Phys. Rev. Lett. - 2014. - Vol. 112. - N. 117604.
183. Hofherr M., Intrinsic detection efficiency of superconducting nanowire single-photon detectors with different thicknesses / M. Hofherr, D. Rall, K. Il'in, M. Siegel, A. Semenov, H.-W. Hubers, N. A. Gippius // J. Appl. Phys. - 2010. - Vol. 108. - N. 014507.

Список публикаций по теме диссертации

Публикации в реферируемых журналах

- A1. Vodolazov, D.Y. Stationary phase slip state in quasi-one-dimensional rings / D.Y. Vodolazov, B. J. Baelus, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2002. - Vol. 66. - N. 054531.
- A2. Vodolazov, D.Y. Dynamic transitions between metastable states in a superconducting ring / D.Y. Vodolazov, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2002. - Vol. 66. - N. 054537.
- A3. Vodolazov, D.Y. Vortex entry conditions in type-II superconductors. Effect of surface defects / D.Y. Vodolazov, I.L. Maksimov, E.H. Brandt // Physica C - 2003. - Vol. 384. - P. 211-226.
- A4. Vodolazov, D.Y. Multiple flux jumps and irreversible behavior of thin Al superconducting rings / D.Y. Vodolazov, F. M. Peeters, S. V. Dubonos, A. K. Geim // Phys. Rev. B - 2003. - Vol. 67. - N. 054506.
- A5. Vodolazov, D.Y. Current-voltage characteristics of quasi-one-dimensional superconductors: An S shaped curve in the constant voltage regime / D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, L. Piraux, S. Matefi-Tempfli, S. Michotte // Phys. Rev. Lett. - 2003. - Vol. 91. - N. 157001.
- A6. Michotte, S. Condition of the occurrence of phase slip centers in superconducting nanowires under applied current or voltage / S. Michotte, L. Piraux, S. Matefi-Tempfli, D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters // Phys. Rev. B - 2004. - Vol. 69. - N. 094512.
- A7. Vodolazov, D.Y. Dynamics of the superconducting condensate in the presence of a magnetic field. Channelling of vortices in superconducting strips at high currents / D.Y. Vodolazov, B.J. Baelus, F.M. Peeters // Physica C - 2004. - Vol. 404. - P. 400-403.
- A8. Grigorieva, I.V. Long-range nonlocal flow of vortices in narrow superconducting channels / I.V. Grigorieva, A. K. Geim, S.V. Dubonos, K. S. Novoselov, D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, P. H. Kes, M. Hesselberth // Phys. Rev. Lett. - 2004. - Vol. 92. - N. 23700.
- A9. Vodolazov, D.Y. Nonlocal response and surface-barrier-induced rectification in Hall-shaped mesoscopic superconductors / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, I. V. Grigorieva, A. K. Geim // Phys. Rev. B - 2005. - Vol. 72. - N. 024537.
- A10. Vodolazov, D.Y. Critical currents of the phase slip process in the presence of electromagnetic radiation: Rectification for time asymmetric ac signal / D. Y.

- Vodolazov, A. Elmurodov, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2005. - Vol. 72. - N. 134509.
- A11. Vodolazov, D.Y. Microscopic analysis of multiple flux jumps in thin Al superconducting loops / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters, T. T. Hongisto, K. Yu. Arutyunov // Europhys. Lett. - 2006. - Vol. 75. - P. 315-320 (2006).
- A12. Vodolazov, D.Y. Symmetric and asymmetric states in mesoscopic superconducting wire in voltage driven regime / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 75. - N. 104515.
- A13. Vodolazov, D.Y. Negative magnetoresistance and phase slip process in superconducting nanowires / D. Y. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 75. - N. 184517.
- A14. Vodolazov, D.Y. Rearrangement of the vortex lattice due to instabilities of vortex flow / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 76. - N. 014521.
- A15. Vodolazov, D.Y. Enhancement and decrease of the critical current due to suppression of superconductivity by a magnetic field / D. Y. Vodolazov, D. S. Golubovic, F. M. Peeters, V. V. Moshchalkov // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 76. - N. 134505.
- A16. Kanda, A. Evidence for a different type of vortex that mediates a continuous fluxoid-state transition in a mesoscopic superconducting ring / A. Kanda, B. J. Baelus, D. Y. Vodolazov, J. Berger, R. Furugen, Y. Ootuka, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2007. - Vol. 76. - N. 094519.
- A17. Otto, F. Reversal of Nonlocal Vortex Motion in the Regime of Strong Nonequilibrium / F. Otto, A. Bilusic, D. Babic, D. Yu. Vodolazov, C. Seurgers, Ch. Strunk // Phys. Rev. Lett. - 2010. - Vol. 104. - N. 027005.
- A18. Otto, F. Nonlocal versus local vortex dynamics in the transversal flux transformer effect / F. Otto, A. Bilusic, D. Babic, D. Yu. Vodolazov, Ch. Surgers, Ch. Strunk // Phys. Rev. B - 2010. - Vol. 81. - N. 174521.
- A19. Vodolazov, D.Y. Origin of the hysteresis of the current-voltage characteristics of superconducting microbridges near the critical temperature / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // Phys. Rev. B - 2011. - Vol. 84. - N. 094511.
- A20. Vodolazov, D.Yu. Saddle point states in two-dimensional superconducting film biased near the depairing current / D.Yu. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 85. - N. 174507.
- A21. Zotova, A. N. Photon detection by current-carrying superconducting film: A time-dependent Ginzburg-Landau approach / A. N. Zotova, D. Y. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2012. - Vol. 85. - N. 024509.

- A22. Vodolazov, D.Y. Vortex-induced negative magnetoresistance and peak effect in narrow superconducting films / D.Y. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2013. - Vol. 88. - N. 014525.
- A23. Ilin, K. Critical current of Nb, NbN, and TaN thin-film bridges with and without geometrical nonuniformities in magnetic field / K. Ilin, D. Henrich, Y. Luck, Y. Liang, M. Siegel, D. Yu. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2014. - Vol. 89. - N. 184511.
- A24. Lusche, R. Effect of the wire width on the intrinsic detection efficiency of superconducting nanowire single-photon detectors / R. Lusche, A. Semenov, K. Ilin, M. Siegel, Y. Korneeva, A. Trifonov, A. Korneev, G. Goltsman, D. Vodolazov, H.-W. Hubers // Journal of Applied Physics - 2014. - Vol. 116. - N. 043906.
- A25. Vodolazov, D.Y. Current dependence of the red boundary of superconducting single-photon detectors in the modified hot-spot model / D. Yu. Vodolazov // Phys. Rev. B - 2014. - Vol. 90. - N. 054515.
- A26. Zotova, A. N. Intrinsic detection efficiency of superconducting single photon detector in the modified hot spot model / A. N. Zotova, D. Y. Vodolazov // Supercond. Sci. Technol. - 2014. - Vol. 27. - N. 125001.

Публикации в тезисах конференций и электронные препринты

- B1. Vodolazov, D. Y. Dynamic transitions between metastable states in a superconducting ring / D. Y. Vodolazov, F.M. Peeters // ESF workshop "Vortices in Josephson systems and nanostructures", Book of abstracts - Maratea, Italy, 2002. - P.66.
- B2. Vodolazov, D. Y. Current-voltage characteristics of quasi-one-dimensional superconductors: An S-curve in the constant voltage regime / D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, L. Piraux, S. Matefi-Tempfli, S. Michotte // The Joint Ninth International Workshop on Vortex Dynamics and Vortex Matter, Book of abstracts - Island d'Oleron, France, 2003. - P. 56.
- B3. Vodolazov, D. Y. Dynamics of the superconducting condensate in the presence of a magnetic field: channelling of vortices at high currents / D.Y. Vodolazov, B.J. Baelus, F.M. Peeters // Third European Conference on Vortex Matter in Superconductors, Book of abstracts - Crete, Greece, 2003. - P. 159.
- B4. Vodolazov, D. Y. Nonlocal response and surface barrier induced rectification in Hall-shaped mesoscopic superconductors / D. Y. Vodolazov, F.M. Peeters, I.V. Grigorieva, A.K. Geim // APS March meeting, Book of abstracts - Montreal, Canada, 2004. - P. 12.003.

- B5. Vodolazov, D. Y. Symmetric and asymmetric states in mesoscopic superconducting wire in voltage driven regime / D. Y. Vodolazov, F. M. Peeters // arXiv:cond-mat/0611315 (расширенная версия работы A12.).
- B6. Водолазов, Д. Ю. Отрицательное магнетосопротивление сверхпроводящих нанопроволок и его связь с процессом проскальзывания фазы / Д.Ю.Водолазов // Нанofизика и наноэлектроника: Труды XI межд. симпозиума, - Т. 1. - Н. Новгород: ИФМ РАН, 2007. - С. 253-254.
- B7. Водолазов, Д. Ю. Перестройка вихревой решетки Абрикосова, вызванная вызванная нестабильностью вязкого течения вихрей / Д.Ю.Водолазов, F. P. Peeters // Нанofизика и наноэлектроника: Труды XII межд. симпозиума, - Т. 2. - Н. Новгород: ИФМ РАН, 2008. - С. 376-377.
- B8. Vodolazov, D. Y. Enhancement and decrease of the critical current due to suppression of superconductivity by a magnetic field / D. Y. Vodolazov, D. S. Golubovic, F. M. Peeters, V. V. Moshchalkov // Workshop Fluctuations and Phase Transitions in Superconductors, Book of abstracts - Nazareth Ilit, Israel, 2007. - P. 30.
- B9. Vodolazov, D. Y. Vortex-like distribution of the superconducting order parameter in strongly asymmetric superconducting rings / D. Y. Vodolazov, // Advanced Research Workshop "Meso-06" "Mesoscopic and strongly correlated electron systems-4. Nanoscale superconductivity and magnetism", Book of abstracts - Chernogolovka, Russia, 2006. - P. 44.
- B10. Водолазов, Д. Ю. Влияние неравновесных эффектов на направление движения вихрей в нелокальной геометрии / Д.Ю. Водолазов, F. Otto, C. Strunk, D. Babic, A. Bilusic, C. Surgers // 35 совещание по физике низких температур (ФНТ-35) - Чернооголовка, 2009. - С. 125.
- B11. Vodolazov, D. Yu. Origin of the hysteresis of the current voltage characteristics of superconducting microbridges near the critical temperature / D. Yu. Vodolazov, F.M. Peeters // International Conference for Young Scientists on Low Temperature Physics, Book of abstracts - Kharkiv, Ukraine, 2011. - P. 75.
- B12. Vodolazov, D. Yu. Vortex-induced negative magnetoresistance and peak effect in narrow superconducting films / D. Yu. Vodolazov // 9th International Workshop on Magnetism and Superconductivity at the nanoscale, Book of abstracts - Coma-Ruga, Spain 2013. - P. 50.

- B13. Vodolazov, D. Yu. Evidences for vortex assisted detection mechanism in superconducting nanowire single photon detectors / D.Yu.Vodolazov, A.N. Zotova // International conference 'Vortex Matter in Nanostructured Superconductors -Vortex VIII ', Book of abstracts - Rhodes, Greece, 2013. - P. 90.
- B14. Vodolazov, D. Y. Vortex-assisted single photon detection by current-carrying superconducting film / D. Y. Vodolazov, A. Zotova // 10th International Workshop on Magnetism and Superconductivity at the nanoscale, Book of abstracts - Coma-Ruga, Spain, 2014. - P. 55.